



**LABORATÓRIO DE ÓPTICA E MECÂNICA EXPERIMENTAL**

## **RELATÓRIO INTERNO**

### ***Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab***

Maria Cândida F. S. P. Coelho

João Manuel R. S. Tavares

Outubro de 2003

## RESUMO

O presente relatório tem como principal objectivo descrever, resumidamente, as várias potencialidades da *Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab*, facilitando a sua utilização. Assim, descreve-se o método de calibração utilizado, os parâmetros de calibração a estimar e as várias funções implementadas na *Toolbox*, bem como os seus parâmetros de entrada e de saída.

O relatório está dividido em três secções: na primeira, é feita uma pequena introdução à *Toolbox* de calibração e ao método por esta utilizado; na segunda, são apresentados os parâmetros de calibração a estimar e a classe na qual o método se insere; e na terceira e última secção, são descritas as várias funções implementadas na *Toolbox* que permitem a calibração de uma ou mais câmaras.

## **ABSTRACT**

The main goal of the present report is to briefly describe the several potentialities of the *Camera Calibration Toolbox for Matlab*, helping its use. Thus, the report describes the calibration method used; the calibration parameters to be estimated and the several functions implemented in the *Toolbox*, as well as its input and output parameters.

The report is divided in three sections: in the first one, is presented a small introduction to the *Toolbox* and to the calibration method used; in the second, are presented the calibration parameters to be estimated and the class in which the method fits; and in the third and last section, are described the several functions implemented in the *Toolbox* that allow the calibration of one or more cameras.

## ÍNDICE

<b>1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2 - CLASSIFICAÇÃO DO MÉTODO.....</b>	<b>1</b>
<b>3 - SOFTWARE DE CALIBRAÇÃO DE CÂMARAS PARA <i>MATLAB</i>.....</b>	<b>3</b>
<b>3.1 - Sistema com uma única câmara .....</b>	<b>3</b>
3.1.1 - Leitura de Imagens de Calibração .....	3
3.1.2 - Extração dos Vértices dos Quadrados da <i>Grelha</i> de Calibração .....	5
3.1.3 - Calibração de uma câmara.....	7
3.1.4 - Correção de imagens distorcidas .....	9
<b>3.2 - Sistema Stereo .....</b>	<b>9</b>
3.2.1 - Leitura dos ficheiros (individuais) de calibração das duas câmaras e calibração <i>stereo</i> (inicial) dos parâmetros extrínsecos.....	10
3.2.2 - Calibração <i>stereo</i> (optimização) .....	11
3.2.3 - Rectificação <i>stereo</i> .....	12
<b>4 - REFERÊNCIAS .....</b>	<b>13</b>
<b>ANEXO: FÓRMULA DA ROTAÇÃO DE RODRIGUES .....</b>	<b>15</b>

## 1 - INTRODUÇÃO

A *Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab*, disponibilizada na página da *Web* em [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/), permite ler imagens de calibração, extrair os pontos de calibração (vértices dos quadrados presentes na imagem), calibrar a câmara, apresentar os resultados, controlar precisões, adicionar e suprimir imagens, corrigir imagens distorcidas, alterar o modelo intrínseco da câmara escolhendo quais os parâmetros a otimizar, calibrar um sistema *stereo*, rectificar imagens *stereo* e determinar os pontos 3D utilizando o princípio da *Triangulação stereo*. Para além disso, permite adaptar os dados utilizados pelos métodos de calibração propostos por *Zhang* [Zhang, 2000], *Heikkilä* [Heikkilä, 1997] e *Bakstein* [Bakstein, 1999] de forma a serem utilizados pelo método de calibração implementado nesta *Toolbox*.

O método de calibração implementado na *Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab* baseia-se no proposto por *Heikkilä* [Heikkilä, 1997]. O método é indicado como extremamente preciso [Herbst, 2003] e utiliza um procedimento de “*quatro-passos*” para calibrar uma dada câmara. O método proposto consiste: primeiro, na determinação de uma solução analítica (“*closed-form solution*”) que permita obter uma aproximação inicial dos parâmetros intrínsecos/extrínsecos da câmara, utilizando um modelo *Pin Hole* e pontos de calibração não *coplanares*; segundo, na estimação não-linear dos parâmetros através do método dos *Mínimos Quadrados* para minimização dos resíduos entre o modelo e as  $N$  observações (erro de re-projecção), que inclui distorção radial e tangencial da lente; terceiro, na correcção e posterior extracção de pontos de calibração na imagem devido à distorção do padrão de calibração (que contém os pontos de calibração, por exemplo: vértices de quadrados, centros de circunferências, etc.) causada pela projecção perspectiva; e quarto, na correcção das coordenadas imagem distorcidas a partir de um modelo inverso empírico que compensa as distorções radial e tangencial da lente.

