

Relatório Interno:

Modelos Deformáveis em Imagem Médica

João Manuel R. S. Tavares

INEB – Instituto de Engenharia Biomédica, Laboratório Sinal e Imagem
INEGI – Instituto de Engenharia e Gestão Industrial, Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental
Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
Rua Dr. Roberto Frias, s/n 4200-465 PORTO – PORTUGAL
Tel. +351225081487
email: tavares@fe.up.pt
url: <http://www.fe.up.pt/~tavares>

J. Barbosa

INEB – Instituto de Engenharia Biomédica, Laboratório Sinal e Imagem
Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
email: jbarbosa@fe.up.pt
url: <http://www.fe.up.pt/~jbarbosa>

A. Jorge Padilha

INEB – Instituto de Engenharia Biomédica, Laboratório Sinal e Imagem
Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
email: padilha@fe.up.pt



Universidade
do Porto

Faculdade de
Engenharia
FEUP



LOME

Laboratory of Optics and Experimental Mechanics
INEGI / FEUP

Janeiro 2003

Resumo

Modelos deformáveis são actualmente bastante utilizados em imagem médica pois, através da utilização de princípios físicos, simulam de forma bastante satisfatória o comportamento dos objectos reais.

Basicamente os modelos deformáveis são inicializados junto dos objectos a considerar, por processos automáticos ou semi-automáticos, e a aproximação para a posição final desejada é conseguida através de um processo de minimização de energia. Esta minimização de energia é verificada quando o modelo atinge o equilíbrio, entre as suas forças internas e as forças externas originadas pelos dados e por eventuais forças impostas pelo utilizador.

Neste relatório são apresentados os fundamentos dos modelos deformáveis e indicados alguns exemplos de aplicação em imagem médica, nomeadamente na segmentação, no emparelhamento, no alinhamento e na reconstrução de dados 2D e 3D.

Palavras-chave – Contornos activos, imagem médica, modelos deformáveis.

Abstract

Deformable models are currently very used in medical image since, through the use of physical principles, they simulate quite satisfactory the real objects behavior.

Basically the deformable models are placed in the image near to the objects to be considered, by automatic or semi-automatic processes, and the approach to the desired final position is obtained through an energy minimization process. This energy minimization is verified when the model reaches the equilibrium, between its internal forces and the external forces originated by the data and eventual forces imposed by the user.

In this report are presented the deformable models fundamentals and indicated some application examples in medical imaging field, namely in segmentation, matching, alignment and in the reconstruction of 2D and 3D data.

Keywords – Active contours, deformable models, medical image.

Índice

1 – INTRODUÇÃO	1
2 – FUNDAMENTOS	1
2.1 – Modelos deformáveis por minimização de energia	2
2.2 – Modelos deformáveis dinâmicos	3
2.3 – Discretização e simulação numérica	4
2.4 – Modelos deformáveis probabilísticos	5
3 – ANÁLISE DE IMAGEM MÉDICA COM MODELOS DEFORMÁVEIS	6
3.1 – Segmentação de imagem com curvas deformáveis	7
3.2 – Segmentação de imagem 3D com superfícies deformáveis	9
3.3 – Incorporação de conhecimento a priori	10
3.4 – Emparelhamento	12
3.5 – Análise e seguimento de movimento	14
4 – SUMÁRIO	17
REFERÊNCIAS	17

1 – Introdução

Com os modelos deformáveis é possível simular, de forma bastante satisfatória, o comportamento dos objectos reais utilizando para tal princípios físicos. Assim, os modelos deformáveis de curvas, de superfícies e de sólidos, ganharam popularidade depois de serem propostos, a meio da década de oitenta, para utilização na visão por computador e na computação gráfica.

Uma das áreas em que os modelos deformáveis são bastante utilizados é a da imagem médica; assim modelos deformáveis são comuns, por exemplo, na segmentação, no alinhamento, na análise e seguimento de movimento e na reconstrução de dados 2D e 3D de imagem médica. Esta grande utilização dos modelos deformáveis na área da imagem médica, é uma das principais causas da elevada popularidade que estes apresentam e do enorme volume de investigação continuamente realizado no seu âmbito.

Na secção seguinte deste relatório são apresentados os fundamentos dos modelos deformáveis, seguidamente vários exemplos de aplicações em imagem médica serão descritos, finalmente é apresentado um breve sumário.

2 – Fundamentos

Os fundamentos matemáticos dos modelos deformáveis representam a confluência da geometria, da física e da teoria da aproximação. A geometria serve para representar a forma do objecto, a física impõe restrições ao modo como esta pode variar no espaço e no tempo, e a teoria da aproximação óptima justifica formalmente o mecanismo para ajustar modelos aos dados.

Geralmente a geometria dos modelos deformáveis permite uma cobertura vasta de formas, pela utilização de representações geométricas que envolvem vários graus de liberdade, como as *splines*. Contudo, o modelo permanece controlável porque geralmente os graus de liberdade não são passíveis de evoluir independentemente, sendo antes governados por princípios físicos que conferem à geometria um comportamento intuitivamente significativo. A designação “modelo deformável” teve origem na utilização da teoria da elasticidade a um nível físico, geralmente num cenário de dinâmica Lagrangiana. A interpretação física de modelos deformáveis como corpos elásticos permite que estes respondam naturalmente a forças e a

restrições aplicadas. Tipicamente estão associadas aos modelos deformáveis funções de energia de deformação, definidas em termos dos graus de liberdade geométricos. A energia aumenta monotonicamente assim que o modelo se deforma e se afasta de uma forma natural específica (forma de equilíbrio), e várias vezes inclui termos que impõem a suavidade ou a simetria do modelo. Numa formulação Lagrangiana, a energia de deformação origina forças elásticas internas ao modelo. Seguindo uma abordagem física da aproximação óptima clássica, funções de energia potencial externas são definidas em termos dos dados existentes, aos quais o modelo se deve ajustar. Estas energias potenciais originam forças externas que deformam o modelo de maneira que o mesmo se ajuste aos dados presentes.

As *snakes* representam um caso especial da teoria original do modelo deformável multidimensional. Na sua forma básica, a formulação matemática das *snakes* deriva da teoria da aproximação óptima envolvendo funcionais.

