# METODOLOGIAS DE SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO CÍCLICO DE ELEMENTOS DE BETÃO ARMADO: ESTUDO COMPARATIVO E VALIDAÇÃO **EXPERIMENTAL**

<b>JOÃO</b> <b>PEDROSA</b> Est. Mestrado FEUP	PEDRO DELGADO Eq. Assistente ESTG - IPVC	<b>PATRÍCIO ROCHA</b> Eq. Prof. Adjunto ESTG - IPVC	<b>ANTÓNIO ARÊDE</b> Prof. Auxiliar FEUP
Porto-Portugal	Viana do Castelo- Portugal	Viana do Castelo- Portugal	Porto-Portugal
NELSON	JOÃO MIRANDA	ANÍBAL	RAIMUNDO
VILA POUCA	GUEDES	COSTA	DELGADO
Prof. Auxiliar	Prof. Auxiliar	Prof. Catedrático	Prof. Catedrático

Porto-Portugal

FEUP

FEUP Porto-Portugal Univ. de Aveiro Aveiro-Portugal

FEUP Porto-Portugal

# **SUMÁRIO**

Este trabalho tem como principal objectivo o estudo comparativo de diversas metodologias existentes para a simulação numérica do comportamento cíclico não-linear de elementos de betão armado, com vista a compreender as suas vantagens e limitações. Neste estudo, que procura contribuir para estabelecer o campo de aplicação de cada uma das ferramentas numéricas, são adoptados os seguintes modelações: modelo de dano contínuo, modelo de fibras e modelo de rótula plástica concentrada.

O primeiro modelo apoia-se em discretizações com elementos finitos planos ou volumétricos incorporando duas variáveis escalares de dano independentes para a simulação dos mecanismos não lineares de degradação do betão em tracção e compressão e utilizando o modelo Giuffré-Menegotto-Pinto para simular o comportamento cíclico da armadura discretizada com elementos de treliça. Por sua vez, o já bem conhecido modelo de fibras, recorre a discretizações com elementos de viga tradicionais mas em que, ao nível das secções de controle nos pontos de Gauss, se traduz o comportamento não linear através de relações constitutivas uniaxiais diferentes para fibras de betão e de aco. Finalmente, no já clássico modelo de rótula plástica concentrada, cada elemento é constituído por uma zona central elástica e duas zonas extremas onde o comportamento não linear da rótula é simulado por uma lei de comportamento global tipo Takeda em termos de momento-curvatura da secção.

Os estudos numéricos realizados procuram simular os resultados experimentais obtidos numa campanha de ensaios desenvolvidos no LESE - FEUP (Laboratório de Engenharia Sísmica e Estrutural), envolvendo dois tipos diferentes de elementos estruturais, nomeadamente pilares maciços de edifícios e pilares ocos de pontes, a fim de identificar as possibilidades e capacidades das diferentes metodologias na modelação do comportamento cíclico destes tipos de elementos.

# 1. INTRODUÇÃO

Os efeitos de recentes sismos têm demonstrado que diversas estruturas de betão armado se comportam ainda insatisfatoriamente, especialmente aquelas que foram construídas de acordo com regulamentos anteriores. Assim sendo, são naturalmente desejáveis todos os esforços efectuados no sentido de desenvolver e aplicar metodologias de avaliação do comportamento sísmico, que possam servir de base para a quantificação objectiva de probabilidades de ruína, de modo a avaliar a necessidade de reforço e aumento dos níveis de segurança.

Neste contexto, no Laboratório de Engenharia Sísmica e Estrutural (LESE) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP) tem vindo a ser desenvolvido um estudo comparativo de soluções de reforço de pilares apoiado numa campanha experimental. Em paralelo, surgiu naturalmente a necessidade de se complementar este trabalho experimental com uma vertente numérica visando prever e interpretar de forma o mais consistente possível os resultados experimentais.

Tendo em consideração que as metodologias numéricas a usar devem envolver o comportamento não linear histerético dos materiais, as dificuldades inerentes ao seu uso aumentam significativamente, quer no que se refere à selecção do grau de complexidade do modelo por forma a procurar um adequado compromisso entre o rigor e a rapidez do cálculo, quer no que se refere aos diversos parâmetros que são necessários definir.

Actualmente encontra-se já disponível uma apreciável gama de modelos numéricos de maior ou menor complexidade com capacidade para abordar os problemas em apreço. O objectivo do presente trabalho consiste assim em avaliar e propôr "limites de aplicabilidade" de alguns desses modelos de cálculo, desenvolvidos na ou em parceria com a FEUP, conforme o tipo de esforço dominante no comportamento global do pilar e no modo de rotura.