## 2 - CLASSIFICAÇÃO DO MÉTODO

Este método de calibração está inserido nas técnicas de múltiplos-passos, neste caso quatro, e utiliza: no primeiro passo, aproximação linear para determinação de uma solução analítica dos parâmetros da câmara (sem distorção da lente); no segundo passo, estimação da distorção radial e tangencial da lente e dos restantes parâmetros a partir de uma optimização não-linear utilizando o método dos *Mínimos Quadrados*; no terceiro passo, correcção e posterior extracção dos pontos de calibração na imagem; e finalmente no quarto e último passo, correcção das coordenadas imagem distorcidas (*Fig. 1*).

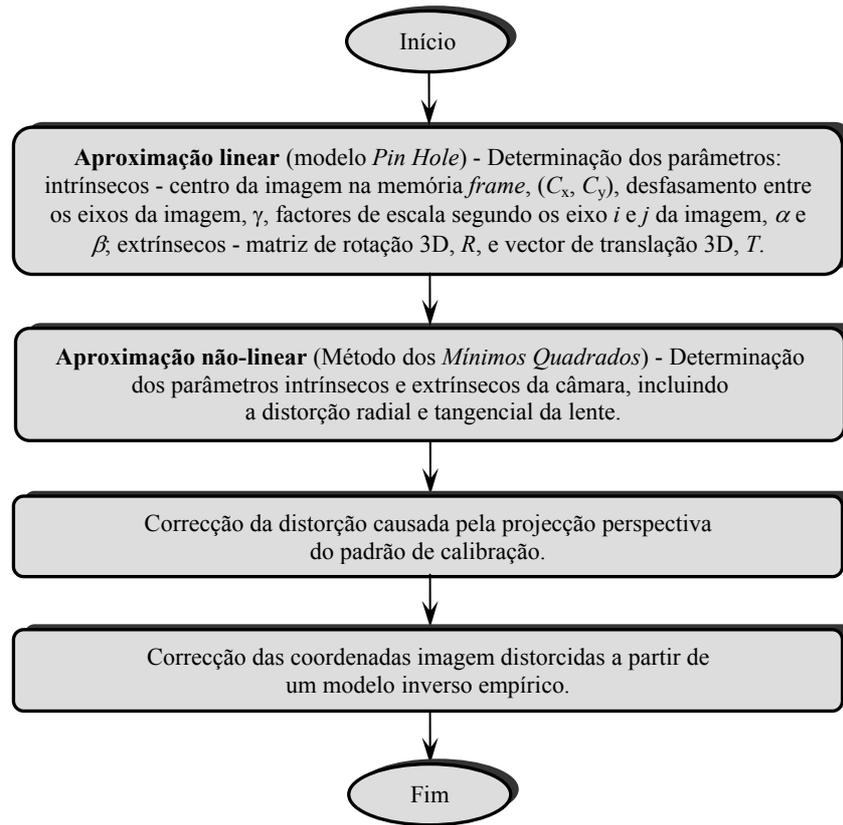


Figura 1 - Esquema do método de calibração implementado na Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab.

O modelo da câmara, utilizado pelo método de calibração implementado na *Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab*, tem os seguintes parâmetros a estimar:

- **Parâmetros extrínsecos:** utilizados para transformar as coordenadas 3D no sistema mundo em coordenadas 3D no sistema câmara, para cada posição e/ou orientação da câmara/plano de calibração. Assim, existem seis parâmetros extrínsecos: a matriz de rotação 3D  $\mathbf{Rc}$  ( $3 \times 3$ ) e as três componentes do vector de translação  $\mathbf{Tc}$  ( $3 \times 1$ ). A matriz de rotação 3D pode ser representada pelo vector de rotação 3D  $\mathbf{omc}$  ( $3 \times 1$ ), ambos relacionados pela fórmula de Rodrigues (ver *Anexo*).
- **Parâmetros intrínsecos:** utilizados para a transformação das coordenadas 3D no sistema câmara em coordenadas 2D no sistema da memória *frame*. Existem cinco parâmetros intrínsecos no modelo:
  - **Distância Focal:** representa a distância, em *pixels*, entre o centro de projecção e o plano imagem (segundo os seus dois eixos, *i* e *j*) e é guardada no vector  $\mathbf{fc}$  ( $2 \times 1$ ) ( $\mathbf{fc(1)} = fc_x$  e  $\mathbf{fc(2)} = fc_y$ ). A distância focal efectiva (*f*) pode ser obtida a partir de:  $fc_x \cong f \cdot s_x / d_x$  ou  $fc_y \cong f / d_y$ , onde  $d_x$  e  $d_y$  são as distâncias entre centros dos elementos sensores vizinhos

segundo as direcções  $X$  e  $Y$ , e  $s_x$  é um factor de incerteza horizontal devido a erros de sincronização;