2.1 – Modelos deformáveis por minimização de energia

Geometricamente, uma *snake* é um contorno paramétrico definido no plano de imagem $(x, y) \in \mathfrak{R}^2$ que pode ser representado como $v(s) = (x(s), y(s))^T$, onde x e y são as funções de coordenadas e $s \in [0, 1]$ é o domínio paramétrico. A forma do contorno sujeito a uma imagem $I(x, y)$ é ditada pelo funcional:

$$\varepsilon(v) = S(v) + P(v). \quad (1)$$

O funcional pode ser interpretado como a representação da energia do contorno – $\varepsilon(v)$ – e a forma final do contorno corresponde ao mínimo dessa energia. O primeiro termo no funcional é a energia de deformação interna:

$$S(v) = \int_0^1 w_1(s) \left| \frac{\partial v}{\partial s} \right|^2 + w_2(s) \left| \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \right|^2 ds. \quad (2)$$

Esta energia caracteriza a deformação de um contorno flexível e elástico. Duas funções definem as características físicas simuladas do contorno: $w_1(s)$ controla a tensão do contorno, enquanto $w_2(s)$ controla a sua rigidez. O segundo termo em (1) atrai a *snake* para o objecto desejado na imagem. Tradicionalmente este termo tem a forma:

$$P(v) = \int_0^1 \Pi(v(s)) ds \quad (3)$$

onde $\Pi(v(s))$ significa uma função potencial escalar a definir no plano imagem. Para aplicar *snakes* em imagens, potenciais externos são definidos de maneira a que os seus mínimos locais coincidam com extremos de intensidade, orlas ou outras características com interesse na imagem. Por exemplo, o contorno será atraído para orlas de intensidade numa imagem $I(x, y)$ por escolha de um potencial $\Pi(x, y) = -c \left| \nabla [G_\sigma * I(x, y)] \right|$ onde c controla a magnitude do potencial, ∇ é o operador de gradiente, e $G_\sigma * I$ significa a convolução da imagem original com um filtro de suavização (Gaussiano), cujo desvio padrão σ controla a extensão espacial do mínimo local de Π .

De acordo com o cálculo de variações, o contorno $v(s)$ que minimiza a energia $\varepsilon(v)$ deve satisfazer a equação de Euler-Lagrange:

$$-\frac{\partial}{\partial s} \left(w_1 \frac{\partial v}{\partial s} \right) + \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(w_2 \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \right) + \nabla \Pi(v(s)) = 0. \quad (4)$$

Esta equação diferencial parcial expressa o balanço das forças internas e externas quando o contorno atinge o equilíbrio.

2.2 – Modelos deformáveis dinâmicos

Apesar de ser natural interpretar a minimização da energia como um problema estático, uma abordagem interessante para determinar o mínimo local de um funcional como em (1) é construir um sistema dinâmico governado pelo funcional que permita que o sistema evolua para o equilíbrio. O sistema pode ser construído aplicando-se os princípios da mecânica Lagrangiana, obtendo-se modelos deformáveis dinâmicos que unificam as descrições da forma e do movimento, permitindo assim a possibilidade de quantificar não só formas estáticas mas também a evolução de uma forma ao longo do tempo. Os modelos dinâmicos exibem comportamento com significado intuitivamente físico, o que torna as suas evoluções apropriadas para interagirem com um utilizador.

Um exemplo simples é uma *snake* dinâmica que pode ser representada pela introdução de um contorno variante no tempo $v(s, t) = (x(s, t), y(s, t))^T$ com densidades de massa $\mu(s)$ e de amortecimento $\gamma(s)$. As equações de movimento de Lagrange

para uma *snake* com energia interna dada por (2) e energia externa dada por (3) é:

$$\mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial s} \left(w_1 \frac{\partial v}{\partial s} \right) + \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(w_2 \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \right) = -\Delta \Pi(v(s, t)). \quad (5)$$

Os dois primeiros termos do lado esquerdo desta equação diferencial parcial representam as forças de inércia e de amortecimento; os termos remanescentes representam as forças internas de estiramento e de flexão, enquanto o lado direito representa as forças externas. O equilíbrio é obtido quando o somatório das forças internas e externas é nulo e o contorno atinge o repouso ($\partial v / \partial t = \partial^2 v / \partial t^2 = 0$), a que corresponde a condição de equilíbrio de (4).

2.3 – Discretização e simulação numérica

De maneira a determinar-se numericamente uma solução de energia mínima é necessário discretizar a função de energia $\varepsilon(v)$. A abordagem usual é representar o modelo geométrico contínuo v em termos de combinações lineares de funções de base com suporte local ou com suporte global. Elementos finitos, diferenças finitas, e *splines* geométricas são métodos de representação locais, enquanto os baseados na transformada de Fourier são métodos de representação global. O modelo contínuo $v(s)$ é representado de forma discreta por um vector $\{u\}$ para os parâmetros da forma associados com as funções de base. A forma discreta da energia $\varepsilon(v)$ da *snake* pode ser escrita como:

$$E(u) = \frac{1}{2} \{u\}^T [K] \{u\} + P(\{u\}), \quad (6)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez e $P(\{u\})$ é a versão discretizada do potencial externo. A solução para o mínimo de energia resulta fixando o gradiente de (6) igual a 0; tal é equivalente a resolver o sistema de equações algébricas:

$$[K] \{u\} = -\nabla \{P\} = \{f\}, \quad (7)$$

onde $\{f\}$ é o vector de forças externas generalizadas.

A versão discreta das equações dinâmicas Lagrangianas dadas por (5) pode ser escrita por um conjunto de equações às diferenças ordinárias de segunda ordem em $\{u(t)\}$:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\}, \quad (8)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa e $[C]$ é a matriz de amortecimento. As derivadas em ordem ao tempo em (5) são aproximadas por diferenças finitas e métodos explícitos ou implícitos de integração temporal são utilizados para simular o sistema ordinário de equações diferenciais resultante, em termos dos parâmetros da forma $\{u\}$.

2.4 – Modelos deformáveis probabilísticos

Uma abordagem alternativa para os modelos deformáveis deriva da resolução do processo de ajuste do modelo utilizando métodos probabilísticos. Tal permite a incorporação de características conhecidas *a priori* em termos de distribuições probabilísticas. Esta metodologia probabilística também possibilita uma medida da incerteza dos parâmetros estimados para a forma depois do ajuste do modelo aos dados da imagem.

