

MÉTODO DE SEGMENTAÇÃO DE OBJETOS EM IMAGENS BASEADO EM CONTORNOS ACTIVOS E ALGORITMO GENÉTICO

Elza Marisa Paiva de Figueiredo Chagas & Denilson Laudares Rodrigues
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica / MEA – Pontifícia Universidade Católica – PUC MINAS, Av. Dom José Gaspar, 500, Coração Eucarístico – Belo Horizonte, MG, BRASIL, (+55 31) 3319-4910. e-mail: {quissala, denilsonlr}@pucminas.br

João Manuel R. S. Tavares
Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental / Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Rua Dr. Roberto Frias, s/n, 4200-465 Porto, PORTUGAL. e-mail: tavares@fe.up.pt, url: www.fe.up.pt/~tavares

Palavras-Chave: *Análise de Imagem, Segmentação de Imagem, Contornos Activos, Algoritmos Genéticos.*

RESUMO: *Este trabalho apresenta um método de segmentação de imagem baseado em modelos deformáveis, em particular contornos ativos do tipo balão. O contorno inicial é visto como uma curva elástica que deve ser deformada através da minimização de uma função de energia entre as forças internas da curva – relacionadas com a suavidade, elasticidade e rigidez do contorno deformável – e as forças externas – potencial de atração do contorno em direção ao objeto de interesse – geradas a partir da imagem. Este contorno inicial, neste caso inserido no interior do objeto, evolui sob a ação das forças internas e externas. Por este motivo, o modelo deformável de balão considerado equivale a insuflar ou expandir um contorno, isto é a curva inicial definida, até que esta se adapte de maneira ótima à estrutura de interesse presente na imagem a segmentar. A minimização da energia conduz a um equilíbrio entre as forças envolvidas no modelo. O método proposto utiliza o conceito de algoritmos genéticos em conjunto com contornos activos (usualmente conhecidos como snakes) de modo a fornecer uma solução robusta ao problema dos mínimos quadrados que estes tradicionalmente apresentam. Os resultados apresentados confirmam o potencial da abordagem proposta e incentivam a continuação de trabalhos de pesquisa de maneira a ampliar sua contribuição em atividades que demandem tarefas de análise de imagem.*

1. INTRODUÇÃO

Em muitas aplicações de análise de imagem, a segmentação das imagens a analisar é uma das etapas necessárias para a obtenção de informações qualitativas, como a identificação do objeto de interesse, bem como de informações quantitativas deste, como área, perímetro e volume. Trata-se de um processo que subdivide uma imagem nas suas partes ou objetos constituintes [33]. Segmentar uma imagem significa, portanto, separá-la em regiões com propriedades comuns as quais correspondem a objetos ou partes de objetos na mesma imagem, ou mesmo ao fundo (*background*) da mesma. De maneira geral, os métodos para segmentação fazem uso de limiares (*thresholds*) e hipóteses iniciais para as estruturas a segmentar tais como tipos de texturas, distribuição de histogramas, dentre outras ([17]). Tradicionalmente, as técnicas de segmentação, tais como detecção de orlas de intensidade (bordas dos objectos), análise de textura e crescimento de regiões, consideram somente a informação local, podendo assim assumir hipóteses incorretas durante o processo de segmentação, dificultando o processo o posterior processo de análise.

Quando uma quantidade considerável de informação é necessária para o reconhecimento de objectos em imagens, a obtenção manual destes dados a partir de imagem original torna-se

várias vezes uma tarefa muito cansativa e complexa, sendo assim sujeita a erros e requerendo grande atenção e disponibilidade de um especialista da área envolvida ([18, 25]). O modelo de contornos ativos, também conhecido como *snakes* em Visão Computacional ([18, 34]) caracteriza-se como um recurso bem sucedido na solução de problemas relacionados com a segmentação de imagens, pois além de contarem com informação local da imagem envolvida, podem incorporar outras informações, tais como a topologia e suavidade do objecto a ser segmentado. Portanto, é desejável que processos computacionais como estes sejam automatizados. Entretanto, a segmentação automática de imagens é considerada um problema difícil de ser implementado em vários casos reais de análise de imagem devido, por exemplo, à presença de estruturas complexas, regiões não homogêneas e ruídos. Outro problema comum em imagens é a perda do sinal e a oclusão parcial ou mesmo total dos objetos de interesse, o que pode produzir contornos indistintos e desconectados durante a segmentação.

Os métodos de segmentação descritos na literatura podem ser classificados em [33]: filtragem local (realce das orlas de intensidade); crescimento e agrupamento de regiões (subdivide em sub-regiões com algum critério de homogeneidade); otimização de funções de energia (usam funções de energia definidas globalmente na imagem) e modelos deformáveis, como contornos ativos (fazem uso de informações locais da imagem e sobre o objecto). As técnicas de segmentação, caracterizadas como detecção de orlas de intensidade, crescimento de regiões e análise de textura, utilizam somente a informação local. Neste caso, é possível que durante o processo de segmentação sejam assumidas hipóteses incorretas. Usualmente, a resolução deste problema utiliza duas abordagens: por similaridade e por descontinuidade.

A primeira abordagem – por similaridade – deriva uma representação do contorno a partir da segmentação da imagem em regiões bem definidas, a partir do agrupamento de *pixels* que apresentam semelhança com os seus vizinhos ([32]). Em técnicas como limiarização e crescimento por regiões, por exemplo, não há possibilidade de inserir conhecimento sobre a forma da região. Quando as imagens não apresentam contraste homogêneo, a segmentação produz várias vezes contornos desconexos e ocos no interior dos objetos envolvidos. A técnica de crescimento por regiões, em particular, é muito sensível à inicialização das sementes a considerar na fase de inicialização. A abordagem por descontinuidade baseia-se diretamente nos *pixels* do contorno do objecto e pode detectar descontinuidades ou orlas usando propriedades diferenciais como, por exemplo, técnica do gradiente. Em imagens com ruído e objetos mal definidos, a segmentação pode recuperar falsas orlas e contornos descontínuos. As duas abordagens requerem um pós-processamento para construir uma representação adequada do contorno do objecto através, por exemplo, de um algoritmo *edge linking* ou *edge following* [17], tornando-as por vezes dependentes da acção manual de um especialista do domínio envolvido ([23]).

Geralmente, para realçar as orlas de intensidade de uma imagem suavizada, usando uma filtragem como a gaussiana, são seleccionados pontos com alto valor de gradiente. O resultado é uma filtragem passa-alta da imagem original que realça as fronteiras dos objetos presentes na mesma. Entretanto, não há possibilidade de definir precisamente a geometria das orlas dos objetos; além disso, não se conhece a melhor curva a ser utilizada para melhor representar a borda do objeto em questão. De acordo com [34], os modelos de *snakes* originais necessitam informações iniciais sobre o contorno a ser segmentado. Isto representa uma considerável desvantagem do método, além do mais as *snakes* originais apresentam dificuldades em aproximar-se de contornos de objectos em concavidade uma vez que as forças externas envolvidas são horizontais, deslocando o contorno verticalmente mas não progredindo adequadamente para a concavidade. É em relação a isto que a segmentação baseada em modelos apresenta vantagens consideráveis. Nesta abordagem, um modelo do contorno inicial é inserido no interior do objeto e é deformada até alinhar-se com o contorno desejado. Neste modelo, não se espera como resultado propriedades de continuidade e suavidade dos contornos, uma vez que estas são impostas desde o início da segmentação e, em um único processo, o contorno é localizado e representado. Técnicas deste tipo são conhecidas como

modelos deformáveis, sendo as *snakes* ([18]) originais e do tipo de balão (*balloon*) ([5]), exemplos destes modelos. Assim o método de Contorno Ativos é vantajoso ([2, 3]), pois se tem sempre uma curva fechada completamente definida dentro do domínio da imagem, que pode representar a borda do objecto a segmentar.

