

# Boletim



SOCIEDADE PORTUGUESA  
DE ESTATÍSTICA

Publicação semestral

primavera de 2017



## Incerteza em Engenharia

### Medições, erros aleatórios e o filtro de Kalman

Testes U. M. P. não enviesados e o controlo de artigos defeituosos em Engenharia Industrial ..... 15  
Marco Costa .....

Simulação de Monte Carlo na avaliação de incertezas de medição ..... 22  
Manuel Cabral Morais .....

Modelação do atraso dos veículos em cruzamentos semaforizados ..... 30  
Sandra Ramos .....

Regressão Linear com Variáveis Fortemente Correlacionadas ..... 34  
Maria Lurdes Simões e Paula Milheiro Oliveira .....

O papel das metodologias prob. e est. no melhoramento da concepção de materiais obtidos por misturas ..... 43  
Mário Figueiredo e Robert Nowak .....

Métodos Bayesianos para Engenharia ..... 50  
Paula Milheiro Oliveira .....

Incerteza existe! ..... 56  
Giovani Loiola da Silva .....

Dinis Duarte Pestana e Fernanda Otilia Figueiredo ..... 61

Editorial ..... 1

Mensagem da Presidente ..... 3

Notícias ..... 4

*Enigmística* ..... 12

SPE e a Comunidade ..... 13

Pós-Doc ..... 70

Ciência Estatística ..... 74

Prémio SPE 2017 ..... 77

Prémios “Estatístico Júnior 2017” ..... 78

Bolsas para XXIII Congresso SPE ..... 80

### Informação Editorial

**Endereço:** Sociedade Portuguesa de Estatística.  
Campo Grande. Bloco C6. Piso 4.  
1749-016 Lisboa. Portugal.

**Telefone:** +351.217500120

**e-mail:** [spe@fc.ul.pt](mailto:spe@fc.ul.pt)

**URL:** <http://www.spestatistica.pt>

**ISSN:** 1646-5903

**Depósito Legal:** 249102/06

**Tiragem:** 500 exemplares

**Execução Gráfica e Impressão:** Gráfica Sobreireense

**Editor:** Fernando Rosado, [fernando.rosado@fc.ul.pt](mailto:fernando.rosado@fc.ul.pt)

Sociedade Portuguesa de Estatística desde 1980

# O papel das metodologias probabilísticas e estatísticas no melhoramento da concepção de materiais obtidos por misturas

Paula Milheiro Oliveira, *poliv@fe.up.pt*  
Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia e CMUP

## 1 Introdução

No dia a dia da Engenharia, os profissionais lidam com situações que envolvem medições que não é possível obter de forma exacta ou recorrem a modelos que representam a realidade de uma forma aproximada, no sentido em que a diferença entre o que os valores que o modelo nos fornece e a realidade, numa situação concreta, não é conhecida com exactidão ou apresenta variabilidade que se pode traduzir de forma aleatória. Da medição mais simples à mais complexa, do modelo mais simples ao mais complexo, a incerteza está patente e é necessário reconhecer que não há medições nem modelos perfeitos, livres de erro e que componentes aleatórias são intrínsecas a muitos fenómenos da natureza e a muitos fenómenos hesógenos. Os próprios equipamentos que usamos na medição de grandezas físicas, sejam eles a balança que temos em casa ou aquele que existe no laboratório, dos mais simples aos mais sofisticados, todos eles são de facto inexactos, e são calibrados para se obter uma determinada precisão finita. As condições em que os equipamentos são usados também são muitas vezes impossíveis de controlar completamente e podem influenciar as próprias medições, traduzindo-se por um erro aleatório que podemos modelar de maneira probabilística. São factos bem conhecidos dos probabilistas, dos estatísticos e dos engenheiros. Deste reconhecimento da incerteza inerente resulta a necessidade de saber decidir sobre incerteza.