Seja u a representar os parâmetros da forma do modelo deformável com uma probabilidade *a priori* $p(u)$ nos seus parâmetros. Seja $p(I|u)$ o modelo de sensor de imagem – a probabilidade de produzir uma imagem I dado um modelo u . O teorema de Bayes:

$$p(u|I) = \frac{p(I|u)p(u)}{p(I)} \quad (9)$$

expressa a probabilidade *a posteriori* $p(u|I)$ de um modelo dada a imagem, em termos do modelo da imagem e das probabilidades *a priori* do modelo e da imagem. É fácil converter a medida da energia interna de (2) do modelo deformável numa distribuição *a priori* sobre as formas esperadas, com as formas de menor energia a serem as mais prováveis. Tal é atingido utilizando uma distribuição de Boltzmann (ou de Gibbs) com a forma:

$$p(u) = \frac{1}{Z_s} \exp(-S(u)), \quad (10)$$

onde $S(u)$ é a versão discreta de $S(v)$ em (2) e Z_s é uma constante de normalização (designada por função de separação). Este modelo *a priori* é depois combinado com um modelo simples do sensor, baseado em medidas lineares com ruído Gaussiano:

$$p(I|u) = \frac{1}{Z_I} \exp(-P(u)), \quad (11)$$

onde $P(u)$ é uma versão discreta do potencial $P(v)$ de (3), que é uma função da imagem $I(x,y)$.

Os modelos podem ser ajustados por determinação de uma solução para u que maximiza localmente $p(u|I)$ em (9); tal é designado por solução (MAP) máxima a posteriori. Com a construção anterior, é obtido um resultado idêntico ao obtido por minimização de (1).

A abordagem probabilística pode ser expandida assumindo a priori um modelo variante no tempo (modelo de sistema) em conjunção com o modelo de sensor, resultando num filtro de Kalman. O modelo do sistema descreve a evolução esperada dos parâmetros u ao longo do tempo. Se as equações do movimento do modelo físico das *snakes* de (8) forem utilizadas como modelo do sistema, o resultado é um algoritmo de estimação sequencial conhecido por *snakes* de Kalman.

3 – Análise de imagem médica com modelos deformáveis

Apesar de originalmente desenvolvidos para aplicações em problemas de visão por computador ou em computação gráfica, o potencial dos modelos deformáveis na análise de imagem médica tem vindo a ser rapidamente utilizado. Assim, têm vindo a ser aplicados em imagens geradas por diversas modalidades de aquisição de imagem médica tais como raios X, tomografia computadorizada, angiografia, ressonância magnética e ultrasons. Modelos deformáveis bidimensionais e tridimensionais têm vindo a ser utilizados para segmentar, visualizar, seguir e quantificar, uma variedade de estruturas anatómicas que vão desde a escala macroscópica até à microscópica. Tais estruturas incluem o cérebro, o coração, a face, as artérias da retina e coronárias, o rim, o pulmão, o estômago, o fígado, o crânio, as vértebras e a coluna vertebral, e mesmo estruturas celulares como neurónios e cromossomas. Modelos deformáveis têm vindo a ser utilizados no seguimento de movimento não rígido do coração, do pulmão, da artéria coronária, do estômago, etc. Também têm sido utilizados para localizar estruturas no cérebro, e no alinhamento de imagens da retina, da estrutura vertebral e de tecidos neurológicos.

3.1 – Segmentação de imagem com curvas deformáveis

A segmentação de estruturas anatómicas é uma primeira etapa essencial em muitas tarefas de análise de imagem médica, tais como alinhamento, etiquetagem e seguimento de movimento. Estas tarefas requerem que as estruturas anatómicas presentes na imagem original sejam reduzidas para uma representação compacta e analítica da sua forma. Executar manualmente tal segmentação é um processo extremamente trabalhoso e moroso. Um primeiro exemplo é a segmentação do coração, especialmente o ventrículo esquerdo, em imagem cardíaca. A segmentação do ventrículo esquerdo é um pré-requisito para se obter informação diagnóstica tal como a fracção de ejeção ou o volume ventricular, para a análise do movimento parietal, etc.

Um esquema de segmentação baseado em modelos deformáveis, utilizado de forma concertada com técnicas de pré-processamento de imagem, pode ultrapassar muitas das limitações da edição manual e das técnicas tradicionais de processamento de imagem. Estes modelos geométricos, contínuos e interligados, consideram a fronteira de um objecto como um todo e podem utilizar conhecimento existente *a priori* sobre a forma do mesmo para restringir o problema da segmentação. A continuidade inerente e a suavidade destes modelos podem compensar o ruído, fendas e outras irregularidades presentes nas fronteiras dos objectos. Além do mais, a representação paramétrica dos modelos possibilita uma descrição compacta e analítica da forma do objecto. Estas propriedades originam uma técnica robusta para ligar características de imagem dispersas e misturadas com ruído num modelo coerente e consistente para o objecto (Tim Mcinerney, 1996). Entre as várias utilizações dos modelos deformáveis em análise de imagem médica destacam-se os modelos de contorno deformáveis, tais como as *snakes*, para segmentar estruturas em imagens 2D, como, por exemplo, em (A Gupta et al., 1994; Cohen, 1991; Meiyappan Solaiyappan e Postin, 1996). Tipicamente os utilizadores iniciam um modelo deformável próximo do objecto desejado e permitem que o mesmo se deforme até atingir o equilíbrio. Os utilizadores podem usar as capacidades interactivas destes modelos e afiná-los manualmente. Quando o utilizador estiver satisfeito com o resultado numa imagem inicial, o modelo de contorno ajustado pode ser utilizado como a aproximação inicial na imagem seguinte

da sequência que esteja a ser considerada. A sequência de contornos 2D resultante pode ser posteriormente ligada, para formar um modelo superficial 3D contínuo como, por exemplo, é realizado em (Cohen, 1991).

Em (L. Xu et al., 1999) são utilizadas curvas elásticas Gaussianas para a segmentação de zonas de cancro da pele. A segmentação de imagens médicas de ultrasons utilizando *snakes* é apresentada em (Eric Maurincomme et al., 1993). Em tal aplicação, as curvas são inicializadas numa determinada posição previamente determinada sendo, assim, o processo totalmente automático. Contornos activos são também utilizados na segmentação de tecidos cerebrais em imagens de ressonância magnética em (Tina Kapur et al., 1996). Em (Elliot K. Fishman et al., 1996) são utilizados contornos deformáveis paramétricos na segmentação de imagens 2D para o planeamento cirúrgico.