Entretanto, a extração de regiões de interesse a partir da aplicação de *snakes* possui várias limitações. Uma delas é que este método foi originalmente projetado para ser aplicado em modelos iterativos, isto é, ineciados e melhorados com a intervenção de um operador especialista. Quando tem-se modelos não-iterativos, a extração de regiões de interesse deve ser iniciada em local próximo à estrutura de interesse para garantir um bom desempenho. Além disso, a topologia de tal estrutura deve ser previamente conhecida, pois o método não é capaz de executar alterações em sua topologia original sem algum processamento adicional ([23]). Neste sentido, o modelo de balão tem como principal vantagem fornecer, desde o início da segmentação, uma representação poligonal para o contorno, a partir de uma inicialização que não precisa necessariamente estar próxima do contorno final. A proposta aqui apresentada explora a utilização de algoritmos genéticos em conjunto com *snakes* do tipo balão com objetivo de fornecer uma solução robusta ao problema dos mínimos locais que as mesmas apresentam.

Dividido em cinco seções, este artigo apresenta um estudo envolvendo a segmentação de imagens a partir da utilização de contornos ativos e algoritmos genéticos. Assim, a seção seguinte apresenta um resumo sobre o referencial teórico relacionado com algoritmos genéticos, *snakes* originais e do tipo balão. Na terceira seção é descrita a metodologia aplicada neste trabalho. Os resultados obtidos são apresentados na quarta seção. Na quinta e última seção são apresentadas as considerações finais.

2. REFERENCIAL TEORICO

2.1. Algoritmos Genéticos

Os algoritmos genéticos são algoritmos de busca baseados no mecanismo de seleção natural das espécies proposta por Charles Darwing ao definir que a cada geração, um novo conjunto de indivíduos é criado a partir das características herdadas dos seus antepassados e novas características por eles desenvolvidos. Isto garantirá a variedade do conjunto de indivíduos. Neste sentido, apesar de sua natureza aleatória, os algoritmos genéticos exploram eficientemente informação histórica com objetivo de investigar novos pontos de busca com melhor desempenho ([11]).

Embora existam diferentes implementações de algoritmos genéticos, todas operam interativamente, alterando um conjunto de indivíduos que representarão uma possível solução do problema. Além disso, a cada iteração todos os membros desta população têm sua aptidão avaliada de acordo com algum critério estabelecido. Uma função de avaliação é responsável por indicar a qualidade do indivíduo na população. Por fim, uma nova população é gerada alterando geneticamente alguns indivíduos da população corrente, por meio de uma seleção probabilística, mantendo os demais indivíduos inalterados. Esta etapa tem como objetivo a mistura de características entre indivíduos, de maneira a possibilitar a geração de indivíduos com maior grau de aptidão, ou, no caso deste trabalho, fornecer soluções mais adequadas ao problema da segmentação de imagem usando *snakes* do tipo balão.

De acordo com [11], um algoritmo genético possui três operações básicas de busca: reprodução ou seleção, cruzamento e mutação. A operação conhecida como reprodução ou seleção é o processo pelo qual os indivíduos contribuem para a busca de acordo com seu valor de aptidão, simulando o processo natural de seleção, em que o mais adaptado sobrevive. Ou seja, indivíduos com maior aptidão terão maior probabilidade de ser escolhidos. O método de produção de um par de novos indivíduos por meio da combinação de dois indivíduos genitores é conhecido como cruzamento. Nesta operação, um pedaço de um indivíduo é combinado com

um pedaço de outro indivíduo gerando o indivíduo filho. Por fim, a operação e mutação altera aleatoriamente alguma característica do próprio indivíduo com objetivo de manter a diversidade da população. A Figura 1 apresenta a estrutura básica de um algoritmo genético.

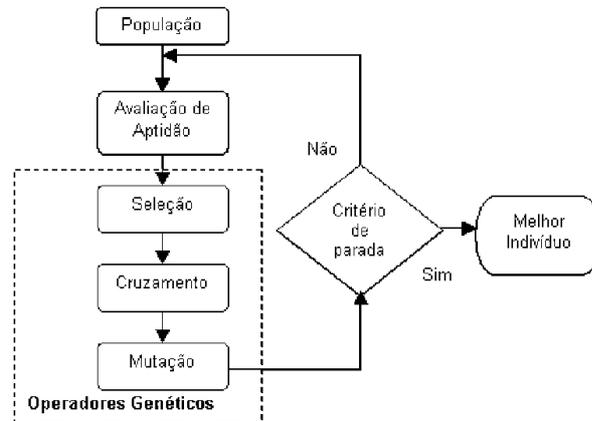


Figura 1. Estrutura básica de um algoritmo genético.

2.2. Snakes

Geometricamente, uma *snake* pode ser definida como um contorno paramétrico definido no plano da imagem $(x, y) \in R^2$. Uma *snake* é definida como uma curva poligonal, várias vezes inserida no interior do objeto, representada por $v(\psi) = (x(\psi), y(\psi))$, com $\psi \in [0, 1]$ indicando o domínio paramétrico, que se move no domínio de uma imagem no plano $(x, y) \in R$ ([23]) a fim de alinhar-se ao contorno do objecto a segmentar. A convergência da *snake* se dá-se pela minimização da função de energia que controla o seu movimento, com objetivo de encontrar mínimos de energia E_{snake} que coincidam com o contorno do objeto. Usualmente, estes mínimos de energia correspondem aos máximos de intensidade na imagem. Portanto, a forma de contorno de uma imagem $I(x, y)$ é definida como $E_{snake} = E_{int} + E_{ext}$, onde E_{int} representa a energia interna referente à deformação da curva e está associada com conhecimento a priori e E_{ext} representa a energia dependente da imagem na qual a *snake* está inserida. Dito de outra forma, o modelo inicial é deformado sob a ação de forças internas à curva e forças externas que atraem o modelo em direção ao contorno. A forma final do contorno corresponde ao mínimo dessa energia. A correspondência do modelo inicial deformado com o contorno é obtida pela busca de um vetor de parâmetros que minimize a soma das energias internas e externas. Matematicamente, isto é representado como:

$$E_{snake}(v(\psi)) = \int_0^1 E_{int}(v(\psi)) d\psi + \int_0^1 E_{ext}(v(\psi)) d\psi. \quad (1)$$

Mais especificamente, a energia interna da *snake*, definida como:

$$E_{int}(v(\psi)) = \frac{1}{2} \left[\alpha(\psi) \left| \frac{\partial v(\psi)}{\partial \psi} \right|^2 + \beta(\psi) \left| \frac{\partial v(\psi)}{\partial \psi} \right|^2 \right], \quad (2)$$

é responsável por manter a suavidade da curva quando inserida no campo de forças de imagem. A energia definida em (2) caracteriza a deformação de um contorno flexível e elástico. As funções não negativas $\alpha(\psi)$ e $\beta(\psi)$, definidas em (2), controlam a elasticidade e a rigidez da curva, respectivamente. A energia externa é responsável por atrair a *snake* para características de interesse na imagem, como contornos e superfícies de determinadas estruturas. Matematicamente, esta energia pode ser representada como uma função potencial escalar definida no plano da imagem ([23]), formulada de acordo com a característica de interesse a detectar. Assim, tem-se que:

$$\begin{aligned}
E_{linha}(v(\psi)) &= \pm I(v(\psi)) \\
E_{borda}(v(\psi)) &= \pm |\nabla I(v(\psi))|^2,
\end{aligned} \tag{3}$$

onde E_{linha} representa uma funcional responsável por atrair a *snake* para linhas na imagem I e E_{borda} a funcional correspondente para orlas de intensidade.

