



8º CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE ENGENHARIA MECÂNICA
Cusco, 23 a 25 de Outubro de 2007

APLICAÇÃO DE PRINCÍPIOS FÍSICOS NA SIMULAÇÃO DA DEFORMAÇÃO DE OBJECTOS EM IMAGENS

Gonçalves, P.*, Tavares, João Manuel R. S.*, Jorge, R. N.º

* Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial,
º Instituto de Engenharia Mecânica

*.º Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 PORTO, PORTUGAL
e-mail: {patricia.goncalves, tavares, rnatal}@fe.up.pt

RESUMO

Este artigo apresenta uma abordagem física para simular a deformação de objectos representados em imagens. Nessa abordagem, para modelar fisicamente os contornos dos objectos, é utilizado o método dos elementos finitos, mais concretamente o elemento finito isoparamétrico de Sclaroff. De seguida, para emparelhar os pontos dos contornos dos objectos modelados é aplicada análise modal. Finalmente, o campo dos deslocamentos entre os dois contornos dados é simulado através da equação de equilíbrio dinâmico. Para resolver esta equação, utilizamos quatro métodos de integração numérica: o método da diferença central, o método de Newmark e o método da sobreposição de modos em conjunto com os dois anteriores.

PALAVRAS-CHAVE: Objectos Deformáveis, Simulação Física, Elementos Finitos, Análise Modal, Equação de Equilíbrio Dinâmico.

INTRODUÇÃO

Na realidade, todos os objectos são deformáveis, por isso, em grande número de situações, não devem ser considerados como corpos rígidos. A adequada simulação de objectos deformáveis pode ser conseguida através da utilização de modelos deformáveis. Contudo, tal utilização pode não ser trivial pois diferentes aplicações apresentam diferentes requisitos; por exemplo, algumas requerem precisão elevada, como a análise de imagens médicas, outras requerem interacção em tempo real, como as aplicações de ambientes virtuais. Embora tenham sido propostos vários métodos para simular o comportamento de objectos deformáveis de forma rápida e precisa, há ainda muito trabalho a fazer nesta área [1].

O objectivo principal deste trabalho é simular as formas intermédias que assume um dado objecto representado em imagens em dois instantes distintos, ou as formas de interpolação entre dois objectos representados em imagens distintas, dadas as formas inicial e final. Para isso, usa-se a metodologia computacional proposta por Terzopoulos et al. [2] para simular realisticamente a deformação envolvida, considerando um modelo elástico construído por um determinado material virtual e a resolução temporal da equação de equilíbrio dinâmico. Deste modo, considera-se: o elemento finito isoparamétrico de Scleroff [3] para modelar fisicamente as formas inicial e final; a descrição modal de Shapiro e Brady [4] completada com técnicas de optimização para emparelhar os pontos que definem os dois estados do objecto [5; 6]; e a decomposição da deformação em modos rígidos e não rígidos de Pentland e Horowitz [7].

MODELAÇÃO FÍSICA

Como já referido, para construir os modelos físicos associados às formas inicial e final, utiliza-se o elemento finito isoparamétrico de Scleroff [3]. Este elemento finito usa um conjunto de funções de base radial para construir as funções de interpolação, o que permite uma fácil inserção dos dados pontuais a utilizar na modelação. Além do mais, na construção deste tipo de elementos os dados pontuais usados na modelação física não precisam de estar ordenados. A partir das funções de interpolação usadas, e tendo em conta o material virtual considerado para as modelações, as matrizes de massa, \mathbf{M} , e rigidez, \mathbf{K} , são definidas para cada uma das formas dadas [1; 3; 8].

Relativamente ao amortecimento, neste trabalho usa-se a matriz de Rayleigh, $\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$, onde α e β são constantes definidas em função do amortecimento crítico admitido [9].

ANÁLISE MODAL E OPTIMIZAÇÃO

Para determinar as correspondências entre os dados pontuais das formas inicial e final dadas para a simulação, cada problema generalizado de valores e vectores próprios associado é resolvido considerando a equação:

$$\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Omega, \quad (1)$$

onde Φ é a matriz modal dos vectores de forma ϕ_i , que descrevem o deslocamento modal (u,v) de cada dado pontual devido ao modo de vibração i , e Ω é a matriz diagonal cujas entradas são o quadrado dos valores próprios ordenados por ordem crescente.