A aplicação de *snakes* e outros modelos de contornos deformáveis similares para extrair regiões de interesse não é, contudo, isenta de limitações. Por exemplo, as *snakes* foram desenvolvidas como modelos interactivos e, em aplicações não interactivas, devem ser inicializadas próximas à estrutura desejada de forma a garantir-se um bom desempenho. As restrições da energia interna das *snakes* podem limitar a flexibilidade geométrica e impedir que uma *snake* represente formas longas e do tipo tubular ou formas com bifurcações ou protusões significativas. A topologia da estrutura desejada deve ser conhecida antecipadamente pois os modelos deformáveis de contorno clássicos são paramétricos e, sem mecanismos adicionais, são incapazes de transformações topológicas.

Vários métodos têm vindo a ser propostos para melhorar e automatizar o processo de segmentação por contornos deformáveis. Em (Cohen, 1991) é utilizada uma força interna de inflação, expandindo o modelo da *snake* de maneira a ultrapassar falsas orlas, originadas pelo ruído, fazendo assim com que a *snake* seja menos sensível às condições iniciais e ao ruído. Já em (Isabelle L. Herlin e Ayache, 1992) é integrada, nos modelos de contorno deformáveis, informação baseada em regiões numa tentativa de diminuir a sensibilidade a falsas orlas e à localização inicial do modelo. Também em (Ronfard, 1994) é utilizada uma técnica semelhante para segmentar imagens médicas, e em (Christophe Chesnaud et al., 1999) é utilizada informação estatística de regiões para diminuir a sensibilidade das *snakes* ao ruído.

A extracção das fronteiras de objectos é tratado em (Jaesang Park e Keller, 2001); trata-se de um algoritmo de contornos activos, composto por duas etapas, sendo a

energia minimizada por programação dinâmica. O algoritmo proposto é mais robusto a mínimos locais porque a solução é determinada por procura no espaço total de energia. São apresentados resultados de segmentação das células brancas do sangue.

A utilização de informação estatística e geométrica para melhorar o desempenho na segmentação por contornos activos em imagens médicas é proposta em (Dinggang Shen e Davatzikos, 2000).

O problema de segmentação e alinhamento de estruturas do cérebro em imagens de ressonância magnética é tratado em (Nicolae Duta et al., 2001). Assim é proposto uma metodologia para a construção automática de modelos de forma 2D, através da utilização de conjuntos de formas de treino, de forma a obter protótipos e informação estatística sobre as suas variações admissíveis. A solução proposta é mais imune às variações da pose, da escala, às diferenças não lineares entre as formas de pares de objectos assim como a falsos objectos de treino.

3.2 – Segmentação de imagem 3D com superfícies deformáveis

Modelos de superfícies deformáveis em 3D foram primeiramente utilizados em visão por computador em (Tim Mcinerney, 1996), (Demetri Terzopoulos, 1988). Muitos autores têm desde então explorado a utilização de modelos de superfície deformáveis para segmentação de estruturas em imagens médicas 3D.

Em (Isaac Cohen et al., 1992a; Tim Mcinerney e Terzopoulos, 1995) são utilizados elementos finitos e técnicas baseadas em princípios físicos na implementação de cilindros e esferas elasticamente deformáveis. Os modelos são utilizados para segmentar a parede interna do ventrículo esquerdo do coração a partir de imagens 3D de ressonância magnética ou de tomografia computadorizada. As superfícies deformáveis utilizadas, propostas em (Isaac Cohen et al., 1991), são baseadas numa superfície do tipo *spline* modelizada por uma placa fina sob tensão, que controla e restringe o estiramento e a flexão da superfície. Os modelos são dinamicamente ajustados aos dados por integração das equações Lagrangianas do movimento ao longo do tempo, de forma a ajustar os graus de liberdade da deformação. O método dos elementos finitos é utilizado para representar os modelos como uma superfície contínua utilizando somatórios ponderados de funções de base polinomial.

Um modelo para estimar formas 3D em imagens médicas de ressonância magnética e de ultrasons é apresentado em (José Nascimento e Lemos, 2000). Na metodologia proposta é utilizado um esquema de aprendizagem competitiva na estimação da superfície. Este esquema, é baseado na abordagem proposta em (A. J. Abrantes e Marques, 1996) na qual um conjunto de pontos é definido numa curva deformável e todos competem para representar os dados existentes.

Outros trabalhos que envolvem modelos de superfícies deformáveis 3D e aplicações de imagem médica são revistos em (Chris Davatzikos e Bryan, 1995).

3.3 – Incorporação de conhecimento a priori

Em imagem médica a forma geral, a localização e a orientação de objectos são conhecidas, e este conhecimento pode ser incorporado no modelo deformável sob a forma de condições iniciais, de restrições nos dados, de restrições dos parâmetros da forma, ou no processo de ajuste. A utilização implícita ou explícita de conhecimento anatómico no processo da determinação da forma é especialmente importante na interpretação automática e robusta em imagem médica. Para interpretação automática, é essencial obter um modelo que não apenas descreva o tamanho, a forma, a localização e a orientação do objecto-alvo, mas que também permita variações esperadas destas características. A interpretação automática em imagem médica pode aliviar os clínicos dos aspectos laboratorialmente intensivos, ao mesmo tempo que aumenta a precisão, a consistência e a reprodutibilidade das interpretações.

Um número considerável de autores têm vindo a incorporar o conhecimento da forma do objecto nos modelos deformáveis pela utilização de protótipos deformáveis (*templates*). A ideia de protótipos deformáveis precede o desenvolvimento das *snakes*, mas sofreu um novo desenvolvimento provocado por estas (Andrew Blake e Isard, 1998).

Um exemplo da utilização deste tipo de modelos é dado em (Alan L. Yuille et al., 1989; Alan L. Yuille et al., 1992) onde protótipos deformáveis são construídos para detectar e descrever características das faces, como os olhos. É utilizado um protótipo parametrizado para o olho, constituído por um círculo circunscrito por duas parábolas, e deformado por optimização de uma função de custo baseada em características morfológicas.

Modelos deformáveis baseados em superquádricas são um outro exemplo de modelos frequentes na área da imagem médica. As superquádricas contêm um reduzido número de parâmetros globais intuitivos, que podem ser ajustados à forma média de uma estrutura anatómica alvo. Além do mais, os parâmetros globais podem frequentemente ser combinados com parâmetros locais como *splines*, resultando uma abordagem interessante para a representação da forma.

Em (B. C. Vemuri e Radisavljevic, 1994) é construído um modelo deformável superquádrico numa base ortonormal de onduletas (*wavelets*) para utilização em imagem médica 3D e 4D. Esta base de multiresolução possibilita ao modelo a capacidade de se transformar de maneira contínua de deformações locais para globais, permitindo assim, utilizando relativamente poucos parâmetros, a criação e a representação de uma quantidade contínua de modelos de forma.