A importância deste estudo comparativo relaciona-se ainda com os meios informáticos disponíveis, já que estes influenciam fortemente, em termos de tempos de cálculo e de manipulação de ficheiros de dados, a opção entre as diferentes metodologias abordadas. Um outro aspecto que também importa compreender é a evolução do grau de complexidade da interpretação dos resultados à medida que se aprofunda o refinamento do modelo usado.

No presente trabalho procurou-se assim realizar um estudo comparativo entre várias estratégias de avaliação do comportamento cíclico de pilares de pontes, tendo sido utilizados, para o efeito, os três modelos numéricos seguintes por ordem crescente de complexidade:

- modelo de rótula plástica concentrada;
- modelo de fibras tridimensional com não linearidade distribuída;
- modelo de dano, baseado na mecânica de dano contínuo, apoiado em discretizações por elementos finitos em estado plano e tridimensionais.

As análise numéricas foram realizadas com recurso ao programa geral de cálculo estrutural CAST3M [1], no qual se encontram implementados os modelos de dano [2], [3], [4] e de fibras [5] e ao programa PNL para a simulação com o modelo de rótula plástica concentrada, baseado num modelo tipo Takeda modificado [6] e posteriores alterações ao nível de implementação computacional [7].

# 2. CAMPANHA EXPERIMENTAL

### 2.1. Setup de ensaio

A campanha de ensaios que serviu de motivação para as modelações numéricas apresentadas baseia-se em pilares de secção transversal maciça e oca, quadrada e rectangular.

O "*setup*" utilizado nos ensaios experimentais, apresentado na Figura 1, envolve dois actuadores ortogonais independentes, para aplicação de carga vertical e horizontal. Tanto a sapata do pilar como os pórticos de reacção horizontal e vertical são fixados à laje de reacção do laboratório através de barras pré-esforçadas. Nos ensaios destes pilares foi aplicada uma carga axial de 250 kN (vertical) que se manteve constante durante o ensaio. Os deslocamentos horizontais foram impostos na cabeça dos pilares de forma cíclica através do actuador horizontal, registando-se a respectiva força.



Figura 1: Esquema e fotografia do layout de ensaio.

O controlo dos actuadores é realizado através de um sistema PXI da *National Instruments* com software dsenvolvido no LESE na plataforma LabVIEW (ni.com). Idêntica estratégia é usada para o sistema de aquisição de dados que permite a leitura directa de toda a informação da instrumentação, constituída por um conjunto de transdutores de lineares de deslocamento (LVDTs) e de células de carga de base extensométrica.

#### 2.2. Modelos de pilares ensaiados

Neste estudo foram usados dois pilares com características diferentes, que permitem evidenciar comportamentos distintos. Fazem parte de campanhas experimentais diferentes, mas o objectivo global dos ensaios é comum e reporta-se ao estudo de estratégias de reforço com mantas de fibras de carbono (CFRPs).

Os dois tipos de modelos físicos são distinguidos pela designação do lote de que provêm: PA1 e PO2. Assim, o pilar PA1 faz parte de um conjunto de pilares de betão armado de secção rectangular, com 200x400 mm<sup>2</sup>, e uma altura de 1700 mm a partir do topo da sapata. Os provetes foram construídos com uma sapata rígida de 1300 mm x 1300 mm x 500 mm, fortemente armada para eliminar qualquer rotura prematura durante os testes.

Tal como ilustra na Figura 2-a, o pilar tem seis varões longitudinais de 12 mm de diâmetro de aço com uma tensão média de cedência de cerca de 500MPa, sendo transversalmente armado com varões de 6 mm de diâmetro, espaçados de 150 mm, de aço com uma tensão média de cedência de 700 MPa. A sapata foi armada com varões de 10 mm de diâmetro de aço idêntico ao da armadura longitudinal. A resistência média do betão à compressão obtida através de ensaios de compressão em provetes cúbicos foi avaliada em 26,5 MPa.

O pilar PO2, de secção rectangular oca, corresponde a um modelo a escala reduzida de um pilar de ponte. A utilização de secções ocas em pilares altos de pontes revela-se adequada, conseguindo-se desta forma obter grande rigidez de forma económica, tendo por isso sido prática comum neste tipo de obras. Os modelos ensaiados apresentam 450x900 mm<sup>2</sup> de dimensão exterior, com 75 mm de espessura de parede, armadura longitudinal constituída por varões de 8 mm de diâmetro e armadura transversal realizada com arames de 2,6mm de diâmetro (Figura 2-b).