- **Centro Óptico da Imagem:** representa as coordenadas, em *pixels*, do centro óptico da imagem na memória *frame* e são guardadas no vector  $cc$  ( $2 \times 1$ ) ( $cc(1) = cc_x$  e  $cc(2) = cc_y$ );
- **Coefficiente de Desfasamento:** representa o ângulo entre os eixos  $x$  e  $y$  da imagem na memória *frame* e é guardado na variável **alpha\_c**;
- **Distorções:** representa os coeficientes de distorção da imagem (radial e tangencial) e são guardadas no vector ( $5 \times 1$ ) **kc** (**kc(1)**, **kc(3)** e **kc(5)** são os coeficientes da distorção radial de 2ª, 4ª e 6ª ordem, respectivamente, e **kc(2)** e **kc(4)** são os coeficientes da distorção tangencial de 1ª e 2ª ordem, respectivamente).

### 3 - SOFTWARE DE CALIBRAÇÃO DE CÂMARAS PARA MATLAB

A presente *Toolbox* de calibração de câmaras corre nas versões de *Matlab* 5.x e 6.x (até à versão *Matlab* 6.5) e foi desenvolvida para os sistemas operativos *Microsoft Windows*, *Unix* e *Linux*. No entanto, a *Toolbox* deverá correr em todas as plataformas que suportem *Matlab* 5.x e 6.x. A implementação em *C* desta *Toolbox* está também disponível no *OPENCV* distribuído pela *Intel* [Intel, 2001]. Nas secções seguintes são apresentados os parâmetros de entrada e de saída de cada uma das funcionalidades desta *Toolbox*.

#### 3.1 - Sistema com uma única câmara

Nesta secção são apresentadas as várias funções da *Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab* que permitem uma calibração completa de uma câmara utilizando, como plano de calibração, um padrão constituído por quadrados. Assim, nesta fase são apresentadas as funções que permitem: ler imagens de calibração, extrair os vértices dos quadrados da imagem os quais vão ser os pontos de calibração, calibrar a câmara, alterar o modelo intrínseco da câmara escolhendo quais os parâmetros a otimizar, apresentar os resultados, controlar precisões e corrigir imagens distorcidas.

##### 3.1.1 - Leitura de Imagens de Calibração

Nesta subsecção é apresentada a função da *Toolbox* de calibração de câmaras para *Matlab* que permite ler imagens de calibração.

### 3.1.1.1 - Parâmetros de entrada:

- **ImageName1, Extension; ImageName2, Extension < ... >** - nome das imagens de calibração e respectivo formato (podem ter os seguintes formatos: *ras*, *bmp*, *tif*, *png*, *jpg* e *ppm*) (Fig. 2).

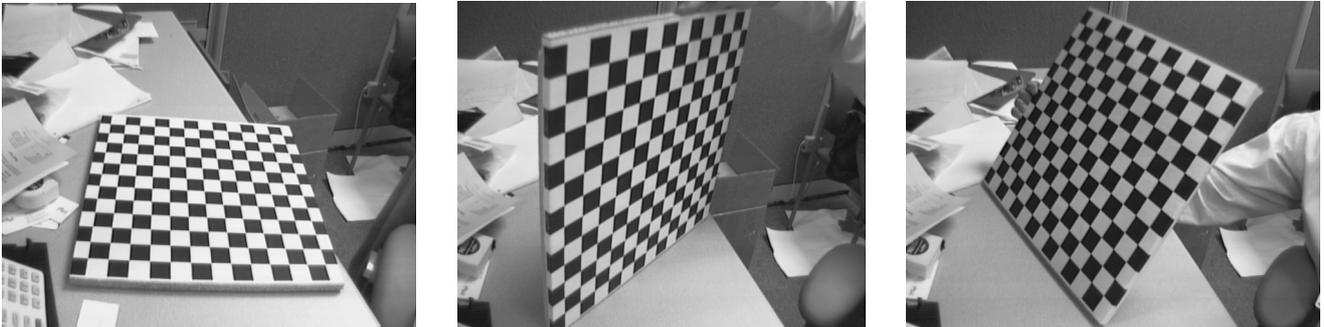


Figura 2 - Exemplo de imagens de calibração lidas pela Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab.