Em (Eric Bardinet et al., 1994, 1995, 1996) é ajustado um modelo superquádrico deformável para segmentar imagens cardíacas 3D e refinado o ajuste utilizando uma técnica de deformação volumétrica designada por deformações de forma livre. Estas deformações podem ser interpretadas como uma caixa, construída por borracha simulada, na qual o objecto a ser deformado, neste caso o superquádrico, está embebido; as deformações da caixa são transmitidas automaticamente aos objectos embebidos. Este aspecto volumétrico das deformações de forma livre, permite que dois modelos superquádricos superficiais sejam simultaneamente deformáveis de maneira a reconstruir as superfícies internas e externas do ventrículo esquerdo do coração e determinar o volume entre estas.

Em (A. Kelemen et al., 1996; Gábor Székely et al., 1996) são desenvolvidos modelos paramétricos de Fourier, aos quais foi adicionada elasticidade de maneira a criar *snakes* de Fourier (2D) e modelos de superfícies deformáveis de Fourier (3D). Pela utilização da parametrização de Fourier seguida de uma análise estatística de um conjunto de treino, são definidos modelos de órgãos médios e as suas deformações próprias. Um ajuste elástico do modelo médio no subespaço dos modos próprios restringe as deformações possíveis e determina um emparelhamento óptimo entre o modelo superficial e os candidatos. Um exemplo de aplicação é apresentado na segmentação 3D de estruturas profundas do cérebro.

Em (C. J. Taylor et al., 1995) é apresentada uma técnica estatística para a construção de protótipos deformáveis e são utilizados estes modelos para segmentar vários órgãos em imagens médicas 2D e 3D. A parametrização

estatística fornece restrições globais para a forma e permite que o modelo se deforme apenas nas direcções implícitas no conjunto de treino. Para extrair o ventrículo esquerdo a partir de ecocardiogramas (A. D. Parker et al., 1994), os pontos são escolhidos ao redor da fronteira do ventrículo, perto da orla do ventrículo direito, e no topo da aurícula esquerda. Estes pontos podem ser ligados de forma a construir um contorno deformável. Pelo exame estatístico de conjuntos de treino cujos pontos foram manualmente especificados, e utilizando uma análise de componentes principais, um protótipo é construído de maneira a descrever as posições médias e os principais modos de variação dos pontos do objecto.

Em (Samuel D. Fenster e Kender, 2001) são utilizadas *snakes* treinadas para determinar os contornos em imagens de tomografia computadorizada do abdómen, para planeamento do tratamento de radiação a realizar para destruir os tumores existentes. O treino é baseado em critérios definidos pelo utilizador e é apresentado um método para determinar o melhor critério.

O problema de reconstrução 3D de órgãos, dos quais existe algum conhecimento prévio, em imagens médicas é abordado em (João Sanches e Marques, 2002). Na abordagem apresentada são propostos filtros recursivos que são mais rápidos e originam nas fases de transição resultados superiores.

3.4 – Emparelhamento

O emparelhamento de regiões pode ser executado entre a representação de uma região e um modelo (segmentação) ou entre a representação de duas regiões distintas (alinhamento). O alinhamento de imagens médicas 2D e 3D é necessário para se estudar a evolução de uma patologia num indivíduo, ou para fundir a informação complementar obtida a partir de diferentes modalidades de aquisição de imagem. Exemplos da utilização de modelos deformáveis para executar o alinhamento de imagens médicas são descritos em (E. Bainville et al., 1995; Gary E. Christensen et al., 1996; Grégoire Malandain et al., 1995; Jérôme Declerck et al., 1995; K. Rohr et al., 1996; Malcolm H. Davis et al., 1995; Syn, 1996). Geralmente estas técnicas partem da construção de descrições altamente estruturadas. Esta operação é frequentemente conseguida pela extracção de regiões de interesse com um algoritmo de detecção de orlas de intensidade, seguida da extracção de pontos específicos ou contornos característicos (ou curvas na superfície fronteira extraída

dos dados 3D). Geralmente (em 3D) estas curvas descrevem estruturas diferenciais tais como cumes, ou singularidades topológicas. Posteriormente, um algoritmo de emparelhamento elástico pode ser aplicado entre pontos correspondentes de curvas ou contornos, sendo o contorno inicial deformado iterativamente até coincidir com o contorno desejado, através de forças derivadas dos emparelhamentos de padrões locais com o contorno desejado.

Em (Elizabeth Guest et al., 2001) é proposto um algoritmo para determinação de correspondências de forma robusta e precisa, de maneira a permitir realizar alinhamentos elásticos em imagens 2D/3D médicas, nomeadamente em imagens pré e pós operações faciais. Neste algoritmo o emparelhamento robusto de um ponto é calculado pela determinação da sensibilidade de correspondência ao movimento do ponto em causa. Se a correspondência for fiável, uma perturbação na posição deste ponto não deverá original uma considerável movimentação da correspondência.

O alinhamento de imagens 3D de ressonância magnética do cérebro utilizando um modelo biomecânico de elementos finitos é proposto em (Matthiew Ferrant et al., 2000). O método descrito segue superfícies chave na sequência de imagens utilizando um algoritmo de superfícies activas.

Em (Matthiew Ferrant et al., 1999b) é apresentada uma metodologia para o emparelhamento de imagens 3D utilizando propriedades físicas. Assim o campo de deformação minimiza o somatório das diferenças quadráticas entre as imagens a ser emparelhadas, e é governado pelas propriedades físicas dos diferentes objectos representados pela imagem. São apresentados resultados em imagens de exercício muscular e de deformação do ventrículo com escleroses múltiplas.

Um exemplo de emparelhamento no qual a utilização de conhecimento explícito *a priori* foi envolvido nos modelos deformáveis é a extracção e etiquetagem de estruturas anatómicas no cérebro, especialmente a partir de imagens de ressonância magnética. O conhecimento anatómico é tornado explícito na forma de um atlas 3D para o cérebro. O atlas é modelizado como um objecto físico, com propriedades elásticas atribuídas. Depois de um alinhamento global inicial, o atlas deforma-se e emparelha-se nas correspondentes regiões da imagem volumétrica do cérebro, em resposta a forças derivadas das características da imagem. A suposição subjacente a esta abordagem é que, para um dado nível de representação, cérebros normais têm a mesma estrutura topológica e diferem apenas em detalhes da forma.

A técnica de deformação elástica de um atlas tem sido uma área de investigação muito activa e tem vindo a ser explorada, por exemplo, em (Gary E. Christensen et al., 1996; Jérôme Declerck et al., 1995; Matthiew Ferrant et al., 1999a).