Figura 2: Secção transversal dos pilares ensaiados. a) PA1 com secção maciça; b) PO2 com secção oca.

### 3. MODELOS NUMÉRICOS DE ANÁLISE

#### 3.1. Modelo de Dano

O modelo constitutivo a utilizar para o betão foi desenvolvido por Faria [2], [3] e fundamenta-se na Mecânica de Dano Contínuo. No essencial o modelo recorre a um 'tensor de tensões efectivas'  $\overline{\sigma}$ , que nas aplicações que aqui apresentadas se pode identificar com o tensor de tensões elástico  $\overline{\sigma} = D:\varepsilon$  (onde D é a matriz constitutiva elástica), decomposto em tensores de tracção  $\overline{\sigma}^+$  e de compressão  $\overline{\sigma}^-$ . A estes tensores estão associadas variáveis escalares de dano (respectivamente  $d^+e^-d^-$ ) independentes, cujos valores possíveis obedecem à condição  $0 \le d^{+(-)} \le 1$  e podem ser intuitivamente associados à degradação produzida no betão sob condições de tracção ou de compressão.

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d^+) \, \overline{\boldsymbol{\sigma}}^+ + (1 - d^-) \, \overline{\boldsymbol{\sigma}}^- \tag{1}$$

Os critérios de dano são estabelecidos com base em funções do tensor das tensões efectivas, em que as tensões de referência  $\overline{\tau}^+ e \ \overline{\tau}^-$  dependem respectivamente da tensão efectiva de tracção, das tensões octaédricas normal e tangencial de compressão e de um parâmetro de confinamento, K. Inspirado em [8] os critérios de dano são adoptados de acordo com as expressões seguintes

$$\overline{\tau}^+ - r^+ \le 0 \tag{2}$$

$$\overline{\tau}^{-} - r^{-} \le 0 \tag{3}$$

nas quais  $r^{+(-)}$  podem ser interpretados como variáveis de endurecimento, controlando a expansão das superfícies de dano descritas pelas equações (2) e (3). O domínio elástico inicial é caracterizado pelas condições  $\bar{\tau}^+ = r_0^+$  e  $\bar{\tau}^- = r_0^-$ , sendo  $r_0^{+(-)}$  propriedades materiais relacionáveis com as tensões  $f_0^{+(-)}$  que se obtêm de ensaios uniaxiais para determinação da tensão de cedência, do módulo de elasticidade e do já referido parâmetro de confinamento K.

As leis de evolução dependem explicitamente da variável de endurecimento ( $r^{+(-)}$ ) e de parâmetros (um para a tracção e dois para a compressão) obtidos através de pontos ( $\sigma$ ,  $\varepsilon$ ) de passagem obrigatória da curva constitutiva e que ajudam à sua definição. Têm igualmente de ser definidas de acordo com as condições reais de confinamento uma vez que o modelo não é totalmente autonómo para incorporar de forma automática este efeito. No presente modelo as leis de evolução das variáveis de dano para o betão são explícitas em termos dos parâmetros de endurecimento  $r^{+(-)}$ , obtendo-se bons resultados ([2], [9]) com recurso às seguintes definições

$$d^{+} = 1 - r_{o}^{+} / r^{+} e^{A^{+} (1 - r^{+} / r_{o}^{+})} , \text{ se } r^{+} \ge r_{o}^{+}$$
(4)

$$d^{-} = 1 - r_{o}^{-} / r^{-} (1 - A^{-}) - A^{-} e^{B^{-} (1 - r^{-} / r_{o}^{-})} , \text{ se } r^{-} \ge r_{o}^{-}$$
(5)

Os parâmetros  $A^{+(-)}$  e  $B^{-}$ , são fixados considerando a sua dependência face a alguns factores tais como o refinamento da malha de elementos finitos, os parâmetros de comportamento do betão em tracção (resistência  $f_{ct}$  e energia de fractura  $G_{f}$ ) e dois pontos da lei constitutiva em compressão. De forma esquemática, a Figura 3-a reproduz a resposta global fornecida pelo modelo para o comportamento cíclico do betão em condições 1D quando as variáveis de dano são definidas de acordo com as equações (4) e (5).

Nas simulações numéricas aqui descritas, o modelo de dano foi usado para simulação do comportamento do betão em conjunto com discretizações estruturais por elementos finitos sólidos e de estado plano de tensão. Inicialmente desenvolvido e implementado num programa autónomo por Faria [2], o modelo encontra-se actualmente disponível também no programa de análise estrutural CAST3M [1],[4].