Após a construção da matriz modal para cada forma, os dados pontuais das mesmas podem ser emparelhados comparando o deslocamento de cada um no respectivo espaço modal [4]. Assim, para determinar as correspondências entre os dados da forma inicial, I , com os dados da forma final, F , é construída uma matriz de afinidade, \mathbf{Z} , cujos elementos são definidos da seguinte forma:

$$Z_{ij} = \|\mathbf{u}_{I,i} - \mathbf{u}_{F,j}\|^2 + \|\mathbf{v}_{I,i} - \mathbf{v}_{F,j}\|^2. \quad (2)$$

Deste modo, a afinidade entre os dados pontuais i e j será 0 (zero) se a correspondência for perfeita, e será tanto maior quanto pior for essa correspondência.

Neste trabalho, para determinar as correspondências considerou-se um método de busca global na matriz \mathbf{Z} . O método considerado, proposto em [5; 6], consiste em descrever o emparelhamento como um problema de atribuição e resolvê-lo usando um algoritmo de optimização.

EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO

Para simular computacionalmente a deformação entre as duas formas dadas, e assim obter as suas formas de transição atendendo às propriedades físicas do material virtual adoptado, resolve-se a equação de equilíbrio dinâmico:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}^t + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}^t + \mathbf{K}\mathbf{U}^t = \mathbf{R}^t, \quad (3)$$

para cada passo de tempo t , onde \mathbf{U} , $\dot{\mathbf{U}}$ e $\ddot{\mathbf{U}}$ são respectivamente os vectores deslocamento, velocidade e aceleração, e \mathbf{R} é o vector das cargas implícitas, definido por:

$$\mathbf{R}(i) = k(\mathbf{X}_{F,i} - \mathbf{X}_{J,i})$$

sendo $\mathbf{R}(i)$ a carga aplicada no dado pontual i , $\mathbf{X}_{F,i}$ as coordenadas do dado pontual i na forma final, $\mathbf{X}_{J,i}$ as coordenadas do dado pontual i na forma simulada na iteração J e k uma constante de rigidez.

Para resolver a Eq. (3) podem ser usados vários métodos de integração. Neste trabalho considerou-se e comparou-se os resultados obtidos por quatro desses métodos: diferença central, Newmark e sobreposição de modos juntamente com cada um dos anteriores.

O método da diferença central é um esquema explícito e directo de integração, com precisão de segunda ordem se as matrizes de massa e de amortecimento forem diagonais [9]. No entanto, usando o elemento finito isoparamétrico de Sclaroff, tal como é feito neste trabalho, geralmente essas matrizes não são diagonais e, por isso, usou-se um algoritmo modificado que faz com que a equação de equilíbrio dinâmico sofra um atraso de meio passo de tempo na velocidade [10; 11]. Esta alteração no processo computacional tem a desvantagem de tornar a precisão do método apenas de primeira ordem. Uma outra desvantagem associada ao método da diferença central é a de este ser condicionalmente estável; assim, o passo de integração adoptado deve ser suficientemente pequeno para que o método não divirja [9].

Por seu lado, o método de Newmark é um esquema implícito de integração directa, originalmente proposto em [12], que foi modificado e melhorado por vários investigadores, e aplicado à análise dinâmica de muitos problemas práticos de engenharia. Neste trabalho, usou-se este método sem amortecimento numérico, o que significa que os resultados têm precisão de segunda ordem e que é incondicionalmente estável [10; 11].

Por último, o método de integração da sobreposição de modos propõe a transformação dos deslocamentos modais, \mathbf{V} , nos deslocamentos pontuais, \mathbf{U} , usando a matriz dos vectores próprios Φ : $\mathbf{U} = \Phi\mathbf{V}$. Consequentemente, a Eq. (3) pode ser reescrita como:

$$\ddot{\mathbf{V}}^t + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{V}}^t + \Omega \mathbf{V}^t = \Phi^T \mathbf{R}^t, \quad (4)$$

onde $\dot{\mathbf{V}}$ e $\ddot{\mathbf{V}}$ são, respectivamente, as derivadas de primeira e segunda ordem do vector dos deslocamentos modais.

Este método de integração obtém novas matrizes de massa, rigidez e amortecimento com menor largura de banda, o que permite a resolução da equação de equilíbrio com apenas uma parte dos modos de vibração dos modelos [9], podendo reduzir desta forma o custo computacional envolvido.

Como se trata de um método indirecto de integração, é preciso aplicar um método directo para prosseguir com a resolução da equação de equilíbrio dinâmico. Neste trabalho, consideraram-se os dois métodos descritos anteriormente [10; 11].