Em (Olivier Cuisenaire et al., 1998) é proposta uma metodologia para segmentação e reconhecimento de estruturas anatómicas no cérebro, em imagens 3D de ressonância magnética baseada em modelos. Numa fase inicial, a superfície exterior do cérebro é segmentada de forma grosseira e posteriormente alinhada de forma não rígida com um atlas. Seguidamente as estruturas do atlas são utilizadas para inicializar os modelos de superfície activa.

3.5 – Análise e seguimento de movimento

A utilização principal de modelos deformáveis para o seguimento (*tracking*) em imagens médicas está relacionada com a medição do comportamento dinâmico do coração humano, especialmente do ventrículo esquerdo. A caracterização regional do movimento da parede do coração é necessária para isolar a severidade e a extensão de doenças como a isquemia. A ressonância magnética, e outras tecnologias de aquisição de imagem médica, permitem actualmente obter imagens 3D do coração, ao longo do tempo, com resolução espacial excelente e resolução temporal razoável.

Os modelos deformáveis são bastante adequados para este tipo de tarefa de análise de imagem. Na abordagem mais simples, um modelo de contorno 2D deformável é utilizado para segmentar a fronteira do ventrículo esquerdo em cada fatia (*slice*) de uma imagem inicial 3D. Estes contornos são depois utilizados como a aproximação inicial das fronteiras do ventrículo esquerdo nas correspondentes fatias da imagem 3D no instante seguinte, e são depois deformados de maneira a extrair o novo conjunto de fronteiras do ventrículo esquerdo; esta abordagem é utilizada, por exemplo, em (A Gupta et al., 1993; David Geiger et al., 1995; Isabelle L. Herlin e Ayache, 1992). A propagação temporal dos contornos deformáveis diminui drasticamente o tempo necessário para segmentar manualmente o ventrículo esquerdo a partir de uma sequência de imagens 3D, obtida ao longo de um ciclo cardíaco. Em (Tim Mcinerney e Terzopoulos, 1995) é aplicada a abordagem de propagação temporal em 3D, utilizando modelos de balão deformáveis dinamicamente.

Em (Amir A. Amini e Duncan, 1991) é utilizado um método baseado na energia de flexão e na curvatura da superfície para seguir e analisar o movimento do ventrículo esquerdo. Em cada instante são criados dois subconjuntos esparsos de pontos específicos, por selecção de pontos geometricamente significantes, um para a superfície endocárdica e o outro para a superfície epicárdica do ventrículo esquerdo. Fragmentos superficiais em torno destes pontos são então modelizadas por placas finas e flexíveis. Assumindo que num intervalo de tempo reduzido cada fragmento superficial se deforma apenas ligeiramente e localmente, é construída para cada ponto amostrado na primeira superfície uma área de pesquisa na superfície do ventrículo esquerdo da imagem 3D referente ao próximo instante. O melhor ponto para emparelhamento (correspondendo, por exemplo, ao mínimo da energia de flexão) no interior da janela de pesquisa na segunda superfície é considerado como correspondente ao ponto na primeira superfície. Este processo de emparelhamento produz um conjunto inicial de vectores associados ao movimento para pares de superfícies derivadas a partir de imagens de sequências 3D. É então realizado um procedimento de suavização para gerar um campo vectorial denso de movimento sobre a superfície do ventrículo esquerdo. Em (Isaac Cohen et al., 1992b) também é aplicada uma técnica baseada na energia de flexão em 2D, e é realizada uma tentativa de melhorar o método anterior por adição à função de energia de flexão de um termo que tende a preservar o emparelhamento dos pontos de elevada curvatura.

Em (Chang Wen Chen et al., 1994) é empregue uma abordagem alternativa que utiliza um modelo hierárquico de movimento do ventrículo esquerdo, construído por combinação de uma superquádrica deformável globalmente com uma superfície deformável localmente utilizando primitivas de modelização de forma harmónica. Utilizando este modelo, é estimado o movimento do ventrículo esquerdo a partir dos dados de angiografia, e é produzida uma decomposição hierárquica que caracteriza o movimento do ventrículo esquerdo, com resolução variante entre grosseira e fina.

Em (Alex Pentland, 1991; Chahab Natar e Ayache, 1996; Serge Benayoun et al., 1995) também é obtida uma caracterização do movimento do ventrículo esquerdo com resolução variante entre grosseira e fina. São utilizados modelos deformáveis para seguir e recuperar o movimento do ventrículo esquerdo, e análise modal para parametrizar os modelos. Esta parametrização é obtida a partir dos modos de vibração em regime livre e representações com diferentes detalhes são obtidas por

variação do número de modos utilizado.

O coração é um órgão relativamente suave e conseqüentemente existem reduzidos pontos característicos fidedignos. O coração também sofre movimento não rígido complexo que inclui uma componente do movimento de torção (tangencial), assim como uma componente normal. Geralmente, os métodos de estimação do movimento não são capazes de capturar este movimento tangencial sem informações adicionais (Tim Mcinerney, 1996). Vários autores têm aplicado modelos deformáveis em sequências de imagens de ressonância magnética de dados etiquetados por modulação espacial da magnetização (*SPAMM – Spatial Modulation of Magnetization*); exemplos são descritos em (Jinah Park et al., 1996; Senthil Kumar e Goldgof, 1994; Thomas O'donnell et al., 1995).

Um outro problema existente, na maior parte dos métodos mais comuns, é a modelização separada das superfícies endocárdica e epicárdica. Na realidade, o coração é uma estrutura de paredes com determinada espessura. Em (Jinah Park et al., 1996) é desenvolvido um modelo que considera a natureza volumétrica da parede do coração e que incorpora a parametrização descritiva directamente na sua formulação. Em (Thomas O'donnell et al., 1995) é utilizado um modelo híbrido e volumétrico, híbrido porque é um compromisso entre uma componente global (paramétrica) e uma componente local (explícita), para analisar e comparar o ventrículo esquerdo. Em (Alistair A. Young e Axel, 1992) também são construídos modelos 3D de elementos finitos a partir das representações das fronteiras das superfícies endocárdica e epicárdica.

A segmentação e o seguimento em imagens de raios X do estômago, obtidas a partir de diferentes pontos de vista, é abordada em (Kita, 1996). A metodologia utilizada é baseada em modelos físicos deformáveis, sendo realizada a extracção das regiões de um objecto deformável a partir de várias vistas, enquanto é determinada a correspondência do objecto entre vistas. É utilizada uma modelização física por intermédio de dois tipos de molas elásticas: um que liga pontos ao longo do contorno e um outro que liga pontos não contíguos do contorno.