Neste artigo pretende-se discutir e fazer realçar metodologias de tipo probabilístico e estatístico passíveis de serem usadas na avaliação de adequação de materiais em desenvolvimento ou de propriedades menos percebidas, contribuindo para criar materiais que vão mais ao encontro do que é desejado e permitindo melhorar aspectos da sua concepção/fabricação, conduzindo-nos nomeadamente a custos mais baixos de produção (ver por exemplo Massol-Chaudeur *et al.* (2003), Destandau *et al.* (2006), Prato-Garcia e Buitrón (2013)). Estamos a referir-nos a materiais que são constituídos por uma mistura de substâncias componentes, em que estas substâncias (ditas materiais constituintes) são sujeitas a um procedimento de medição prévio, de forma a obter as percentagens adequadas de cada uma delas na mistura. Se por um lado se pretende que as misturas atinjam certos alvos inicialmente descritos, também é verdade que, geralmente, a robustez da mistura, ou seja "a capacidade de resistir a fontes externas de incerteza ou de variabilidade" é, só por si, uma função objetivo a maximizar.

Propomos uma metodologia que consiste em: (i) definição de uma medida probabilística para a robustez da mistura; (ii) modelação das propriedades de resposta do material; (iii) estimação da probabilidade definida em (i); (iii) comparação das diferentes misturas, incluindo aspectos económicos, de eficiência ou outros aspectos relevantes. A fase que acarreta a modelação das propriedades da mistura (fase (ii)) é realizada em ambiente laboratorial. Previamente à modelação, recomenda-se, sempre que possível, um planeamento experimental, de modo a obter um bom modelo com o menor número de experiências possível.

Descrevemos resumidamente o exemplo da concepção de um tipo de betão e de como algum cuidado científico nesse procedimento pode conduzir a ganhos de produtividade nas empresas que se dediquem ao fabrico desses materiais (para mais detalhes, ver Nunes *et al.* 2006).

## 2 Uma medida probabilística para a robustez da mistura

Quando pretendemos obter um dado material através de uma mistura de substâncias componentes (por exemplo um betão, uma tinta, um plástico, etc), naturalmente que as quantidades ou as percentagens desses materiais na composição da mistura são determinantes para o desempenho da mesma. Geralmente usa-se uma "receita" para a sua fabricação, tal como na culinária. E, tal como na culinária, há várias receitas possíveis para chegar ao mesmo objectivo que será um material (um bolo) com determinadas características (fofo, com forte sabor a chocolate, que se conserve sem endurecer rapidamente, por exemplo). Os materiais constituintes ou substâncias componentes são medidos antes de ser feita a mistura, por pesagem ou por avaliação do volume, geralmente. Começam aqui as fontes de incerteza, porque as medições não são exactas, porque os próprios materiais constituintes variam um pouco de remessa para remessa em termos das suas propriedades (ver Figura 1(a)), porque há outros factores, de que são exemplo os factores ambientais (por exemplo a humidade do ar) que afectam as reacções químicas na produção do material, porque há equipamentos de fabrico a manusear nem sempre pelo mesmo operador, em certos casos porque o material é transportado em condições variáveis enquanto não estão finalizadas todas as reacções químicas que conduzem ao material no seu estado final (ver Figura 1(b)), enfim um sem número de razões que nos conduzem a admitir a variabilidade na fabricação dos materiais em causa e a incerteza sobre o seu comportamento final.

Na linguagem corrente da engenharia, tratando-se de um material fabricado através de uma mistura, diz-se que a mistura é robusta quando é minimamente afetada por fontes externas de incerteza ou de variabilidade. Uma mistura robusta deverá tolerar desvios correntes inerentes ao processo de fabricação, mantendo as suas propriedades dentro dos limites especificados para o material. Podemos interpretar este conceito matematicamente.