### 3.1.1.2 - Parâmetros de saída:

- **Complete Set of Images** - é exibido um conjunto completo das imagens lidas pela Toolbox em formato de mosaico (*thumbnail*) (Fig. 3).

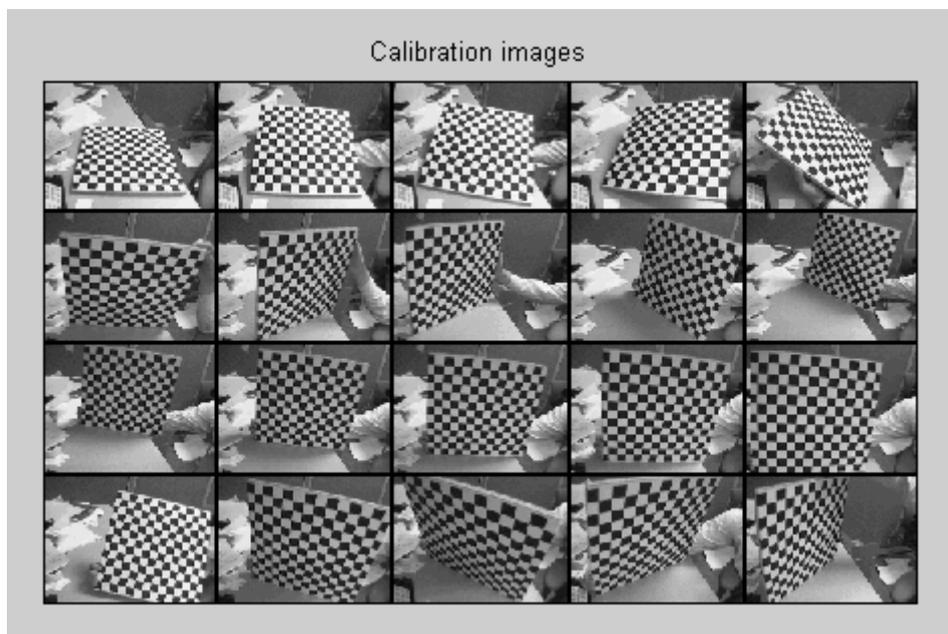


Figura 3 - Exemplo de um conjunto de imagens de calibração lidas pela Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab e exibidas em forma de mosaico.

### 3.1.2 - Extração dos Vértices dos Quadrados da Grelha de Calibração

Nesta subsecção são descritos os parâmetros de entrada e saída e todo o procedimento necessário para extrair os pontos referentes aos vértices dos quadrados de uma grelha de calibração.

#### 3.1.2.1 - Parâmetros de entrada (Fig. 4):

**Etapa I.** Fornecer ao programa o número de imagens de calibração a processar, o tamanho da janela de busca dos vértices dos quadrados e o número de quadrados nas imagens de calibração.

- **Number of Images to Process** - número de imagens a processar para extração dos pontos de calibração. Se o parâmetro de entrada for nulo “[]” todas as imagens lidas são processadas, caso contrário, é necessário uma lista do subconjunto de índices das imagens às quais se pretende extrair os vértices (ex.: [2 5 8 10 12]);
- **Wintx** e **Winty** - tamanho por defeito da janela de busca dos vértices nas direcções X e Y, respectivamente. Se os parâmetros de entrada forem nulos “[]” para **Wintx** e **Winty**, o valor considerado para ambos é 5, que corresponde a um tamanho efectivo da janela de 11×11 pixels;
- **Number of Squares** - permite utilizar o mecanismo automático de contagem dos quadrados presentes nas imagens de calibração (parâmetro de entrada nulo, “[]”) ou inserir manualmente esse número.

```
Extraction of the grid corners on the images
Number(s) of image(s) to process ([] = all images) =
Window size for corner finder (wintx and winty):
wintx ([] = 5) =
winty ([] = 5) =
Window size = 11x11
Do you want to use the automatic square counting mechanism (0=[]=default)
or do you always want to enter the number of squares manually (1,other)?
```

Figura 4 - Parâmetros de entrada para extração dos vértices dos quadrados presentes numa imagem de calibração.