Figura 3: Comportamento uniaxial do betão.

#### 3.2. Modelo de Menegotto-Pinto

Do ponto de vista da discretização das armaduras, em conjunção com o modelo de dano (atrás referido) e o modelo de fibras (apresentado na secção seguinte), recorreu-se a uma formulação discreta através da qual os varões são representados na sua real posição usando elementos de barra que ligam nós correspondentes da malha de elementos finitos utilizada para o betão. O comportamento desses elementos de barra é exclusivamente axial e para a modelação do comportamento cíclico dos varões das armaduras é adoptada a formulação explícita proposta por Giuffré e Pinto [10] e ilustrada na Figura 4 que se encontra disponível no programa CAST3M.



Figura 4: Modelo de comportamento cíclico para o aço.

Conforme pode ser observado nesta figura, o modelo prevê o ajuste de uma curva de transição entre duas assímptotas que se intersectam num ponto de coordenadas ( $\varepsilon_0$ ,  $\sigma_0$ ), ponto este que se move de acordo com a incursão no domínio plástico, e diferenciado consoante proceda de uma descarga a partir de um ponto em tracção ou em compressão (ver índices 1 e 2 do ponto na Figura 4). As assímptotas são definidas por rectas de pendentes E e  $E_h$  (respectivamente os módulos elástico e de endurecimento do aço).

#### 3.3. Modelo de Fibras

O modelo de fibras segue uma formulação já bem conhecida que se baseia na discretização da estrutura com elementos de viga, no caso presente elementos de Timoshenko para incorporar a deformação por corte. Ao nível da secção em cada ponto de Gauss, as características seccionais são definidas por uma discretização plana autónoma de elementos finitos, realizada em paralelo com a discretização longitudinal de elementos lineares. A discretização no plano da secção permite assim individualizar fibras de betão e de aço às quais correspondem modelos constitutivos distintos.

Obedecendo às hipóteses cinemáticas (Figura 5-a) subjacentes à formulação de Timoshenko (secções planas mantêm-se planas, mas não necessariamente normais ao eixo da peça após a deformação) e usando apenas um ponto de Gauss no centro do elemento de viga de dois nós, esta modelação implementada em CAST3M admite uma distribuição uniforme de curvatura ao longo do elemento com base na qual são calculadas as deformações axiais nas fibras que por sua vez permitem quantificar as respectivas tensões usando o modelo do material adequado (betão ou aço). A integração dessas tensões na secção conduz aos esforços nos pontos de Gauss que, por sua vez também integrados ao longo do elemento conduzem às forças respectivas forças nodais.

Os esforços de corte são tratados de forma independente, assumindo comportamento elástico com uma rigidez correspondente a uma dada percentagem (sujeita a calibração) da rigidez elástica.

As não-linearidades incluídas no modelo resultam então da lei de comportamento assumida para as fibras de betão e de aço. Para este último adopta-se o já referido modelo de Menegotto-Pinto enquanto que para o betão o modelo de comportamento cíclico em compressão e tracção encontra-se descrito por Guedes em [5] e [11]. Este modelo (Figura 5-b) incorpora a perda de rigidez (amolecimento) após fissuração por tracção e o comportamento unilateral do betão resultante do fecho de fendas; no domínio da compressão inclui também o amolecimento após resistência de pico bem como o efeito do confinamento no valor daquela resistência e no próprio amolecimento.



Figura 5: Modelo de fibras. a) cinemática ao nível da secção; b) Comportamento cíclico uniaxial do betão (figuras extraídas de Guedes [11]).

Este modelo numérico, na versão desenvolvida e implementada por investigadores ligados à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto ([6], [7]), adopta uma modelação estrutural que utiliza elementos de barra com comportamento linear elástico ou não-linear em flexão plana num programa designado PNL. Os elementos com comportamento não-linear são constituídos por uma zona central elástica e duas zonas extremas com características plásticas. Deste modo, o comportamento não linear material dos elementos de barra concentra-se nas suas extremidades pois são essas as zonas críticas onde ocorrerem os principais fenómenos de fendilhação e plastificação que se desenvolvem numa extensão relativamente curta, em geral não excedendo um comprimento igual à altura de secção.

Para as secções correspondentes às zonas não-lineares (vulgo rótulas plásticas) dos elementos de barra utilizados na modelação estrutural é adoptado um modelo global não linear de tipo Takeda modificado ([12], [6], [13], [7]) que se apoia em curvas base de momento-curvatura usadas para idealizar o comportamento monotónico de secções de betão armado e num conjunto de regras de histerese de carga, descarga e recarga para acomodar fenómenos de degradação de rigidez e de resistência, de pinching e pequenos ciclos.