De forma a atuar na redução do nível de ruído da imagem original e na suavização das orlas presentes na mesma, um filtro do tipo Gaussiano pode ser considerado de maneira a aumentar o alcance de captura da *snake*. Este filtro é representado a partir da equação apresentada como:

$$\begin{aligned}
E_{ext}(x(\psi), y(\psi)) &= \int_0^1 \prod(v(\psi)) d\psi \\
E_{ext}(x(\psi), y(\psi)) &= -c |\nabla [G_\sigma * I(x(\psi), y(\psi))]|^2,
\end{aligned} \tag{4}$$

onde c controla a magnitude do potencial, $I(x(\psi), y(\psi))$ representa a imagem analisada, G_σ indica um filtro Gaussiano bidimensional com desvio padrão σ aplicado à imagem e ∇ representa o operador gradiente. O operador $\prod(v(\psi))$ indica que trata-se de uma função potencial escalar a definir no plano imagem. A aplicação de *snakes* em imagens exige a definição de potenciais externos cujos mínimos locais coincidam com extremos de intensidades, orlas ou outras características com interesse na imagem. O operador $G_\sigma * I(x(\psi), y(\psi))$ representa a convolução da imagem original com um filtro de suavização (filtro Gaussiano) cujo desvio-padrão σ controla a extensão espacial do mínimo local de \prod .

De acordo com o cálculo de variações, o contorno $v(\psi)$ que minimiza a energia $E_{int}(v(\psi))$ deve satisfazer a equação de Euler-Lagrange, definida como:

$$-\frac{\partial}{\partial \psi} \left(\alpha \frac{\partial v}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \left(\beta \frac{\partial^2 v}{\partial \psi^2} \right) + \nabla \prod(v(\psi)) = 0. \tag{5}$$

A equação diferencial parcial (5) representa o balanço das forças internas e externas quando o contorno atinge o equilíbrio. A solução numérica de (5) pode ser obtida a partir da solução iterativa de $v(\psi)$, conforme descrito em [33].

Na forma discreta, uma *snake* é definida como um contorno bidimensional formado por um conjunto de n nodos conectados ([7]). Neste sentido, cada nodo i da *snake*, $i = 0, \dots, n-1$, conecta-se a outro através de arcos e está associado a uma posição (*pixel*) que varia no tempo $x_i(t) = [x_i(t), y_i(t)]$, a forças de tensão $\alpha_i(t)$, flexão $\beta_i(t)$ e força dos dados da imagem $f_i(t)$. O conceito de energia aqui utilizado torna-se uma função discreta de $n-2$ pontos onde n representa o número de pontos da curva discretizada. Neste caso, a análise de convexidade irá reduzir a análise dos autovalores de sua Hessiana. Assim, procura-se estabelecer as condições necessárias para que estes autovalores sejam estritamente positivos, ou, em outras palavras, procura-se por condições que tornem o conceito de energia estritamente convexa. O problema inerente à convexidade do modelo é contornado imergindo o modelo original em um contexto dinâmico, onde a curva, mediante o uso da formulação Lagrangeana ([13, 20]), apresenta a característica de aceleração, o que lhe permite abandonar o domínio de atração de um mínimo local ([7]). A deformação da *snake* é, portanto, governada pela equação do movimento de Lagrange na sua forma discreta.

A força interna de tensão, que age para manter um espaçamento uniforme entre os nodos do modelo, é definida como:

$$\alpha_i(t) = 2x_i(t) - x_{i-1}(t) - x_{i+1}(t). \tag{6}$$

Por seu lado, a força interna de flexão, que relaciona-se à suavidade da *snake*, é definida como:

$$\beta_i(t) = 2\alpha_i(t) - \alpha_{i-1}(t) - \alpha_{i+1}(t). \tag{7}$$

Com objetivo de fazer com que a evolução da *snake* pare em orlas significantes, pode-se utilizar a força externa de dados da imagem definida como:

$$f_i(t) = -p\nabla P(x_i(t)). \quad (8)$$

A equação (8), conhecida como força do contorno, utiliza a função P como um potencial de atração definido pelo gradiente da imagem suavizada e p definido como intensidade da força. A aplicação do operador ∇ é utilizada aqui como forma de realçar as frequências altas.

Outra maneira de diminuir os efeitos da não convexidade da energia é usar métodos multi-escala ([1, 3, 4, 10, 23]) em que a solução é obtida mediante o refinamento da solução anterior. Neste sentido, à medida que o modelo refina a solução, espera-se que fique mais próximo do mínimo global desejado. Como trata-se de uma metodologia iterativa, o custo computacional pode aumentar devido a representação multi-escala considerada. Além disso, caso a seqüência de escala utilizada não seja adequada, pode não ocorrer a convergência para o contorno desejado.

Como já referido, apesar das inúmeras vantagens da utilização de *snakes* no processo de segmentação de imagem, as parametrizações da energia interna da *snake* podem limitar sua flexibilidade geométrica e impedir a representação de formas tubulares, saliências e bifurcações. Além disso, os métodos de *snakes* são sensíveis à inicialização, a problemas de minimização e a mudanças de topologia do modelo, ou seja, o método *snakes*, em sua forma original ([18]). Estes modelos requerem informação inicial referente à curva a ser inserida no interior do objeto, que deve ser similar e estar muito próxima do objetivo final, o que torna o processo cansativo quando da segmentação de um grande número de imagens. Se a *snake* for inicializada distante do contorno final, a sua evolução pode estacionar em falsas orlas que muitas vezes podem ser artefatos e ruídos presentes no interior do objeto desejado; a *snake* também é muitas vezes atraída para mínimos locais de energia que são insignificantes. Assim, em muitos casos práticos, a evolução da *snake* precisa ser supervisionada pelo usuário através da utilização de interfaces interativas. Se em uma seqüência de imagens as variações são pequenas, é possível partir de uma só inicialização e propagar os contornos obtidos em uma imagem como as curvas iniciais das próximas imagens ([5, 16, 20, 21]).

A utilização de métodos variacionais para a resolução do funcional de energia, como o descrito em [1], não oferecem a garantia de que a solução encontrada seja a mínima global ([12]), pois, como já referido, a solução pode ficar “presa” a um mínimo local. Para resolver este problema, [1] propõe um método de busca de uma mínima global utilizando programação dinâmica, sob pena de um elevado custo computacional. Mais tarde, [5] propõe o modelo de balão que adiciona uma força externa extra ao modelo original de *snakes*. A designação adotada vem do fato de que esta força faz a curva comportar-se como um balão insuflando-se em direção às fronteiras do objeto. Contudo, o modelo de balão não produz uma correta identificação de concavidades nas estruturas de interesse, apesar de ser menos sensível às condições iniciais da *snake*.