Em (M. Ferrant et al., 2000) é apresentado um novo algoritmo para modelizar e caracterizar, em sequências de imagens 3D, as variações de formas de estruturas biomédicas. O seguimento é conseguido através da utilização de um algoritmo de superfícies activas. Para caracterizar as deformações da parte exterior e do volume interior das superfícies dos objectos, são utilizados modelos físicos dos objectos

representados nas imagens. O modelo físico utilizado apresenta elasticidade linear e as equações de equilíbrio são resolvidas através do método dos elementos finitos. São apresentados resultados em imagens de ressonância magnética do cérebro. Uma abordagem baseada em modelização física, por intermédio dos métodos dos elementos finitos, e na determinação das correspondências por análise dos deslocamentos dos nodos no respectivo espaço modal, é utilizada em (João Manuel R. S. Tavares et al., 2000; Tavares, 2000) para o seguimento e análise de movimento em imagens de pedobarografia dinâmica. As imagens consideradas traduzem a variação espaço-temporal da pressão exercida pela planta do pé em estudo ao longo de uma passada. São utilizados modelos de contorno e modelos superfícies (construídos considerando o nível de intensidade como a terceira coordenada de cada nodo), e são apresentados resultados experimentais obtidos entre contornos, e entre superfícies, ao longo de sequências de movimento, e entre contornos de iso-nível de intensidade (ou seja isobáricos).

4 – Sumário

O papel crescente e importante da imagem médica, no diagnóstico e no tratamento de doenças, abriu um conjunto de problemas centrados na construção de modelos geométricos precisos para estruturas anatómicas, a partir de imagens médicas. Modelos deformáveis oferecem uma abordagem atractiva para resolver tais problemas, pois são capazes de representar formas complexas e variações vastas da forma das estruturas anatómicas. Os modelos deformáveis resolvem muitas das limitações das técnicas tradicionais de processamento de imagem de baixo nível, por possibilitarem representações compactas e analíticas da forma dos objectos, pela incorporação de conhecimento anatómico e por apresentarem capacidades interactivas.

Referências

- A Gupta, L Von Kurowski, et al. (1993). Cardiac MR Image Segmentation Using Deformable Models. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- A Gupta, T O'Donnell, et al. (1994). Segmentation and Tracking of Cine Cardiac MR and CT Images Using a 3-D Deformable Model. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.

- A. D. Parker, A. Hill, et al. (1994). Application of Point Distribution Models to the Automated Analysis of Echocardiograms, Department of Medical Biophysics, University of Manchester
- A. J. Abrantes e Marques (1996). A Class of Constrained Clustering Algorithms for Object Boundary Extraction. IEEE Transactions on Image Processing. 5: 1507-1521
- A. Kelemen, G. Székely, et al. (1996). Automatic Segmentation of Cell Nuclei from Confocal Laser Scanning Microscopy Images. VBC'96 - Visualization in Biomedical Computing, 4th International Conference, Hamburg, Germany, Springer
- Alan L. Yuille, David S. Cohen, et al. (1989). Feature extraction from faces using deformable templates. IEEE Workshop on Visual Motion, California
- Alan L. Yuille, Peter W. Hallinan, et al. (1992). "Feature Extraction from Faces Using Deformable Templates." International Journal of Computer Vision 8(2): 99/111.
- Alex Pentland (1991). Closed-Form Solutions for Physically Based Shape Modeling and Recognition. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 13: 715/729
- Alistair A. Young e Axel (1992). Three-dimensional Motion and Deformation of the Heart Wall: Estimation with Spatial Modulation of Magnetization - A Model-based Approach. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- Amir A. Amini e Duncan (1991). Pointwise Tracking of Left-Ventricular Motion in 3D. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- Andrew Blake e Isard (1998). Active Contours, Springer-Verlag.
- B. C. Vemuri e Radisavljevic (1994). Multiresolution Stochastic Hybrid Shape Models with Fractal Priors. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- C. J. Taylor, T. F. Cootes, et al. (1995). Medical Image Segmentation Using Active Shape Models. Medical Imaging, Analysis of Multimodality 2D/3D Images, IOS Press.
- Chahab Nastar e Ayache (1996). Frequency-Based Nonrigid Motion Analysis: Application to Four Dimensional Medical Images. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 18
- Chang Wen Chen, Thomas S. Huang, et al. (1994). Modeling, Analysis, and Visualization of Left Ventricle Shape AND Motion by Hierarchical Decomposition. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- Chris Davatzikos e Bryan (1995). Using a Deformable Surface Model to Obtain a Shape Representation of the Cortex. IEEE International Symposium on Computer Vision, Florida
- Christophe Chesnaud, Philippe Réfrégier, et al. (1999). Statistical Region Snake-Based Segmentation Adapted to Different Physical Noise Models. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 21
- Cohen (1991). NOTE On active contour models and balloons. CVGIP: Image Understanding. 53: 211/218
- David Geiger, Alok Gupta, et al. (1995). Dynamic Programming for Detecting, Tracking, and Matching Deformable Contours. IEEE Transactions on Pattern and Machine Intelligence. 17: 294/302
- Demetri Terzopoulos (1988). "Constraints on Deformable Models: Recovering 3D Shape and Nonrigid Motion." Deformable Models in Medical Image Analysis, IEEE - 1998.