Sejam  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  as variáveis de resposta consideradas para a mistura e  $r_{inf}^i, r_{sup}^i$  os limites de aceitação para a resposta  $Y_i, i = 1, \dots, n$ , de acordo com as especificações pré-estabelecidas para o material. Consideremos também o critério de aceitação global envolvendo as  $n$  variáveis de resposta:  $\bigcap_{i=1}^n \{r_{inf}^i < Y_i < r_{sup}^i\}$ . Assumiremos como medida de robustez do material a probabilidade

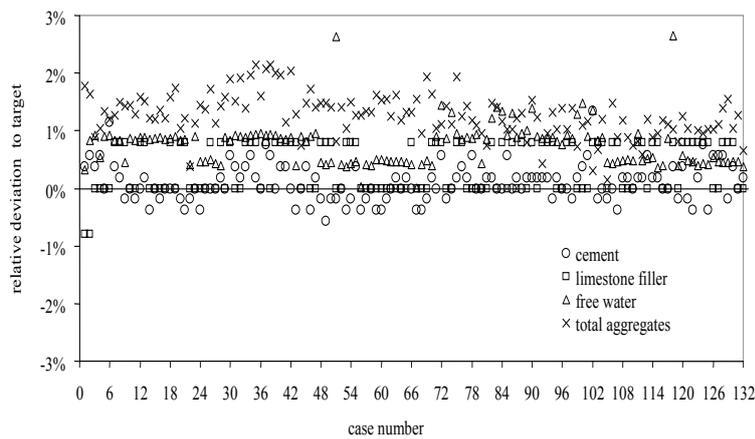
$$pr = P \left( \bigcap_{i=1}^n \{r_{inf}^i < Y_i < r_{sup}^i\} \right). \quad (1)$$

Admitindo a independência das variáveis de resposta, as contribuições individuais de cada uma das variáveis para a robustez da mistura podem ser obtidas como sendo as probabilidades de ocorrência de valores dentro dos limites de aceitação para cada uma das variáveis isoladamente:

$$pr_i = P \left( R_{inf}^i < Y_i < R_{sup}^i \right), i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

A possibilidade de comparar estas contribuições é importante, em termos práticos, uma vez que as quantidades  $pr_i$  nos dizem quais são as variáveis de resposta, ou, se preferirmos, as propriedades do material, que são mais ou menos sensíveis no processo de produção.

As variáveis de resposta  $Y_i, i = 1, \dots, n$  são consideradas variáveis dependentes, sendo as variáveis independentes ou explicativas aquelas que traduzem as quantidades ou as percentagens dos constituintes na mistura,  $X_i, i = 1, \dots, p$ . A relação entre variáveis de resposta e constituintes da mistura não é geralmente conhecida e tem de ser obtida por via estatística, por exemplo recorrendo a modelos de regressão.



(a)



(b)

Figura 1: Alguns exemplos de fontes de incerteza: (a)variabilidade dos próprios materiais constituintes; (b)condições em que o material é transportado.

### 3 Modelação da resposta do material

Numa situação normal de produção do material podemos assumir que as quantidades de materiais constituintes que compõem uma mistura são variáveis aleatórias que podemos modelar através de distribuições apropriadas, muito frequentemente mas não necessariamente gaussianas. Mediante experiências realizadas em laboratório, em que os materiais são ensaiados em termos da sua resposta, podemos recolher dados sobre as respostas do material, usando observações das variáveis aleatórias constituintes, em remessas controladas. É com base nos ensaios realizados em laboratório, para as diferentes especificações de mistura, que construímos um modelo de regressão para a resposta. Este modelo pode apresentar não linearidades e é relativamente comum recorrer-se a transformações sobre as variáveis explicativas, nomeadamente as potências  $1/2$  e  $-1$ . Como já tivemos ocasião de referir, haverá vantagens em recorrer a um plano experimental, nesta fase, de modo a diminuir o esforço de ensaios a realizar no laboratório e as quantidades de materiais que vão ser utilizados nesses ensaios, que são quase sempre não re-utilizáveis.