Em [29], um novo tipo de energia, conhecido como *Gradient Vector Flow*, foi proposto. Na solução proposta, a curva é gerada por meio da difusão dos vetores de gradiente sobre os níveis de cinza derivados da imagem original. A principal vantagem deste método em relação ao modelo tradicional caracteriza-se por sua habilidade de reconhecer concavidades profundas com uma menor sensibilidade em relação à definição da curva inicial. Apesar deste modelo ser menos sensível às condições iniciais e conseguir representar objetos de natureza não convexa, a segmentação pode falhar quando a curva é iniciada longe do contorno do objeto a ser segmentado, conforme descreve [7].

O modelo *T-Snakes*, também conhecido como modelo Topologia Adaptável, proposto por [23], combina a representação paramétrica do modelo tradicional com a flexibilidade geométrica e topológica dos modelos implícitos ([4, 21]). A idéia básica deste método é utilizar o modelo *Snakes* em uma decomposição triangular do domínio de interesse de forma que os resultados intermediários obtidos possam ser utilizados em métodos de continuação numérica para a execução eficiente e robusta de mudanças topológicas ([10]). Neste caso, há

uma reparametrização da *snake* baseada na subdivisão do espaço no qual ela está inserida. Além disso, esse modelo resolve os problemas de representação de formas tubulares, de saliências e de bifurcações. Como apresentam um aumento no custo computacional ([25]), o modelo *T-Snakes* exige que a curva seja inicializada próximo ao contorno desejado ([10]). Além disso, o processo de reparametrização apresenta pelo menos duas desvantagens: 1) perturbar a *snake*, particularmente nas proximidades das bordas desejadas, tornando o método muito sensível à triangulação usada; 2) tornar a energia interna da *snake* não-invariante por rotação e translação da curva, uma vez que sua discretização dependerá da sua posição no espaço. Por fim, é recomendado o refinamento da solução obtida por meio de um modelo paramétrico, tais como o modelo de balão ou de *Gradient Vector Flow* ([23]). Estas limitações do modelo T-Snake fazem com que sua evolução seja definida via informações estritamente locais, não envolvendo, portanto, nenhum processo de minimização explícito.

O modelo Dual, proposto por [12] e redefinido em [10], e designado como *Dual-T-Snake*, combina a evolução de dois contornos interligados: um que expande a partir do interior do objeto de interesse e outro que se contrai a partir do exterior do mesmo objeto. Apesar da utilização de duas curvas garantir que o método seja mais apto a rejeitar mínimos locais, garantindo maior robustez, ele necessita da correspondência entre os pontos das duas *snakes* e o estabelecimento a priori dos modelos de forma consistente com o modelo. O objetivo deste método é unir as características topológicas do modelo *T-Snake* com a robustez do método Dual em rejeitar mínimos locais. Entretanto, este modelo também pode necessitar de uma etapa de refinamento, pois utiliza o *T-Snake*. A utilização de algoritmos genéticos com *snakes*, proposta por [2], fornece uma solução robusta para o problema da sensibilidade à inicialização; além disso, este método também permite obter uma solução mínima global dentro da região de interesse. Outra abordagem de algoritmos genéticos com *snakes* é proposta em [8], na qual o algoritmo genético em conjunto com o modelo tradicional é utilizado em segmentação volumétrica.

O método *B-Snakes*, proposto por [24], utiliza *B-splines* em conjunto com *snakes* para aproximar o contorno desejado por uma curva *B-Spline* que controla sua tensão e rigidez, substituindo a componente interna da equação de energia. Algumas abordagens foram utilizadas em conjunto com *B-Snakes*, como a técnica do gradiente conjugado ([9]) e a técnica multiescalar ([3, 27]). Entretanto, como os pontos de controle da *B-Spline* não fazem parte da curva, o equilíbrio pode ser alcançado antes da fronteira da estrutura de interesse ([18]). Para minimizar a energia, o algoritmo *Greddy* ([31]) foi proposto baseado no modelo de programação dinâmica, porém utiliza uma busca local ao invés de uma busca global. A principal vantagem deste algoritmo vem justamente da redução do custo computacional e da manutenção das características de estabilidade numérica da programação dinâmica. Entretanto, ele não garante que a solução encontrada seja mínima global. Algumas melhorias ao algoritmo *Greddy* original podem ser encontradas na literatura ([18, 19]).

No modelo estatístico, proposto por [14], a força de pressão é controlada em função de características estatísticas dos dados da imagem ([5]). Neste caso, é necessário que uma parte da curva sobreponha a estrutura de interesse e que os parâmetros estatísticos sejam apropriados, para se obter um resultado satisfatório ([15]). A escolha de parâmetros apropriados tem o objetivo de fazer com que a curva se expanda ou se contraia de acordo com uma região inicial definida pelo usuário ([13]). O método *tube snake*, proposto por [25], oferece uma alternativa para representação de estruturas estreitas e alongadas. Isto é conseguido graças ao uso de uma topologia fixa de um cilindro. Entretanto, a habilidade de representar estruturas tubulares pode ser considerada a sua principal desvantagem na representação de formas distintas.

Com o objetivo de evitar o problema de mínimos locais, [5] introduziram uma força de expansão (de balão) que pressiona a curva além das orlas isoladas, parando apenas em orlas mais intensas. Neste caso, a *snake* passa a ser vista como um balão que é insuflado até atingir o contorno do objeto. Portanto, *snakes* baseadas em regiões tornam a evolução menos sensível à

inicialização e a problemas de mínimos locais ([22, 26]). Mudanças de topologia são úteis para resolver problemas inerentes à segmentação de múltiplos contornos e objetos comocos, concavidades ou ramificados. Estas mudanças permitem que a *snake* seja dividida para criar múltiplas *snakes* ou, ainda, fundir *snakes*. *Snakes* envolvendo curvas e superfícies ([23, 30]) e usando modelos implícitos ([4, 20, 21]) têm sido largamente empregadas em problemas de análise de imagem.

2.3. Modelo de balão

O modelo de balão ([5]) adiciona às *snakes* clássicas uma força externa de expansão $p_i(t)$ definida como:

$$p_i(t) = qF(I(x_i(t)))n_i(t), \quad (8)$$

para insuflar o modelo em direção aos contornos na imagem $I(x, y)$, onde n_i representa o vetor normal ao contorno no nó i e q indica a amplitude da força. A função binária representada como:

$$F(I(x, y)) = \begin{cases} +1, & \text{se } I(x, y) \geq T \\ -1, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (9)$$

relaciona a força e expansão aos dados da imagem para um limiar T . Ou seja, a função faz o balão contrair quando $F(I(x, y)) < T$, evitando, com isso, que o balão ultrapasse os limites do objecto. Portanto, a força de expansão permite que a *snake* ultrapasse as orlas que não formam o contorno do objeto.

O método de Euler e o método de diferenças finitas utilizados sobre a equação do movimento de Lagrange transformam a equação de deformação de balão (8) em:

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} - \frac{\Delta t}{\gamma} (a\alpha_i^{(t)} + b\beta_i^{(t)} - p_i^{(t)} - f_i^{(t)}), \quad (10)$$

ou seja, a posição do nó x_i é atualizada no intervalo de tempo Δt ; o parâmetro γ_i representa um coeficiente de deslocamento, enquanto os parâmetros a e b controlam a resistência do modelo às deformações. Neste caso, cada nodo da *snake* sofrerá sucessivas deformações até atingir o contorno final após um dado número de iterações.