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta secção, apresenta-se alguns dos resultados experimentais obtidos usando um computador pessoal com processador *Intel Pentium D* a 3GHz e 2GB de RAM.

Considere-se, para o primeiro caso experimental, os dois contornos apresentados na Fig. 1, cada um com 35 pontos, obtidos de imagens reais de um coração em diástole e em sístole. Utilizando a metodologia descrita, e as propriedades mecânicas do tecido do miocárdio [13; 14], todos os dados pontuais da forma inicial são correctamente emparelhados com dados pontuais da forma final. Para simular a deformação envolvida nesta análise, escolheu-se parar o processo iterativo quando a norma euclidiana do vector dos deslocamentos fosse menor que 10^{-3} píxeis. Usando amortecimento crítico entre 1% e 2% – quanto maior o amortecimento crítico, menor tem que ser o intervalo

de tempo adoptado – o intervalo de tempo, Δt , tem que ser menor que 0,75s para que o método da diferença central seja estável; assim, escolheu-se $\Delta t=0,7s$. Por último, a constante global de rigidez, k , foi definida como sendo igual a 100N/m. Na Fig. 1, estão visíveis cinco formas intermédias simuladas usando o método da diferença central.

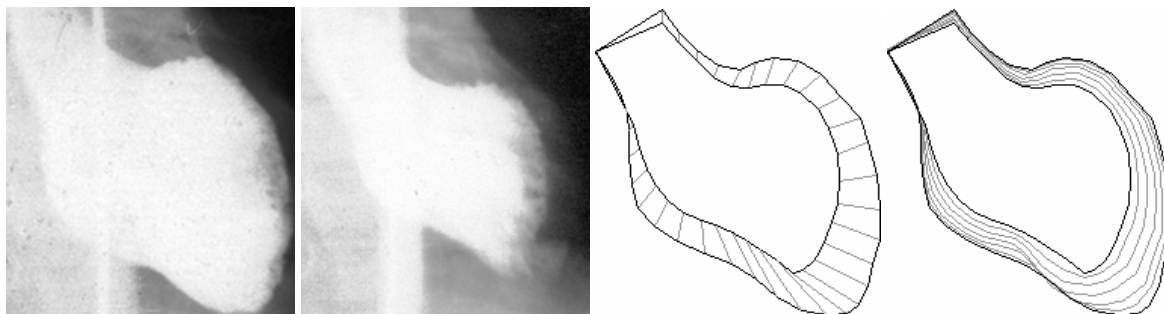


Fig. 1: Imagens reais de um coração em diástole (primeira imagem) e em sístole (segunda imagem). Correspondências obtidas entre os dados pontuais dos contornos determinados a partir dessas imagens (terceira imagem) e cinco formas intermédias simuladas usando o método da diferença central (quarta imagem).

Os resultados experimentais obtidos usando os métodos de integração referidos são numericamente equivalentes e visualmente iguais. Em termos do tempo de processamento, foram necessários 64s (65s no caso do método da sobreposição de modos com o método de Newmark) para atingir o deslocamento desejado, sendo a distância¹ entre a última forma estimada e a forma final igual a 2,35% da distância entre as formas inicial e final do objecto.

Ao comparar os resultados obtidos pelo método da sobreposição de modos quando são usados diferentes números de modos de vibração, nota-se que à medida que esse número diminui, a aproximação à forma final desejada piora, Fig. 2. Neste mesmo exemplo, também se verificou que usando 75% dos modos de vibração, se obtém uma forma estimada final satisfatória, mas o tempo poupado no processo computacional, apenas de 1s, não compensa a perda de precisão ocorrida. No entanto, outros casos há em que ao considerar-se uma percentagem consideravelmente menor dos modos de vibração no processo de integração se conseguem resultados aceitáveis, sendo a diminuição do custo computacional muito significativa.

Tal como já referido anteriormente, o método da diferença central necessita de um passo de tempo reduzido para ser estável. No entanto, o método de Newmark é incondicionalmente estável o que permite utilizar um passo temporal de maior valor. Consequentemente, alterando Δt para 10s e k para 1000N/m, deixa de ser possível utilizar o método da diferença central, mas com o método de Newmark consegue-se obter um deslocamento inferior a 10^{-3} píxeis em apenas 11s, atingindo uma distância de 0,28% da distância entre as formas inicial e final do objecto. Por outro lado, o método da sobreposição de modos com o de Newmark obtém os mesmos resultados, mas com um tempo de computação igual a 12s.