Quando a modelação é feita com base nas quantidades absolutas de substâncias constituintes, os modelos de regressão clássicos ou os robustos são habitualmente usados. No entanto convém lembrar que, se, no lugar destas, a modelação for feita com base nas proporções de constituintes na mistura,

e recorrermos a todas as proporções para caracterizar a mistura (ou seja a soma das proporções é 100%), teremos de recorrer a técnicas de modelação de dados composicionais (ver Pawlowsky-Glahn *et al.* (2015)). A decisão sobre modelar quantidades absolutas ou proporções na mistura (e quais das proporções, porque pode ser uma grande lista) é tomada tendo em conta o problema em particular que se está a resolver, pois tem a ver com o tipo de medição que é feita (por peso, por volume, etc), com as fontes de maior variabilidade ou com a variabilidade mais preocupante na concepção do material e ainda com o tipo de procedimentos laboratoriais. Os métodos estatísticos serão naturalmente usados como argumento para eliminar algumas variáveis que não contribuam de forma significativa para a resposta.

Em qualquer dos casos precisaremos de estabelecer um modelo estatístico para as variáveis de resposta que intervêm em (1), que estabeleça a sua relação com os constituintes da mistura.

## 4 Estimação da robustez da mistura e optimização da concepção

As probabilidades definidas em (1) e (2), poderiam obviamente ser calculadas de forma exata se fosse conhecida a distribuição conjunta dos  $Y_i, i = 1, \dots, n$ . Uma vez que se trata de variáveis de resposta (em situação de fabricação corrente não são observadas), o mesmo seria dizer: se fossem conhecidas as distribuições marginais das variáveis independentes  $X_i, i = 1, \dots, p$  e o modelo que relaciona a resposta com as variáveis independentes fosse exatamente conhecido. Como vimos, não é o caso nos problemas em que se pretende melhorar a concepção de materiais. Às variáveis explicativas são ajustadas distribuições, estatisticamente, e a ligação entre estas e as variáveis de resposta é representada por um modelo estatístico também ele ajustado a partir das observações feitas em contexto de laboratório. Resta-nos portanto estimar essas probabilidades ou, por outras palavras, estimar a robustez de cada mistura.

Podemos obter as estimativas das probabilidades definidas em (1) e (2) com base em simulações de Monte Carlo, assumindo as distribuições ajustadas para as variáveis  $X_i, i = 1, \dots, p$  e os modelos de ligação destas às variáveis de resposta, incluindo a parcela de erro aleatório, ou podemos recorrer à reamostragem a partir das observações feitas sobre os constituintes ao longo do processo de produção, e não no laboratório, e analisar a frequência de ocorrência dos acontecimentos nas reamostras para obter as estimativas da probabilidade. Naturalmente que este segundo procedimento será estatisticamente mais robusto.

Uma vez estimadas as probabilidades (1) associadas a diferentes misturas estamos em condições de escolher a mais robusta. Como tivemos ocasião de referir na Secção 2, as estimativas das probabilidades (2) serão úteis em termos práticos, já que nos permitem perceber em que medida é que cada resposta contribui para a robustez da mistura, por exemplo evidenciando as variáveis que mais nos devem preocupar quando tentamos aumentar a robustez de uma dada mistura. Torna-se particularmente interessante, do ponto de vista do gestor de produção, avaliar a situação de possível aumento de robustez sem aumento considerável de custos, o que é bastante fácil de executar, na prática, uma vez que podemos associar um custo a cada "opção" de mistura.

## 5 O exemplo do betao

Esta secção servir-nos-á para exemplificar como é que a metodologia descrita pode ser aplicada na concepção de misturas de betão SCC (betão autocompactável). Os detalhes desta aplicação podem ser consultados em Nunes *et al* (2006) e são aqui apresentados muito resumidamente. Neste caso as variáveis explicativas são:

- $X_1$  = razão volumétrica água/finos ( $V_w/V_p$ );
- $X_2$  = razão fíler/cimento, em massa, ( $w_f/w_c$ );
- $X_3$  = razão superplastificante/total de finos, em massa ( $S_p/p$ );
- $X_4$  = relação entre o volume de areia e o volume de argamassa ( $V_s/V_m$ ).