3. METODOLOGIA

3.1. Discretização e Simulação Numérica

A solução de energia mínima é obtida a partir da discretização da função de energia $E_{snake}(v(\psi))$, definida em (1). Usualmente, o modelo geométrico contínuo \mathcal{V} é representado como uma combinação linear de funções de base com suporte local ou com suporte global. São exemplos de métodos locais: elementos finitos, diferenças finitas e *spline* geométricos; já os métodos baseados na transformada de Fourier são do tipo representação global. Matematicamente, a forma discreta da energia $E_{snake}(v(\psi))$ é definida como:

$$E(u) = \frac{1}{2} \{u\}^T [k] \{u\} + p(\{u\}), \quad (11)$$

onde o vetor $\{u\}$ representa, de forma discreta, o modelo contínuo $v(\psi)$, $[k]$ é a matriz de rigidez e $p(\{u\})$ representa versão discretizada do potencial externo. A equação (11) pode ser re-escrita como:

$$[k] \{u\} = -\nabla \{p\} = \{f\}, \quad (12)$$

com $\{f\}$ definindo o vetor de forças externas generalizadas. A relação apresentada pela equação (12) torna-se verdadeira uma vez se quer a solução para o mínimo de energia em que o gradiente da equação definida em (11) seja nula.

Escrevendo a versão discreta da equação dinâmica Lagrangeana de (5) em equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, tem-se:

$$[m]\ddot{u} + [c]\dot{u} + [k]u = \{f\}, \quad (13)$$

onde $[m]$ representa a matriz de massa e $[c]$ é a matriz de amortecimento. As derivadas em (5) são aproximadas por diferenças finitas; métodos explícitos ou implícitos de integração são usados para simular o sistema ordinário de equações diferenciais definidos em (13) com base nos parâmetros de forma $\{u\}$.

3.2. Algoritmos Implementados

Os algoritmos considerados foram implementados em Matlab com objetivo de explorar a utilização do conceito de algoritmos genéticos com *snakes* do tipo de balão. Especificamente, a partir de uma população inicial (imagem inicial ou imagem exemplo), o algoritmo genético busca pela melhor curva para iniciar o processo de segmentação. Posteriormente, o algoritmo balão do método *Snake* é executado refinando a solução inicial encontrada. A Figura 2 apresenta o diagrama do modelo proposto.

Os problemas relacionados com a representação do espaço de busca, inerentes à técnica de algoritmos genéticos ([11]) são atenuados a partir da aplicação das seguintes técnicas: elitismo simples ([6]), elitismo global e redução de espaço de busca ([28]).

Os experimentos realizados neste trabalho envolvendo imagens consistiram dos seguintes passos: (a) seleção manual de um contorno inicial na imagem delimitando a região de interesse; (b) execução do algoritmo tradicional a partir do contorno inicial; (c) execução da abordagem baseada em algoritmo genético e *snakes* a partir do mesmo contorno inicial; (d) comparação entre as duas abordagens.

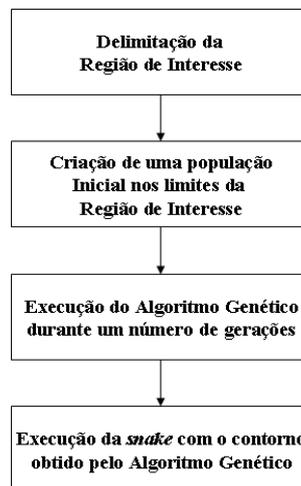


Figura 2. Diagrama simplificado do modelo proposto.

A implementação do algoritmo genético segue os procedimentos apresentados na Figura 1. Para isso, foram feitas as seguintes definições:

- Cromossomo: Um cromossomo é definido como um vetor com tamanho igual ao número de segmentos apresentados na região de interesse. Neste caso, cada *bit* do cromossomo corresponde a um segmento na imagem, inicializado randomicamente em 0 (zero) e 1 (um) (Figura 3). A probabilidade que o valor 1 (um) seja alocado para o *bit* é adaptativamente modificada de acordo com o número de segmentos presentes

na região de busca. O processo seguinte é determinar o grau de aptidão de um cromossomo durante o seu processo evolucionário. Neste caso, somente foram considerados segmentos com valor 1 (um) e uma população $N_p = 100$, pois foram estes parâmetros que melhores resultados apresentaram.

- Função de avaliação de aptidão: Em cada região de interesse, os resultados obtidos pelo algoritmo genético foram mapeados de forma que o valor 1 (um) corresponde-se à máxima aptidão daquele da *snake* frente a famílias de *snakes* geradas. Para avaliar os resultados obtidos, foi definida uma função baseada nas características das imagens a serem segmentadas e nos fatores de agrupamentos usados na etapa de inicialização do algoritmo. Ou seja, de N representa o número de *bits* que tenham 1 (um) em cada cromossomo, a função de avaliação de aptidão é determinada pelos seguintes fatores: proximidade (P), curvilinearidade (C), homogeneidade (H) e comprimento (L). Estes fatores são definidos como:

$$P = \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{N}, C = \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{N}, H = \sum_{i=1}^N \frac{h_i}{N} \text{ e } L = \sum_{i=1}^N \frac{l_i}{N}, \quad (14)$$

onde p_i , c_i , h_i e l_i representam, respectivamente, proximidade, curvilinearidade, homogeneidade e comprimento do i -ésimo segmento com um *bit* 1 (um) no cromossomo. Especificamente, a curvilinearidade é definida como o valor máximo de curvilinearidade entre o i -ésimo segmento e outro segmento com *bit* 1 (um). A noção de proximidade ajustada à proximidade entre o i -ésimo segmento, fornecendo o valor de curvilinearidade máximo. O valor h_i representa o número de *pixels* com 1 (um) no i -ésimo segmento dividido pelo número total de *pixels* presente no segmento. Portanto, a função de avaliação de aptidão foi definida da seguinte maneira:

$$F(n) = \omega_1 P(n) + \omega_2 C(n) + \omega_3 H(n) + \omega_4 L(n), \quad (15)$$

onde ω_i com $i = \{1, 2, 3, 4\}$ representam fatores de ponderação para a função aptidão. Neste trabalho, estes fatores foram definidos como 0.5, 10, 1 e 0.03, respectivamente. Os valores destes fatores são determinados experimentalmente de forma a atingir um certo grau de aptidão, previamente definido pelo usuário.

- Processo evolucionário: Os algoritmos genéticos envolvem processos de cruzamento (*crossover*) e mutação (Figura 4). Em cada geração, metade dos indivíduos com valores mais elevados da aptidão sobrevive; a outra metade é extinta. Dois pais, selecionados dos indivíduos não extintos, geram um terceiro indivíduo (filho) usando o conceito de *crossover*; ou seja, os cromossomos dos dois pais são separados e rearranjados em duas posições aleatórias. Como o número de indivíduos criados é o mesmo que aqueles extintos, a população total é sempre mantida constante em todas as gerações. O processo de mutação para quando a aptidão máxima da população permanece constante em 15 gerações. Quando o algoritmo genético pára, o indivíduo com aptidão máxima é utilizado; ou seja, este indivíduo representa o contorno de inicialização para o algoritmo de *snake* a usar na segmentação.