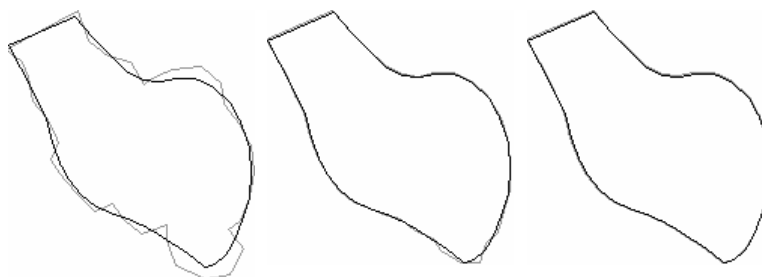


Fig. 2: A preto está a forma final e a cinza a última forma simulada pelo método da sobreposição de modos com o método de Newmark utilizando na resolução da equação de equilíbrio dinâmico, da esquerda para a direita, 50%, 75% e 100% dos modos de vibração.

¹ Consideramos distância como a norma euclidiana do vector das distâncias entre cada dado pontual de uma forma e o seu correspondente na forma final.

Para analisar a influência do material virtual na metodologia adoptada, considere-se uma viga encastrada de um dos seus lados, sujeita a cargas distribuídas que a deformam. Utilizando o emparelhamento modal com optimização como anteriormente referido, todos os 18 dados pontuais das formas inicial e final são emparelhados correctamente, Fig. 3. Neste caso, optou-se por parar o processo de simulação computacional da deformação envolvida quando a distância da forma estimada à forma final for menor que 3% da distância entre as formas dadas. Para verificar como o material virtual afecta os resultados, utilizou-se a metodologia adoptada considerando alumínio, cobre e aço. Na Tab. 1 estão indicados o número de passos e o tempo necessários para completar o processo computacional usando cada um dos quatro métodos de integração considerados e os três diferentes materiais adoptados (em todos os casos, definiu-se $\Delta t=0.0015s$ e $k=108N/m$).

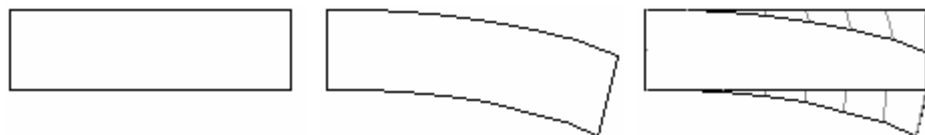


Fig. 3: Formas inicial (à esquerda) e final (ao centro): viga encastrada e a mesma após deformação; e o emparelhamento obtido entre os dados pontuais dos contornos associados (à direita).

Tab. 1: Resultados obtidos para atingir uma distância menor que 3% da inicial utilizando diferentes métodos de integração e materiais virtuais.

Método	Material					
	alumínio		cobre		aço	
	Passos	Tempo (s)	Passos	Tempo (s)	Passos	Tempo (s)
Diferença Central (DC)	6801	9	11527	15	16484	22
Newmark (N)	6799	9	11525	15	16481	22
Sobreposição de Modos com CD (com todos os modos de vibração)	6801	9	11527	15	16484	22
Sobreposição de Modos com N (com todos os modos de vibração)	6799	9	11525	16	16481	23

Os resultados experimentais obtidos nesta análise estão de acordo com o esperado: aplicando a mesma carga a uma viga de alumínio, a uma viga de cobre e a uma viga de aço, a primeira deforma-se mais rapidamente que a segunda, que por sua vez se deforma mais rapidamente que a terceira, visto o alumínio ser menos rígido que o cobre, que por sua vez é menos rígido que o aço.

CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

Os resultados experimentais obtidos neste trabalho na determinação de correspondências e na simulação computacional da deformação envolvida entre duas formas dadas são coerentes com o comportamento físico esperado, validando assim a metodologia física considerada.

O método de integração numérica da sobreposição de modos pode acelerar o processo computacional de resolução da equação de equilíbrio dinâmico se for reduzido o número de modos de vibração utilizado nesse processo. No entanto, dependendo da aplicação envolvida, o uso de poucos modos de vibração pode comprometer significativamente a precisão dos resultados obtidos.

Considerando o número total dos modos de vibração, os quatro métodos considerados obtêm resultados muito similares. No entanto, a estabilidade do método da diferença central é condicionada pelo passo de integração escolhido, o mesmo se passando, necessariamente, com a estabilidade do método da sobreposição de modos quando aliado a esse método. Por outro lado, o método de Newmark usado como um esquema de segunda ordem é incondicionalmente estável, permitindo assim a sua utilização com um passo de integração maior. Tal faz com que seja mais

rápida a convergência para a forma final dada quando este método é o considerado na resolução da equação dinâmica de equilíbrio. Aliando o método de Newmark e o método da sobreposição de modos para o mesmo fim, obtém-se uma convergência ligeiramente mais lenta.