Estas curvas base resultam do ajuste de envolventes tri-lineares às relações monotónicas de momento-curvatura estabelecidas através de um procedimento numérico baseado no modelo de fibras [7], a partir das características geométricas das secções dos pilares, suas dimensões, quantidades e localização das armaduras, bem como das características dos materiais, permitindo, nomeadamente, separar as zonas de betão confinado e não confinado.

### 4. ESTUDO COMPARATIVO

As comparações a efectuar são baseadas em três pilares ensaiados no laboratório, com características distintas e que, portanto, apresentam comportamentos bastante diferentes. Estes resultados ajudam a avaliar a capacidade de cada modelo para simular os fenómenos em causa, nomeadamente a resistência ao corte e à flexão e ajuizar sobre qualidade de informação que através deles pode ser obtida. Tal como já foi referido, trata-se de um pilar de secção cheia (PA1-N6-E1, onde PA1 é o tipo de secção, N6 identifica o número do modelo e E1 se refere ao ensaio realizado) e um pilar de secção oca sobre o qual foram executados dois ensaios, um sobre a configuração original (PO2-N2-E1) e outro sobre o mesmo pilar reabilitado e reforçado com CFRPs (PO2-N2-R1) após este ter sido previamente ensaiado à rotura. São usados os três modelos na simulação de cada pilar e apresentados os respectivos resultados, como elementos úteis para a discussão sobre as suas capacidades e potencialidades. Para os ensaios sobre os pilares ocos (PO2-N2-E1 e PO2-N2-R1), a simulação com modelo de dano encontra-se apoiada em malha de elementos finitos 3D, enquanto que no caso do pilar de secção cheia (PA1-N6-E1) é usada uma malha 2D por se considerar praticamente desprezável o gradiente de tensões na direcção perpendicular ao carregamento. As simulações numéricas foram realizadas impondo como acção no topo do pilar os mesmos deslocamentos impostos nos ensaios experimentais. Nas simulações com modelo de dano foi discretizada a sapata enquanto que na modelação por fibras ou por rótula concentrada o apoio na base foi considerado como viga elástica cujos características foram calibradas de maneira a atender à rigidez inicial evidenciada no ensaio.

### 4.1. Simulação do ensaio PO2-N2-E1

Realizado sobre um pilar de secção oca, este ensaio apresentou um modo de deformação e de rotura francamente influenciados por uma reduzida capacidade resistente ao corte. A deformação por corte, sendo governada sobretudo pelo comportamento do betão em tracção, requer um modelo que simule com suficiente precisão os efeitos da tracção e que portanto consiga incluir este modo de deformação no comportamento de cada elemento estrutural. Esta consideração vem sustentada pela comparação de resultados patente na Figura 6 onde se torna claro que o modelo de dano é o que melhor consegue acompanhar a resposta força – deslocamento. Os outros modelos apresentados consideram a rigidez ao corte como elástica linear pelo que o modo de rotura por eles captado, para o mesmo tipo de carregamento, é necessariamente de flexão. No entanto, e apesar de apresentar um desempenho claramente superior aos restantes, o modelo de dano revela ainda assim algumas dificuldades em captar correctamente o comportamento desta estrutura nas fases de descarga. Embora ainda em análise, admite-

se que este facto possa ser atribuível à complexidade da deformação por corte no betão armado, que porventura requer uma calibração muito exigente dos parâmetros do modelo do betão em tracção, e também a alguma limitação do próprio modelo em captar de forma correcta a deformação ao nível da fenda (nomeadamente por não incluir efeitos localizados de perda de aderência e de escorregamento da armadura relativamente ao betão).



Figura 6: Ensaio PO2-N2-E1 – pilar oco original. Resposta experimental versus simulações numéricas..

Numa referência especial ao modelo de dano, o único que apresentou resultados satisfatórios para o pilar em causa, nota-se uma boa concordância entre resultados numéricos e experimentais, ao nível de danos e de tensões na armadura. Como se pode ver pelos resultados ilustrados na Figura 7-a para um deslocamento de 25mm no topo (já próximo da rotura), o reduzido valor dos danos em compressão obtidos da simulação numérica, aparentam boa concordância com o comportamento real que de facto não exibiu esmagamento significativo do betão, apenas evidenciando algum destaque na zona dos cantos onde o modelo também apresenta o maior índice de danos em compressão.