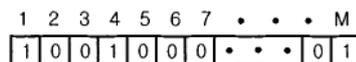


Figura 3. Definição esquemática de um cromossomo.

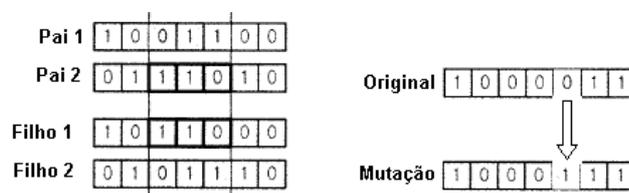


Figura 4. Representação esquemática das operações *crossover* e mutação.

3.3. Experimentos

Vários experimentos foram realizados durante este trabalho usando imagens sintéticas com objetivo de ajustar adequadamente os parâmetros e avaliar os algoritmos envolvidos no processo proposto. Nesses testes, as inicializações foram feitas de forma automática, na tentativa de usar inicializações que não fossem próximas – em forma e localização – ao contorno final desejado. A *snake* de balão foi inicialmente definida por um conjunto reduzido de pontos que formam uma representação poligonal. No decorrer do processo de expansão, fez-se uma reamostragem destes pontos sempre que um dado número de iterações M é alcançado. Isto fez com que um maior número de imagens fosse analisado. No algoritmo implementado, essa reamostragem dividiu cada arco da *snake* de balão em duas partes após encontrar o ponto médio do arco. Reamostragens baseadas na busca por interseções entre os arcos referido e uma grelha quadrangular também podem ser realizadas.

A Figura 5 apresenta um exemplo das imagens utilizadas. O contorno externo delimita a região de interesse para a procura da solução do problema. A população inicial é definida manualmente dentro dessa fronteira. Os indivíduos do algoritmo genético são representados por formas geométricas como círculos, elipses, quadrados, os quais sofrem as operações genéticas ao longo das sucessivas gerações. Essas operações são executadas na forma de transformações geométricas, tais como união, interseção, rotação e translação. A energia total da *snake*, definida em (1), é utilizada como a função de avaliação da aptidão dos indivíduos.

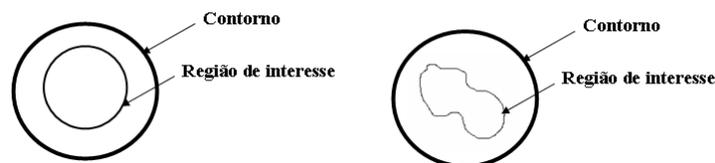


Figura 5. Imagens utilizadas na avaliação do modelo proposto.

A aplicação do modelo proposto pode ser resumida em três etapas (Figura 5): 1) execução do algoritmo genético, a partir da região de interesse definida, obtendo as melhores soluções para o problema da localização do contorno inicial; 2) as soluções do algoritmo genético são aplicadas na definição do contorno inicial para a *snake* de balão; 3) a *snake* é executada realizando a sua deformação até atingir o equilíbrio junto à fronteira da estrutura de interesse.

4. RESULTADOS OBTIDOS

A partir dos experimentos realizados, a configuração dos modelos utilizados foi devidamente realizada. Assim, para a *snake* de balão foi estabelecido um valor de 0.48 para os parâmetros α e β . Nos testes realizados, verificou-se o aumento da possibilidade de colapso da *snake* na configuração de valores acima deste limite. O algoritmo genético foi executado com uma população de 1000 indivíduos ao longo de 500 gerações com 40% de mutação e 80% de cruzamento. A Figura 6 apresenta os resultados obtidos com as imagens apresentadas na Figura 5.

A escolha do parâmetro T , definido em (9), pode levar em consideração a média de intensidade do objeto e uma variância. Desta forma, a *snake* de balão expande em regiões com intensidade próxima às do objeto e contrai em regiões com intensidade próxima às do fundo da imagem. Neste trabalho, T é simplesmente um parâmetro de limiarização da imagem. Quanto ao parâmetro M , se for alto, a *snake* de balão terá poucos pontos, insuficientes para delinear adequadamente o contorno do objeto. Pelo contrário, se M for baixo, haverá um acúmulo de pontos sobre o contorno. A Figura 6 apresenta os resultados da detecção do contorno de um círculo após 36 e 49 iterações. A inicialização foi um quadrado totalmente inserido no interior

do objeto. Os parâmetros utilizados neste experimento foram: $a = 0.01$, $b = 0.04$, $q = 5$, $p = 8$, $\Delta t = 0.5$, $\gamma = 1$ e $M = 15$. A Figura 7 ilustra a habilidade da *snake* de balão em recuperar contornos que possuem *gaps* com 55 e 60 iterações, respectivamente. Os parâmetros utilizados foram: $a = 0.01$, $b = 0.04$, $q = 5$, $p = 8$, $\Delta t = 0.5$, $\gamma = 1$ e $M = 20$.

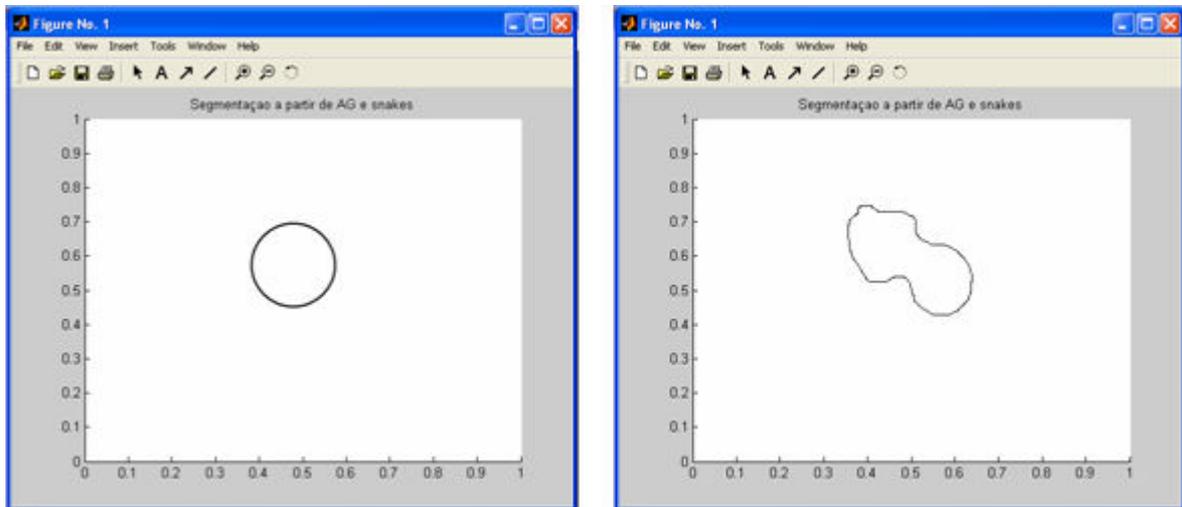


Figura 6. Resultados obtidos com as imagens da Figura 5. Imagem a esquerda representa o objeto na forma circular; imagem a direita representa o objeto com forma irregular.