Embora os resultados experimentais obtidos na simulação computacional do comportamento de objectos em imagens usando a metodologia adoptada neste trabalho sejam bastante satisfatórios, há ainda algum trabalho a realizar no futuro tendo em vista a sua melhoria. Como exemplos de possíveis trabalhos futuros podem ser indicados: a consideração de restrições adequadas no processo de simulação, tal como restrições que impeçam que um ponto de uma forma estimada ultrapasse o seu ponto correspondente na forma final dada, a utilização de elementos finitos adequados a grandes deformações, a consideração de correspondências entre dados pontuais do tipo um com vários e vários com um, o desenvolvimento de implementações computacionais paralelizadas, etc.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente desenvolvido no âmbito do Projecto de Investigação “Segmentação, Seguimento e Análise de Movimento de Objectos Deformáveis (2D/3D) usando Princípios Físicos” financiado pela FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia de Portugal, com a referência POSC/EEA-SRI/55386/2004.

REFERÊNCIAS

- 1 J.M. Tavares, *Análise de Movimento de Corpos Deformáveis usando Visão Computacional*, Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2000.
- 2 D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr e K. Fleischer, Elastically deformable models, *Proc. of the 14th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp. 205-214, 1987.
- 3 S. Sclaroff, *Modal Matching: a Method for Describing, Comparing, and Manipulating Digital Signals*, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA, 1995.
- 4 L.S. Shapiro e J.M. Brady, Feature-based correspondence: an eigenvector approach, *Image and Vision Computing*, vol. 10 (5), pp. 283-288, 1992.
- 5 L. Bastos e J.M. Tavares, Matching of objects nodal points improvement using optimization, *Inverse Problems in Science and Engineering*, vol. 14 (5), pp. 529-541, 2006.
- 6 M.L. Bastos, *Optimização da Determinação das Correspondências Entre Objectos Deformáveis no Espaço Modal*, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2003.
- 7 A. Pentland e B. Horowitz, Recovery of Nonrigid Motion and Structure, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13 (7), pp. 730-742, 1991.
- 8 S. Sclaroff e A. Pentland, Modal Matching for Correspondence and Recognition, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 17 (6), pp. 545-561, 1995.
- 9 K.-J. Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1996.
- 10 P. Gonçalves, R.R. Pinho e J.M. Tavares, Physical Simulation Using FEM, Modal Analysis and the Dynamic Equilibrium Equation, *Proc. of the CompIMAGE - Computational Modelling of Objects Represented in Images: Fundamentals, Methods and Applications*, 2006.
- 11 R.R. Pinho, *Determinação do Campo de Deslocamentos a partir de Imagens de Objectos Deformáveis*, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2002.
- 12 N. Newmark, A Method of Computation for Structural Dynamics, *Journal of Engineering Mechanics Division*, vol. 85 (3), pp. 67-94, 1959.
- 13 K.C. Vinnakota e J.B. Bassingthwaighte, Myocardial Density and Composition: a Basis for Calculating Intracellular Metabolite Concentrations, *American Journal of Physiology - Heart and Circulatory Physiology*, vol. 286, pp. 1742-1749, 2004.
- 14 P. Moustakidis, H.S. Maniar, B.P. Cupps, T. Absi, J. Zheng, J.M. Guccione, T.M. Sundt e M.K. Pasque, Altered Left Ventricular Geometry Changes the Border Zone Temporal Distribution of Stress in an Experimental Model of Left Ventricular Aneurysm: A Finite Element Model Study, *Circulation*, vol. 106 (suppl. I), pp. I168-I175, 2002.

UNIDADES E NOMENCLATURA

M	matriz de massa (kg)
K	matriz de rigidez (N/m)
C	matriz de amortecimento (kg/s)
Φ	matriz modal
Z	matriz de afinidade
<i>t</i>	passo de tempo (s)
U	vector dos deslocamentos pontuais
\dot{U}	vector das velocidades pontuais
\ddot{U}	vector das acelerações pontuais
R	vector das cargas aplicadas
<i>k</i>	constante de rigidez
V	vector dos deslocamentos modais
\dot{V}	vector das velocidades modais
\ddot{V}	vector das acelerações modais