Por outro lado, a clara influência dos efeitos de corte, que aliás dominaram o modo de rotura, vem reflectida na simulação numérica pela plastificação dos estribos ao longo de toda a altura do pilar (Figura 7-b) e corroborada ainda pelo diagrama de extensão da armadura longitudinal que evidencia deformações bastante concentradas nos varões das extremidades (Figura 7-c), por efeito da deformação por corte, levando assim a que a rotação na base seja pequena.

Através da Figura 8, onde se comparam as deformadas obtidas da simulação numérica com as imagens do ensaio experimental para dois níveis de deslocamento de topo (10mm e 25mm), parece haver uma boa correspondência entre a forma da deformada numérica e a real. As linhas verticais de rotura da alma, que se encontram relativamente próximas da sua ligação aos banzos, foram satisfatoriamente captadas pelo modelo numérico sob a forma de distorções nos correspondentes elementos finitos da alma, como se pode observar na deformada representada na Figura 8-b.



a) dano em compressão b) tensões nos estribos c) Extensões na armadura longitudinal Figura 7: Ensaio PO2-N2-E1 – pilar oco original. Resultados numéricos com modelo de dano para d=25 mm.



Figura 8: Ensaio PO2-N2-E1. Deformadas – numérico vs experimental para dois níveis de deslocamento.

Sobre os resultados apresentados importa assim realçar que, para uma estrutura que exiba um comportamento dominado pela deformação por corte, não é possível acompanhar o comportamento real com os modelos mais simplificados aqui usados. Por outro lado, apesar de o modelo de dano não ter captado inteiramente o comportamento real, é notório que a modelação 3D, acompanhada por uma adequada lei constitutiva, consegue fazer com que a estrutura acomode deformações que nem sequer são contempladas num modelo como os outros apresentados. De facto, como se pode observar na Figura 8-b, na zona central do pilar há um misto de distorção com empolamento e rotação, e os modelos de fibras e de rótula concentrada apenas consideram a rotação.

#### 4.2. Simulação do ensaio PO2-N2-R1

Após reforço do pilar originalmente designado PO2-N2-E1 obteve-se uma nova configuração de pilar em que as almas foram totalmente reabilitadas e a secção foi globalmente reforçada por cintas de CFRP pelo exterior. A análise dos resultados anteriores e também a deformada real do pilar original dão a entender que as armaduras longitudinais dos banzos não terão sofrido plastificação e que o dano em compressão foi diminuto. Deste modo as características iniciais deste pilar são idênticas ao original com excepção da fissuração dos banzo e introdução das cintas de reforço.

Esta solução de reforço visou em especial prevenir a rotura de corte observada no pilar original. Como se pode observar na resposta experimental do ensaio PO2-N2-R1 apresentada na Figura 9 o pilar reforçado apresentou

uma capacidade resistente ligeiramente superior ao original e, sobretudo, maior ductilidade. O aumento de ductilidade resulta em parte pelo confinamento conferido pelas mantas de fibra de carbono, mas deve-se essencialmente ao facto de a rotura estar agora associada a um modo de flexão e não a um modo de rotura de corte como se observou no pilar original.

A análise do gráfico da Figura 9 sugere que todos os modelos terão captado duma forma satisfatória os resultados experimentais. O ensaio cíclico apenas foi simulado com o modelo de dano, para este pilar, no entanto os restantes modelos apresentam valores de força máxima com pouca discrepância com o observado. Uma das diferenças mais evidentes é a rigidez elástica que é um pouco superior nos resultados do modelo de rótula concentrada. Isto deve-se ao facto de, neste modelo, não ser possível alterar as características da secção transversal relativamente ao ensaio anterior por não se poder actuar directamente sobre a tracção do betão, ao contrário dos restantes modelos nos quais os danos prévios, sobretudo a fissuração dos banzos, podem ser simulados por perdas pontuais de resistência à tracção do betão, permitindo uma melhor adaptação da rigidez.



Figura 9: Ensaio PO2-N2-R1 – pilar oco reforçado. Resposta experimental versus simulações numéricas.

Os resultados mostram uma rotura claramente dominada por flexão, que todos os modelos conseguiram captar, tal como evidenciam as Figuras 9 e 10. Na Figura 10-a pode ver-se uma deformada numérica em que o deslocamento de topo é devido sobretudo à rotação na base. O diagrama de curvaturas ao longo do pilar obtido com o modelo de fibras (Figura 10-c) mostra também que se formou uma rótula plástica muito próximo da base, acima da qual se nota que as curvaturas assumem variação constante em altura fruto de um comportamento predominantemente linear. O mapa de danos em compressão (Figura 10-b) apresenta já um certo grau de esmagamento na base, perfeitamente de acordo com as observações efectuadas no ensaio experimental.