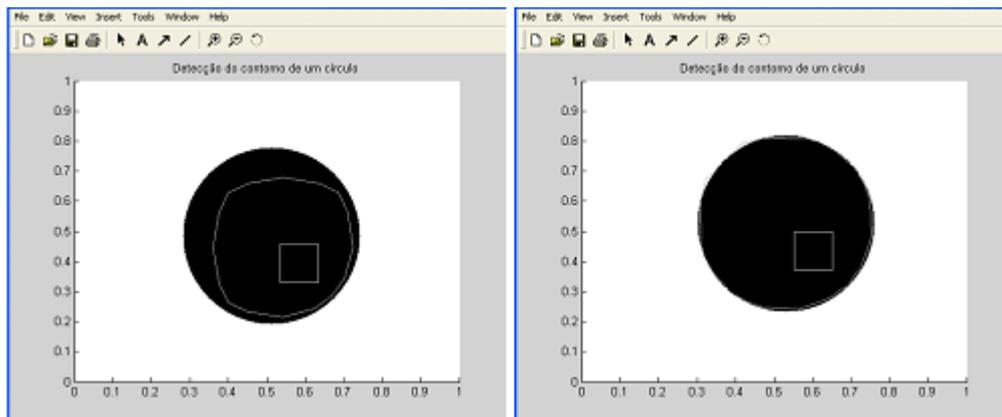


Figura 7. Detecção de círculos sendo a inicialização um quadrado totalmente inserido no interior do objeto (Figura da esquerda) até a sua completa inserção dentro da fronteira do círculo (Figura da direita).

A Figura 8 apresenta a detecção de um quadrado, mostrando a habilidade obtida pelo método proposto para a detecção a partir de uma inicialização não contida totalmente no objeto. Observa-se pelos resultados obtidos que, numa mesma iteração, algumas zonas da *snake* contraem e outras expandem. Tal efeito é provocado pela função $F(I(x, y))$ da força de expansão, definida em (9). Os parâmetros utilizados para a realização deste teste foram: $a = 0.01$, $b = 0.04$, $q = 5$, $p = 8$, $\Delta t = 0.5$, $\gamma = 1$ e $M = 14$. A partir dos resultados obtidos, observa-se ainda que um número maior de iterações é necessário quando as imagens apresentam níveis de ruído superiores porque ao *snake* pode oscilar em torno de zonas de ruído e fica retida nas mesmas durante algumas iterações.

A Figura 9 apresenta os resultados obtidos mediante a comparação entre os métodos de *snakes* analisados com o método proposto. Especificamente, foram analisados o método de *snakes* clássico, o modelo de *snake* de balão e o método de *Gradient Vector Flow*. Como esperado, o primeiro e segundo modelos não resolveram de forma satisfatória o problema

relacionado com a evolução na superfície côncava, enquanto o modelo proposto e o método *Gradient Vector Flow* apresentaram bons resultados. Entretanto, os resultados experimentais obtidos mostram a habilidade do modelo proposto em evoluir quando o objeto apresenta concavidade abruptas, casos nos quais o modelo de *Gradient Vector Flow* falha.

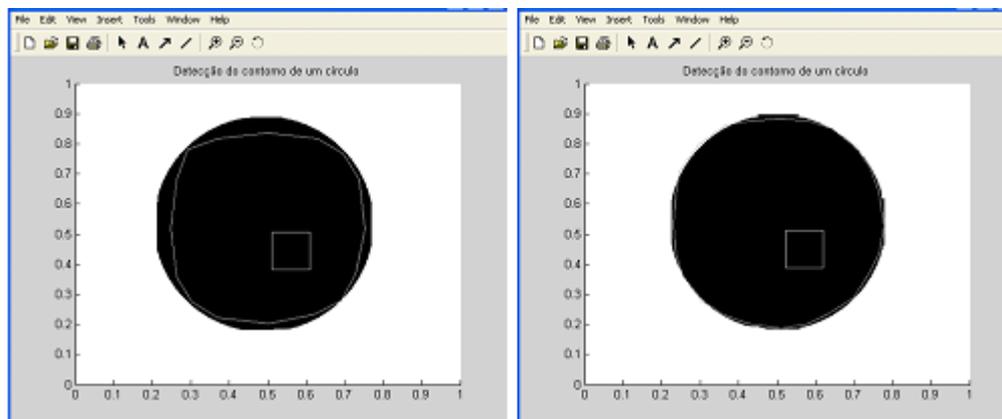


Figura 8. Detecção de círculos usando a técnica de *snakes* de balão proposta (método de *snakes* de balão genética).

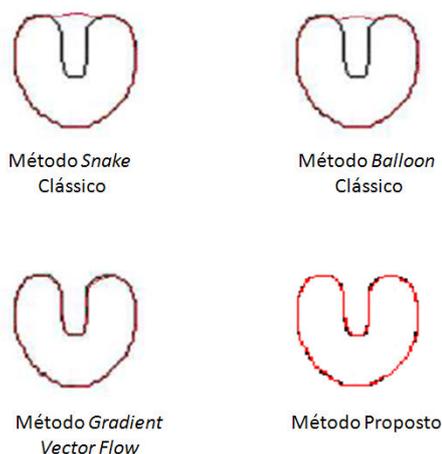


Figura 9. Comparação entre os principais métodos estudados e o modelo proposto.

A principal dificuldade do método proposto é a instabilidade produzida pela utilização de parâmetros inadequados. Se as forças de regularização forem dominantes, a *snake* de balão pode contrair em direção ao centro ou pode haver uma grande resistência à expansão. Se a relação entre os parâmetros de velocidade for alta, a *snake* avança muito rapidamente a cada iteração, oscila em torno do contorno final desejado sem, entretanto, aproximar-se dele. Efeito semelhante ocorre com a força de expansão. Deve haver um equilíbrio entre os parâmetros das forças de expansão q e da imagem p , com p maior que q , tal que uma orla intensa seja capaz de parar a expansão da *snake*, mas com q suficientemente grande para que a *snake* ultrapasse orlas de menor intensidade.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo deste trabalho foi apresentar um método de segmentação de objetos em imagens a partir da utilização de contornos ativos (*snakes*) de balão conjugados com um algoritmo genético. Os resultados obtidos dos experimentos realizados comprovaram a eficiência do método proposto no processo de segmentação de imagens, pois a otimização

oferecida pelo uso de algoritmos genéticos torna o método de *snakes* tradicional menos sensível à sua localização inicial. Ou seja, a convergência para a região de interesse ocorreu de maneira mais preeminente.

O modelo tradicional de contornos ativos apresenta problemas relacionados com a representação correta de objetos que possuem concavidades acentuadas, bem como a sensibilidade na configuração dos parâmetros de evolução da curva. No contexto de identificação de estruturas circulares, essas limitações podem ter menor relevância. Nesse sentido, os resultados obtidos mostraram que as técnicas de *Gradient Vector Flow* aplicadas na tarefa de deformação do contorno obtida pelo Algoritmo Genético amenizam a representação de objetos não-convexos. Para evitar o problema de mínimos locais, advindos da aplicação do método de *snakes* tradicional, foi introduzida uma força de expansão, conhecida como de balão, que pressiona a curva além das orlas isoladas, parando apenas em orlas mais intensas. Neste caso, a *snake* passa a ser vista como um balão que é insuflada até atingir o contorno do objeto desejado, tornando a evolução menos sensível à inicialização e a problemas de mínimos locais.