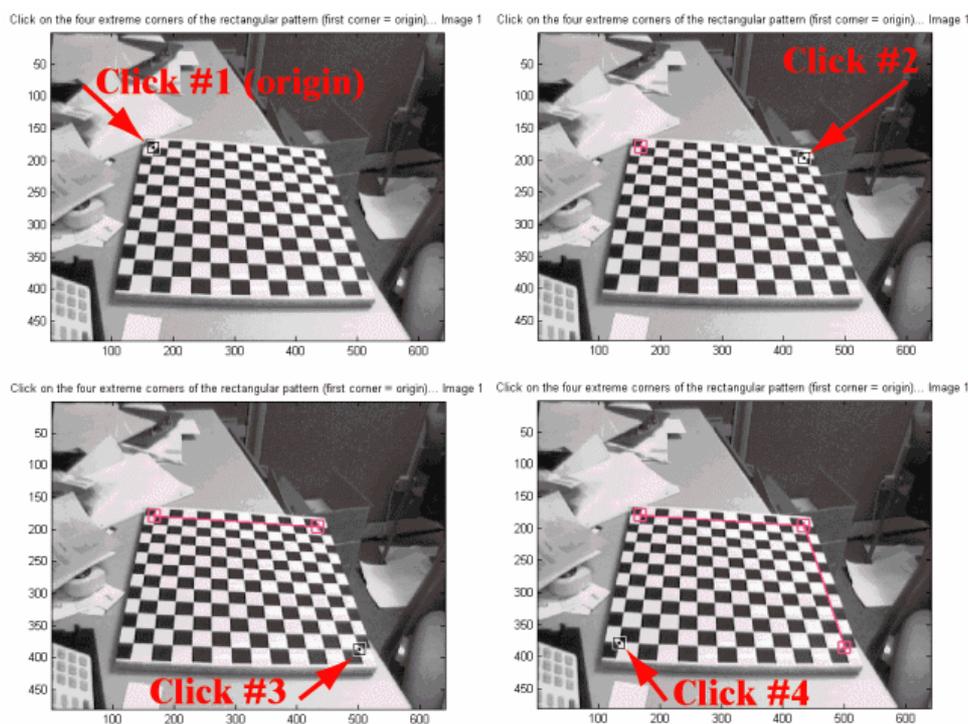
**Etapa II.** Escolha dos limites da grelha de calibração na qual se vão extrair os vértices dos quadrados do padrão rectangular.

- Após fornecer os parâmetros de entrada referidos na **Etapa I**, é mostrada a primeira imagem de calibração, na qual se escolhem quatro vértices extremos do padrão rectangular seguindo o seguinte procedimento: primeiro, pressiona-se, sobre a imagem, o local do primeiro vértice que corresponde ao ponto de origem da janela de referência associada à grelha; e em seguida,

escolhem-se os outros três pontos da grelha rectangular, seguindo uma ordem circular independente do sentido. Um exemplo deste procedimento é apresentado na *Fig. 5* (Atenção: seleccionar/pressionar quatro vértices que tenham pelo menos 5 *pixels* de distância dos extremos da grelha de calibração. Caso contrário, alguns dos vértices poderão não ser detectados).

**Etapa III.** Fornecer ao programa o tamanho de cada quadrado presente na grelha de calibração.

- $dX$  e  $dY$  - tamanho de cada quadrado da grelha de calibração nas direcções  $X$  e  $Y$ , respectivamente. Se estes parâmetros de entrada forem nulos “[ ]”, o valor por defeito para ambos é 30 milímetros.



*Figura 5 - Procedimento para determinar os cantos da grelha na qual se vão extrair os vértices do padrão rectangular.*

### 3.1.2.2 - Parâmetros de saída:

- **Image with Predicted Grid Corners** - o programa mostra os vértices estimados dos quadrados da grelha de calibração, na ausência da distorção (*Fig. 6*). No caso em que a imagem tem elevada distorção, a estimação destes vértices poderá ser fraca, ou seja, estarem afastados dos vértices reais dos quadrados na imagem. Assim, é possível introduzir um valor inicial para o coeficiente de distorção radial da lente, de forma a “ajudar” o *software* a encontrar os vértices dos quadrados na imagem.