Figura 10: Ensaio PO2-N2-R1, pilar oco reforçado. Resultados numéricos com modelo de dano para d=25 mm.

#### 4.3. Simulação do ensaio PA1-N6-E1

Em comparação com o caso anterior este pilar apresenta características mais comuns e que se revelam, neste caso numa maior simplicidade de análise. A secção cheia confere-lhe boa resistência ao corte, complementada com armaduras transversais capazes de resistir a esforços transversos superiores a 200 kN.

O principal modo de deformação deste pilar é por flexão que, como se pode ver na Figura 11, é correctamente captado por todos os modelos.



Figura 11: Ensaio PA1-N6-E1 – pilar maciço. Resposta experimental versus simulações numéricas.

Em modos de deformação dominados por flexão, a influência do betão em tracção, materializada pelo efeito de retenção de tensões de tracção entre fendas ("*tension-stiffening*") e da resistência à tracção, faz-se sentir apenas na fase de fendilhação, sendo praticamente desprezável numa análise mais global, sobretudo próximo da rotura. Desta forma, qualquer modelo que incorpore correctamente as leis constitutivas uniaxiais do betão em compressão e do aço, tem capacidade para obter resultados satisfatórios, particularmente em termos de regime pós-cedência. Este facto está bem patente no gráfico da Figura 11 em que três modelos com níveis de complexidade muito diferentes apresentam resultados muito semelhantes em termos de força máxima e ductilidade. No entanto, nota-se no modelo de rótula plástica concentrada, o menos refinado, uma menor capacidade para reproduzir correctamente a rigidez inicial, o que é compreensível na medida em que este modelo não permite acompanhar o "amaciamento" da curva na transição entre a fase elástica e a cedência, pelo facto de não contemplar o espalhamento progressivo da fendilhação ao longo do elemento.

Os resultados de todos os parâmetros de resposta obtidos com o modelo dano evidenciam bem que a rotura ocorrida é dominada pela flexão. Tanto o aspecto da deformada numérica da Figura 12-a como o esmagamento evidenciado pelo elevado dano em compressão (Figura 12-b) sugerem que a deformação do topo do pilar se deve sobretudo a uma rotação concentrada na base. Para o estado de deformação apresentado, correspondente a um deslocamento de 40mm, o pilar encontra-se claramente em fase de cedência, cuja extensão do respectivo patamar dependerá sobretudo da ductilidade dos materiais. O mapa de tensões da armadura longitudinal apresentado na Figura 12-c evidencia, aliás, isso mesmo, encontrando-se as armaduras em avançada fase de plastificação.

A obtenção de resultados tão detalhados como os dados pelo modelo de dano não é possível com os demais. Apesar de o modelo de fibras manipular algumas das grandezas usadas no modelo de dano (em termos de definição da armadura e curva histerética do betão, por exemplo), está ainda assim um pouco limitado, sendo a análise dos resultados feita por secções transversais e por desenvolvimento do eixo em altura. Com o modelo de rótula plástica concentrada apenas se conseguem visualizar grandezas relacionadas com a secção.

A Figura 13-a ilustra o diagrama momentos-curvaturas na base do pilar obtido com o modelo de fibras e evidencia bem uma grande acomodação de deformação, por rotação, para um patamar estável da acção exterior. Por seu turno, a Figura 13-b dá uma ideia da evolução das curvaturas em altura no instante de carregamento para o qual também foram extraídos e analisados os resultados do modelo de dano deste pilar, assinalado com uma marca pontual no pico de curvatura (-0.15) na Figura 13-a.



a) deformada numérica b) Dano em Compressão c) Tensão na armadura longitudinal Figura 12: Ensaio PA1-N6-E1, pilar maciço. Resultados numéricos com modelo de dano para *d*=40 mm.



Figura 13: Ensaio PA1-N6-E1, pilar maciço. Resultados numéricos com o modelo de Modelo de Fibras.

# 5. CONCLUSÕES

Uma avaliação meramente qualitativa dos resultados obtidos com os diferentes modelos permite realçar que são equivalentes diferindo apenas no detalhe da informação fornecida. Deste modo, na escolha de uma determinada formulação, importa ter *a priori* uma ideia de qual a informação que se pretende obter com o cálculo, sabendo que uma ferramenta como o modelo de dano fornece uma estimativa mais realista do comportamento, mas também tem um peso substancialmente maior em termos computacionais e algumas dificuldades acrescidas se se pretender obter resultados mais simples do tipo relação momento – curvatura.