e as variáveis de resposta consideradas são:

- $Y_1$  = diâmetro de espalhamento (Desp)
- $Y_2$  = tempo necessário para escoar a argamassa no funil V (Tfunil)
- $Y_3$  = resistência à compressão aos 28 dias ( $f_c, 28\text{dias}$ )

Procedeu-se à comparação de 3 misturas, denominadas A, B e C. A Tabela 1 mostra as quantidades dos constituintes das diferentes misturas, as respectivas respostas estimadas pelo modelo de regressão obtido em Nunes *et al* (2006), os custos (euro/ $m^3$ ) associados a cada mistura e a robustez de cada mistura como definida em (1). Note-se que a mistura C é a que apresenta o custo mais elevado e é também a menos robusta, logo deve ser preterida pelo gestor de produção. A mistura B é um pouco mais dispendiosa do que a mistura A (o custo sobe 4%) mas é também um pouco mais robusta. Para decidir entre as misturas A e B o gestor de produção entrará em conta com vários factores, entre os quais a política de satisfação dos clientes que a empresa pretende seguir e os custos reais que a devolução ou a perda de clientes por se encontrarem insatisfeitos poderá representar.

Composição ( $Kg/m^3$ )	Mistura A	Mistura B	Mistura C
cimento	333.7	378.7	435.2
filler	344.2	313.5	257.7
água	170.4	173.5	176.4
superplastificante	9.24	9.60	10.47
areia 1	335.0	359.9	354.2
areia 2	406.0	353.7	370.7
agregados	735.3	744.1	729.3
Custo ( $/m^3$ )	53.0	55.1	57.9
robustez	0.85	0.86	0.77

Tabela 1: Composição das misturas, custo e robustez.

## 6 Comentários finais

Descrevemos uma metodologia bastante geral que pode ser seguida para resolver problemas envolvendo a concepção de materiais que são obtidos através de uma mistura e em que é possível variar as quantidades ou as proporções dos constituintes dessa mistura. Pressupõe-se que existem pré-especificações para o material a fabricar, que têm de ser respeitadas, e que se traduzem por gamas de valores para a resposta do dito material, havendo uma preocupação com a sua robustez no sentido que lhe é dado em engenharia de "capacidade de resistir a flutuações diversas que residem nos próprios constituintes ou nas condições de manipulação durante a fabricação e que não se torna viável controlar". Para isso usámos uma medida de robustez que é de tipo probabilístico. A optimização na concepção pode ser feita usando essa medida de robustez.

## **Agradecimentos**

O autor foi parcialmente financiado pelo CMUP (UID/MAT/00144/2013), que é financiado pela FCT usando fundos estruturais nacionais (MEC) e europeus (FEDER), mediante contrato ao abrigo do PT2010.

## **BIBLIOGRAFIA**

Destandau E., Vial J., Jardy A., Hennion M., Bonnet D., Lancelin P. (2006): Robustness study of a reversed-phase liquid chromatographic method for the analysis of carboxylic acids in industrial reaction mixtures *Analytica Chimica Acta*, 572(1), pp. 102-112.

Massol-Chaudeur S., Berthiaux H., Dodds J. (2003): The development and use of a static segregation test to evaluate the robustness of various types of powder mixtures *Food and Bioproducts Processing: Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Part C*, 81(29), pp. 106–118.

Nunes S., Figueiras H., Milheiro–Oliveira P., Sousa–Coutinho J., Figueiras J. (2006): A methodology to assess robustness of SCC mixtures, *Cement and Concrete Research*, 36(12), pp. 2115–2122.

Pawłowsky-Glahn V., Egozcue J. J., Tolosana-Delgado R. (2015): *Modeling and Analysis of Compositional Data*, Wiley.

Prato-Garcia D., Buitrón G. (2013): Improvement of the robustness of solar photo-Fenton processes using chemometric techniques for the decolorization of azo dye mixtures *Journal of Environmental Management*, 131, pp. 66–73.