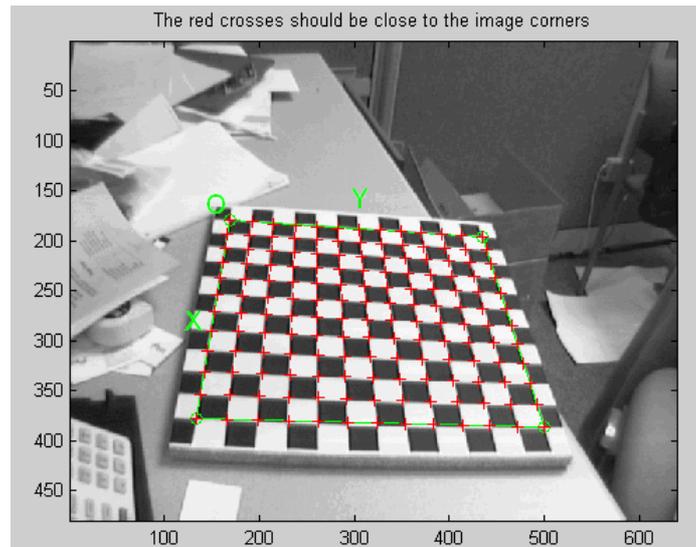


Figura 6 - Exemplo de um conjunto de vértices estimados pela Toolbox (vértices assinalados a vermelho).

### 3.1.3 - Calibração de uma câmara

A calibração da câmara é realizada em duas fases: aproximação linear e optimização não-linear. A fase de aproximação linear calcula uma solução inicial (“*closed-form solution*”) para os parâmetros de calibração, não incluindo a distorção da lente. A fase de optimização não-linear minimiza o erro de re-projecção total (método dos *Mínimos Quadrados*) de todos os parâmetros de calibração.

#### 3.1.3.1 - Parâmetros de entrada (Fig. 7):

- **Image with Predicted Grid Corners** - imagem na qual estão assinalados os vértices estimados dos quadrados da grelha de calibração (parâmetro de saída da implementação para extracção desses vértices, *subsecção 3.1.2*);
- **Aspect Ratio Optimized** (parâmetro de entrada utilizado na fase de optimização) - opção de optimizar o parâmetro do modelo de calibração que indica se o *pixel*, numa linha discretizada pelo *CCD*, é quadrado ou não. Por defeito esta opção está activa ( $est\_aspect\_ratio = 1$ );
- **Principal Point Optimized** (parâmetro de entrada utilizado na fase de optimização) - opção de optimizar o centro da imagem na memória *frame*. Por defeito esta opção está activa ( $center\_optim = 1$ );
- **Skew not Optimized** (parâmetro de entrada utilizado na fase de optimização) - opção de optimizar o parâmetro do modelo de calibração que descreve o desfasamento entre os dois eixos da imagem. Por defeito esta opção não está activa ( $est\_alpha = 0$ ).

## 3.1.3.2 - Parâmetros de saída (Fig. 7):

- **Calibration Parameters after Initialization** - parâmetros intrínsecos da câmara estimados, considerando um modelo *Pin Hole* para a câmara (aproximação inicial);
- **Calibration Parameters after Optimization** - parâmetros intrínsecos da câmara estimados, considerando um modelo não-linear para a câmara (método dos *Mínimos Quadrados*). São também apresentados os desvios padrão de cada um dos parâmetros estimados.

```

Aspect ratio optimized (est_aspect_ratio = 1) -> both components of fc are estimated (DEFAULT).
Principal point optimized (center_optim=1) - (DEFAULT). To reject principal point, set center_optim=0
Skew not optimized (est_alpha=0) - (DEFAULT)
Distortion not fully estimated (defined by the variable est_dist):
  Sixth order distortion not estimated (est_dist(5)=0) - (DEFAULT) .
Initialization of the principal point at the center of the image.
Initialization of the image distortion to zero.
Initialization of the intrinsic parameters using the vanishing points of planar patterns.

Initialization of the intrinsic parameters - Number of images: 20

Calibration parameters after initialization:

Focal Length:      fc = [ 671.13759   680.77186 ]
Principal point:  cc = [ 319.50000   239.50000 ]
Skew:             alpha_c = [ 0.00000 ] => angle of pixel axes = 90.00000 degrees
Distortion:       kc = [ 0.00000   0.00000   0.00000   0.00000   0.00000 ]

Main calibration optimization procedure - Number of images: 20
Gradient descent iterations: 1...2...3...4...5...6...7...8...9...10...11...done
Estimation of uncertainties...done

Calibration results after optimization (with uncertainties):

Focal Length:      fc = [ 661.67001   662.82858 ] ± [ 1.17913   1.26567 ]
Principal point:  cc = [ 306.09590   240.78987 ] ± [ 2.38443   2.17481 ]
Skew:             alpha_c = [ 0.00000 ] ± [ 0.00000 ] => angle of pixel axes = 90.00000 ± 0.00000 degrees
Distortion:       kc = [ -0.26425   0.22645   0.00020   0.00023   0.00000 ] ± [ 0.00934   0.03826   0.00052   0.00053   0.00000 ]
Pixel error:      err = [ 0.45330   0.38916 ]

Note: The numerical errors are approximately three times the standard deviations (for reference).

Recommendation: Some distortion coefficients are found equal to zero (within their uncertainties).
To reject them from the optimization set est_dist=[1;1;0;0] and run Calibration