No que tange a utilização do método de balão, verificou-se que ocorre grande instabilidade nos resultados produzidos quando são inseridos parâmetros inadequados. Nesse sentido, a *snake* de balão se contrai em direção ao centro ou produz uma grande resistência à expansão quando as forças de regularização são dominantes. Caso a relação entre os parâmetros de velocidade for alta, o método avança muito rápido a cada nova iteração, sem, contudo, aproximar-se do contorno desejado. Os resultados mostraram que deve haver um equilíbrio entre os parâmetros das forças de expansão e da imagem, de forma que a *snake* de balão ultrapasse as orlas de menor intensidade.

REFERÊNCIAS

- [1] AMINI, A., A.; WEYMOUTH T.; JAIN, C.R.J. Using Dynamic Programming for Solving Variational Problems in Vision, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(9), 855-867, 1990.
- [2] BALLERINI, L. Genetic Snakes for Medical Images Segmentation, *Proc 1st European Workshop on Evolutionary Computation in Image Analysis and Signal Processing*, Göteborg, Sweden, 1999.
- [3] BRIGGER, P.; UNSER, M. Multi-Scale B-Spline Snakes for General Contour Detection, Wavelet Applications in Signal Image Processing VI, *Proc. of SPIE*, 3458, 1998.
- [4] CASELLES, V.; CATTE, F.; COLL, T.; DIBOS, F. A Geometric Model for Active Contours in Image Processing, *Technical Report 9210*, CEREMADE, 1992.
- [5] COHEN, L.D.; COHEN, I. Finite Element Methods for Active Contour Models and Balloons for 2D and 3D Images, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15, 1131-1147, 1993.
- [6] DE JONG, K.A. *An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems*, PhD thesis, University of Michigan, 1975.
- [7] DUMITRAS, A.; VENETSANOPOULOS, A.N. A Comparative Study of Snake Models with Application to Object Shape Description in Bi-Level and Gray-Level Images, *IEEE EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing*, 2001.
- [8] FAN, Y.; JIANG, T.; EVANS, D.J. Volumetric Segmentation of Brain Images Using Parallel Genetic Algorithms, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(8), 2002.
- [9] FLICKNER, M.; SAWHNEY, H.; PRYOR, D.; LOTSPIECH, J. Intelligent Interactive Image Outlining Using Spline Snakes, In 28th Asimolar Conf. Signals, Systems, Computers, 1, 731-735, 1994.

- [10] GIRALDI, G.A.; STRAUSS, E.; OLIVEIRA, A.F. A Boundary Extraction Method Based on Dual-T-Snakes and Dynamic Programming, *In Proc.of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'2000)*, 2000.
- [11] GOLDBERG, D.E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, 1989.
- [12] GUNN, S.R.; NIXON, M.S. A Robust Snake Implementation: A Dual Active Contour, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(1), 63-68, 1997.
- [13] IVINS, J. *Statistical Snakes: Active Region Models*, PhD thesis, University of Sheffield, 1996.
- [14] IVINS, J.; PORRILL, J. Statistical Snakes: Active Region Models, *Fifth British Machine Vision Conference*, 2, 377-386, 1994a.
- [15] IVINS, J.; PORRILL, J. Active Region Models For Segmenting Medical Images, *IEEE First International Conference On Image Processing*, 2, 227-231, 1994b.
- [16] CASELLES, V.; KIMMEL, R.; SAPIRO, G., Geodesic Active Contours, *IJCV*, v. 22(1), pp. 61-79, 1997.
- [17] GONZALEZ, R.C.; WOODS, R.E., *Digital Image Processing*, ed. Addison-Wesley, 2002.
- [18] KASS, M.; WITKIN, A.; TERZOPOULOS, D. Snakes: Active Contour Models, *International Journal of Computer Vision*, 1(4), 321-331, 1988.
- [19] LAM, K.M.; YAN, H. Fast Greedy Algorithm for Active Contours, *Electronic Letters*, 30(1), 21-23, 1994.
- [20] CASELLES, V.; CATTE, F.; COLL, T.; DIBOS, F. A geometric model for active contours, *Numerische Mathematik*, v. 66, 1-31, 1993.
- [21] MALLADI, R.; SETHIAN, J.; VEMURI, B. Shape Modeling with Front Propagation: A Level Set Approach, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(2), 158-175, 1995.
- [22] CHESNAUD, C.; RÉFRÉGIER, P.; BOULET, V. Statistical region snake-based segmentation adapted to different physical noise models, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 21, n. 11, pp. 1145-1157, 1999.
- [23] MCINERNEY, T.; TERZOPOULOS, D. Medical Image Segmentation Using Topologically Adaptable Surfaces, *Proc. First Joint Conference of Computer Vision, Virtual Reality, and Robotics in Medicine and Medical Robotics and Computer Assisted Surgery (CVRMed-MRCAS'97)*, Grenoble, France, 1997.
- [24] MENET, S.; SAINT-MARC, P.; MEDIONI, G. B-Snakes: Implementation and application to stereo, *In Image Understanding Workshop*, 720-726, 1990.
- [25] MONTAGNAT, J.; DELINGETTE, H.; SCAPEL, N.; AYACHE, N. Representation, Shape, Topology and Evolution of Deformable Surfaces. Application to 3D Medical Image Segmentation, *Technical Report 3954*, INRIA, 2000.
- [26] RONFARD, R. Region-based strategies for active contour models, *IJCV*, v. 13(2), pp. 229-251, 1994.
- [27] STAMMBERGER, T.; RUDERT, S.; MICHAELIS, M.; REISER, M.; ENGLMEIER, K.H. Segmentation of MR Images with B-spline Snakes. A Multi-Resolution Approach Using the Distance Transformation for Model Forces, *Bildverarbeitung für die Medizin*, 1998
- [28] VASCONCELOS, J.A.; RAMIREZ, J.A.; TAKAHASHI, R.H.C.; SALDANHA, R.R.J.A. Improvements in Genetic Algorithms, *IEEE Transactions on Magnetics*, 37, 5, 3414-3417, 2001.
- [29] XU, C.; PRINCE, J.L. Snakes, Shapes and Gradient Vector Flow, *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3), 359-369, 1998.

- [30] SZELISKI, R.; TONNESSEN, D.; TERZOPOULOS, D. Curvature and continuity control in particle-based surface models, in *Proc SPIE 93 Conf. On Geometric Methods in Computer Vision*, San Diego, CA, 1993.
- [31] WILLIAMS, D.J.; SHAH, M. A Fast Algorithm for Active Countours and Curvature Estimation, *CVGIP: Image Understanding*, 55(1), 14-26, 1992.
- [32] BARBOSA, K.M.; ACCO, M.; KIRCHNER, F.F. Classificação de imagens Ikonos e comparação por meio de segmentação e fotointerpretação da área amostral. In: *Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto (SBSR), Anais XI SBSR*, Belo Horizonte, Brasil, 05-10 abril 2003, INPE, 281-283.
- [33] MA, Z.; TAVARES, J.M.R.S.; JORGE, R.M.N.; MASCARENHAS, T. Review of Algorithms for Medical Image Segmentation and their Applications to the Female Pelvic Cavity. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering (in press)*.
- [34] GONÇALVES, P.C.T.; TAVARES, J.M.R.S.; JORGE, R.M.N. Segmentation and Simulation of Objects Represented in Images using Physical Principles. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 32(1), 45-55, 2008.