- Dinggang Shen e Davatzikos (2000). An Adaptive-Focus Deformable Model Using Statistical and Geometric Information. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 22: 906/913
- E. Bainville, G. Champeboux, et al. (1995). Anatomical Surfaces Based 3D/3D and 3D/2D Registration for Computer Assisted Medical Interventions. Medical Imaging - Analysis of Multimodality 2D/3D Images. I. Press.
- Elizabeth Guest, Elizabeth Berry, et al. (2001). Robust Point Correspondence Applied to Two- and Three-Dimensional Image Registration. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 23: 165/179
- Elliot K. Fishman, Brian S. Kuszyk, et al. (1996). Surgical Planning for Liver Resection. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 29
- Eric Bardinet, Laurent D. Cohen, et al. (1994). "Fitting 3-D Data Using Superquadrics and Free-Form Deformations." IEEE 1051-4651/94: 79/83.
- Eric Bardinet, Laurent D. Cohen, et al. (1995). Tracking medical 3D data with a parametric deformable model. IEEE International Symposium on Computer Vision, Florida
- Eric Bardinet, Laurent D. Cohen, et al. (1996). "Tracking and motion analysis of the left ventricle with deformable superquadrics." Medical Image Analysis 1(2): 129/149.
- Eric Maurincomme, Denis Friboulet, et al. (1993). Adder: A snake-based segmentation approach for intravascular ultrasound images. DICTA-93.
- Gábor Székely, András Kelemen, et al. (1996). Segmentation of 2-D and 3-D objects from MRI volume data using constrained elastic deformations of flexible Fourier contour and surface models. Medical Image Analysis, Oxford University Press. 1: 19/34.
- Gary E. Christensen, Michael I. Miller, et al. (1996). Individualizing Neuro-anatomical Atlases using a Massively Parallel Computer. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 29
- Grégoire Malandain, Sara Fernández-Vidal, et al. (1995). Physically Based Rigid Registration of 3-D Free-Form Objects: Application to Medical Imaging, Institut National de Recherche en Informatique et en Automation
- Isaac Cohen, Laurent D. Cohen, et al. (1991). Introducing deformable surfaces to segment 3D images and infer differential structures, Institut National de Recherche en Informatique et en Automation
- Isaac Cohen, Laurent D. Cohen, et al. (1992a). Using Deformable Surfaces to Segment 3-D Images and Infer Differential Structures. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- Isaac Cohen, Nicholas Ayache, et al. (1992b). Tracking Points on Deformable Objects using Curvature Information. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- Isabelle L. Herlin e Ayache (1992). Features Extraction and Analysis Methods for Sequences of Ultrasound Images. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- Jaesang Park e Keller (2001). Snakes on the Watershed. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 23: 1201/1205
- Jérôme Declerck, Gérard Subsol, et al. (1995). Automatic Retrieval of Anatomical Structures in 3D Medical Images, Institut National de Recherche en Informatique et en Automation

- Jinah Park, Dimitri Metaxas, et al. (1996). Analysis of left ventricular wall motion based on volumetric deformable models and MRI-SPAMM, Oxford University Press.
- João Manuel R. S. Tavares, J. Barbosa, et al. (2000). Matching Image Objects in Dynamic Pedobarography. RecPad'2000 - 11th Portuguese Conference on Pattern Recognition, Porto, Portugal.
<http://www.fe.up.pt/~tavares/downloads/publications/artigos/artigo%20recpad2000.pdf>
- João Sanches e Marques (2002). A recursive filter for 3D MAP reconstrucion. RecPad'2002 - 12th Portuguese Conference on Pattern Recognition, Aveiro, Portugal
- José Nascimento e Lemos (2000). Estimation of 3D Shapes using Active Surface Models. RecPad'2000 - 11th Portuguese Conference on Pattern Recognition, Porto, Portugal, APRP - Portuguese Association for Pattern Recognition
- K. Rohr, H. S. Stiehl, et al. (1996). Point-Based Elastic Registration of Medical Image Data Using Approximating Thin-Plate Splines. VBC'96 - Visualization in Biomedical Computing, 4th International Conference, Hamburg, Germany, Springer
- Kita (1996). Elastic-Model Driven Analysis of Several Views of a Deformable Cylindrical Object. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 18
- L. Xu, A. Goshtasby, et al. (1999). "Segmentation of skin cancer images." Image and Vision Computing(17): 65/74.
- M. Ferrant, B. Macq, et al. (2000). Deformable Modeling for Characterizing Biomedical Shape Changes. DGCI'2000 - Discrete Geometry for Computer Imagery Conference, Sweden
- Malcolm H. Davis, Alireza Khotanzad, et al. (1995). Coordinate Transformation in 3D Image Matching by a Physics Based Method-Elastic Body Splines. IEEE International Symposium on Computer Vision, Florida
- Matthew Ferrant, Olivier Cuisenaire, et al. (1999a). Multi-object segmentation of brain structures in 3D MRI using a computerized atlas. SPIE Medical Imaging, San Diego, USA, SPIE
- Matthew Ferrant, Simon K. Warfield, et al. (2000). Registration of 3D Intraoperative MR Images of the Brain Using a Finite Element Biomechanical Model. MICCAI'2000 - Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention, Pittsburg, USA
- Matthew Ferrant, Simon K. Warfield, et al. (1999b). 3D Image Matching Using a Finite Element Based Elastic Deformation Model. MICCAI'1999 - Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention, UK
- Meiyappan Solaiyappan e Postin (1996). Interactive Visualization for Rapid Noninvasive Cardiac Assessment. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 29
- Nicolae Duta, Jain, et al. (2001). Automatic Constrution of 2D Shape Models. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 23: 433/446
- Olivier Cuisenaire, Matthew Ferrant, et al. (1998). Model-based segmentation and recognition of anatomical brain structures in 3D MR Images. NMBIA'98 - Noblesse Model-Based Image Analysis Workshop, Glasgow
- Ronfard (1994). "Region-Based Strategies for Active Contour Models." International Journal of Computer Vision 13(2): 229/251.

- Samuel D. Fenster e Kender (2001). Sectored Snakes: Evaluating Learned-Energy Segmentations. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 23: 1028/1034
- Senthil Kumar e Goldgof (1994). Automatic Tracking of SPAMM Grid and the Estimation of Deformation Parameters from Cardiac MR Images. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- Serge Benayoun, Chahab Nastar, et al. (1995). Dense Non-Rigid Motion Estimation in sequences of 3D Images using Differential Constraints. Submission to CVRMed'95
- Syn (1996). Model-Based Three-Dimensional Freehand Ultrasound Imaging, University of Cambridge
- Tavares (2000). Análise de Movimento de Corpos Deformáveis usando Visão Computacional. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto. <http://www.fe.up.pt/~tavares/downloads/publications/teses/tese%20phd.zip>
- Thomas O'Donnell, Alok Gupta, et al. (1995). The Hybrid Volumetric Ventriculoid: A Model for MR-SPAMM 3-D Analysis. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- Tim McInerney (1996). "Deformable models in medical image analysis: a survey." Medical Image Analysis 1(2): 91/108.
- Tim McInerney e Terzopoulos (1995). A Dynamic Finite Element Surface Model for Segmentation and Tracking in Multidimensional Medical Images with Application to Cardiac 4D Image Analysis. Deformable Models in Medical Image Analysis - 1998, IEEE.
- Tina Kapur, W. Eric L. Grimson, et al. (1996). Segmentation of brain tissue from magnetic resonance images.