```

Figura 7 - Exemplo dos parâmetros de entrada e saída da implementação desenvolvida para calibração de uma câmara, integrada na Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab.

Após uma primeira calibração da câmara, é possível realizar uma série de procedimentos que permitem analisar e estimar com maior precisão os parâmetros da câmara, por exemplo: a utilização da ferramenta de análise dos erros que permite observar o gráfico da correlação cruzada do erro de re-projecção; a visualização 3D gráfica dos parâmetros extrínsecos da câmara (várias posições e/ou orientações do plano de calibração relativamente à câmara ou vice-versa); a utilização, como parâmetros iniciais, da distorção da lente estimada na fase de calibração e da re-projecção dos pontos de calibração para uma nova e mais precisa extracção desses pontos; adicionar e suprimir imagem de calibração; realizar novas calibrações escolhendo os parâmetros a otimizar ou optando por não os estimar; visualização gráfica do efeito da distorção ao longo da área da imagem, mostrada por iso-níveis de distorção, permitindo comparar a importância da componente radial versus a componente tangencial da distorção, de forma a escolher o modelo de distorção apropriado.

Após cada calibração realizada, os resultados são guardados no ficheiro *Calib\_Results.mat*, Fig. 7.

### 3.1.4 - Correção de imagens distorcidas

A função de correção de imagens distorcidas permite criar uma versão não distorcida de uma ou mais imagens, dados os parâmetros intrínsecos da câmara, previamente estimados.

#### 3.1.4.1 - Parâmetros de entrada:

- **Undistort All the Calibration Images or a New Image?** - permite escolher as imagens distorcidas que se pretendem corrigir. Se o parâmetro de entrada for nulo [], todas as imagens utilizadas na fase de calibração são corrigidas. Caso contrário, é realizada a correção de uma nova imagem, escolhida pelo utilizador, e são requeridos dois novos parâmetros de entrada:
  - **ImageName** - nome da imagem distorcida que se pretende corrigir;
  - **Extension** - respectivo formato da imagem a corrigir.

#### 3.1.4.2 - Parâmetros de saída (Fig. 8):

- **Undistorted Image** - é guardada e apresentada a correspondente imagem corrigida.

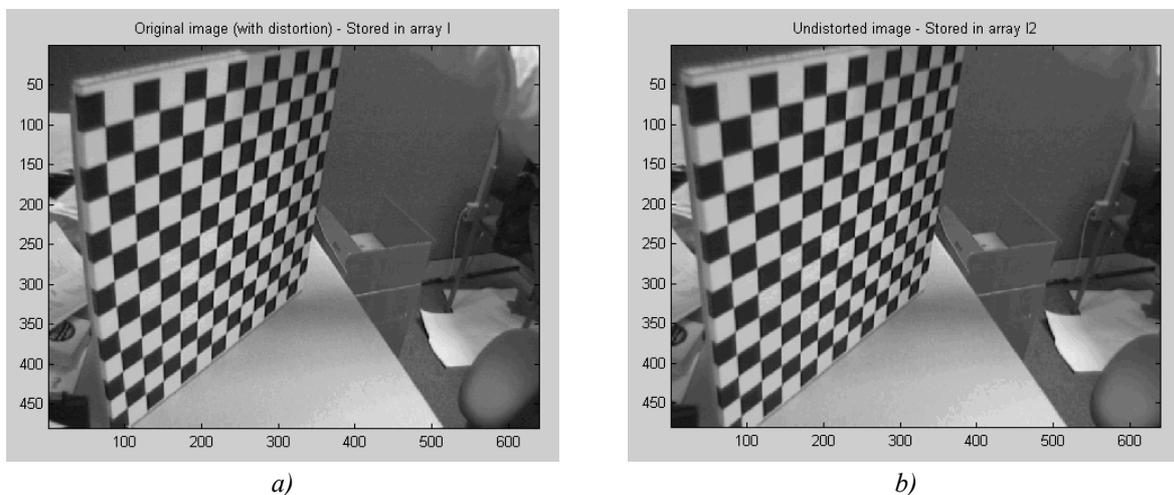


Figura 8 - Exemplo de uma imagem: a) com distorção; b) sem distorção. Esta última, corrigida a partir da função de correção da distorção da lente implementada na Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab.