A eficiência de cada modelo não pode ser de facto avaliada de forma isolada e independente do problema a tratar. Veja-se o caso do ensaio PO2-N2-R1, em que os resultados dos modelos de fibras e de dano são muito idênticos; porém, caso se pretenda obter apenas a curva global força – deslocamento, e tendo em atenção os resultados apresentados, não parece fazer muito sentido optar pelo modelo de dano que é mais moroso e dispendioso em termos computacionais. Idêntica consideração se poderia eventualmente fazer entre uma modelação apoiada em malha 2D ou 3D. No entanto, se por exemplo se pretendesse analisar as transferências de tensões entre a alma e o banzo, ou simplesmente avaliar o comportamento da armadura transversal, o modelo de fibras já não seria capaz de fornecer os resultados pretendidos.

Por outro lado, é muito difícil obter, a partir dos resultados do modelo de dano, parâmetros de resposta ao nível da secção, tais como curvaturas e distorções, uma vez que se verifica uma grande sobreposição de estados de deformação (do tipo flexão, corte, axial, e outros) em cada camada de elementos e, as secções deixam de ser planas após a deformação o que foge claramente aos pressupostos que permitem tirar partido das simplificações ao nível da secção.

### 6. AGRADECIMENTOS

Este artigo refere investigação realizada com o apoio financeiro da "FCT - Fundação para a Ciência e Tecnologia", Portugal que reconhecidamente se agradece.

Os autores gostariam de agradecer à empresa João da Silva Santos, Lda. pela construção dos pilares maciços, à empresa Irmãos Maia, Lda pela construção dos pilares ocos ensaiados e, também, à empresa S.T.A.P.-Reparação, Consolidação e Modificação de Estruturas, S. A. pelos trabalhos de reparação e reforço. Agradecimentos finais também para equipa do laboratório, Eng.º André Martins e Sr. Valdemar Luís, por todo o cuidado prestado na preparação dos ensaios.

# 7. REFERÊNCIAS

- [1] Pasquet, P. (2003) Manuel d'utilisation de Cast3m. Commissariat à l'Énergie Atomique, www.cast3m.cea.fr.
- [2] Faria R. and Oliver, J. (1993) A rate dependent plastic-damage constitutive model for large scale computations in concrete structures. CIMNE Monograph 17, Barcelona.
- [3] Faria, R., Oliver, J. and M. Cervera, (1998) A strain-based plastic viscous-damage model for massive concrete structures. *International Journal of Solids and Structures* **35**(14), 1533-1558.
- [4] Costa, C., Pegon, P., Arêde, A. and Castro, J., Implementation of the Damage model in Tension and Compression with Plasticity in Cast3m. Report EUR, ISPC, CEC, JRC, Ispra (VA), Itália. (em fase de publicação).
- [5] Guedes, J., Pegon, P. and Pinto, A.V. (1994) A fibre/Timoshenko beam element in Castem 2000. JRC Special Publication N°I.94.31, Ispra, Itália.
- [6] Duarte, R.T., Oliveira, C.S., Costa, A.C., Costa, A.G. (1990) A Non-linear Model for Seismic Analysis, Design and Safety Assessment of Reinforced Concrete Buildings. *Earthquake Damage Evaluation & Vulnerability Analysis of Building Structures*, edited by A.Koridze, OMEGA Scientific.
- [7] Varum, H. (1996) Modelos Numéricos para a Análise Sísmica de Pórticos Planos de Betão Armado. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1996.
- [8] Simo, J. and Ju, J. (1987) Strain- and stress-based continuum damage models. I: Formulation. *Int. J. Solids Structures*, **23**(7), pp. 821-840.
- [9] Vila Pouca, N. (2002) Simulação Numérica da Resposta Sísmica de Elementos Laminares de Betão Armado. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- [10] Menegotto M. and Pinto, P. (1973) Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and non-elastic behaviour of elements under combined normal force and bending. *IABSE Symp. Resist. Ultimate Deform. of Struct. Acted on by Well-Defined Repeated Loads*, Lisbon, Portugal.

- [11] Guedes, J. (1987) Seismic behaviour of reinforced concrete bridges. Modelling, numerical analysis and experimental assessment. PhD Thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- [12] Takeda, T., Sozen, M.A., Nielsen, N.N. (1970) Reinforced concrete response to simulated earthquakes. *Journal of the Structural Mechanics Division of the ASCE*, ST12, 96.
- [13] CEB (1996) RC Frames Under Earthquake Loading. Comité Euro-International du Béton, Bulletin nº231.