## 3.2 - Sistema Stereo

A Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab permite ainda calibrar um sistema *stereo* (intrínseca e extrínsecamente), usar o resultado da calibração *stereo* para rectificação de imagens e determinar as coordenadas 3D da cena a partir do princípio da *Triangulação stereo*.

### 3.2.1 - Leitura dos ficheiros (individuais) de calibração das duas câmaras e calibração *stereo* (inicial) dos parâmetros extrínsecos

A função descrita nesta subsecção permite ler os pares de imagens obtidos pelas duas câmaras (cada par corresponde ao mesmo plano de calibração observado pelas câmaras em posições/orientações diferentes), ler os dois ficheiros de calibração individuais obtidos após calibrar separadamente as câmaras, apresentar os parâmetros intrínsecos resultantes dessas calibrações e os parâmetros extrínsecos resultantes de uma calibração *stereo* (inicial), que descrevem a posição da câmara direita relativamente à câmara esquerda. Por convenção, as duas câmaras às quais se realiza a calibração *stereo* são designadas por câmara: esquerda e direita.

#### 3.2.1.1 - Parâmetros de entrada (Fig. 9):

- **Name of the Left Calibration File** - nome do ficheiro que contem os parâmetros de calibração da câmara esquerda;
- **Name of the Right Calibration File** - nome do ficheiro que contem os parâmetros de calibração da câmara direita.

#### 3.2.1.2 - Parâmetros de saída (Fig. 9):

- **Stereo Calibration Parameters** - são apresentados os parâmetros intrínsecos, estimados a partir das calibrações individuais de cada câmara, e os parâmetros extrínsecos, estimados a partir da calibração *stereo* (inicial) e que descrevem a posição da câmara direita relativamente à câmara esquerda.

**Nota:** Os parâmetros extrínsecos  $\mathbf{om}$  e  $\mathbf{T}$ , resultantes da calibração *stereo*, são determinados a partir da correspondência entre os pontos de calibração de cada par de imagens do mesmo plano de calibração observado pelas duas câmaras em posição/orientação diferentes. Assim, esses parâmetros são definidos tal que considerando um ponto  $P$  no espaço 3D, os seus dois vectores de coordenadas  $X_L$  e  $X_R$  no referencial da memória *frame* da câmara esquerda e direita, respectivamente, estão relacionados pela transformação de corpo rígido:  $X_R = \mathbf{R} \times X_L + \mathbf{T}$ , onde  $\mathbf{R}$  é a matriz da rotação ( $3 \times 3$ ) correspondente ao vector de rotação  $\mathbf{om}$  ( $3 \times 1$ ). A matriz e o vector de rotação estão relacionados pela fórmula de Rodrigues (ver *Anexo*).

```

Calib_Results_left.mat  Calib_Results_right.mat

Loading of the individual left and right camera calibration files
Name of the left camera calibration file ([])=Calib_Results_left.mat): Calib_Results_left.mat
Name of the right camera calibration file ([])=Calib_Results_right.mat): Calib_Results_right.mat
Loading the left camera calibration result file Calib_Results_left.mat...
Loading the right camera calibration result file Calib_Results_right.mat...

Stereo calibration parameters after loading the individual calibration files:

Intrinsic parameters of left camera:
Focal Length:      fc_left = [ 533.00371  533.15260 ] ± [ 1.07629  1.10913 ]
Principal point:   cc_left = [ 341.58612  234.25940 ] ± [ 1.24041  1.33065 ]
Skew:              alpha_c_left = [ 0.00000 ] ± [ 0.00000 ] => angle of pixel axes = 90.00000 ± 0.00000 degrees
Distortion:        kc_left = [ -0.28947  0.10326  0.00103  -0.00029  0.00000 ] ± [ 0.00596  0.02055  0.00030  0.00037  0.00000 ]

Intrinsic parameters of right camera:
Focal Length:      fc_right = [ 536.98262  536.56938 ] ± [ 1.19786  1.15677 ]
Principal point:   cc_right = [ 326.47209  249.33257 ] ± [ 1.36588  1.34252 ]
Skew:              alpha_c_right = [ 0.00000 ] ± [ 0.00000 ] => angle of pixel axes = 90.00000 ± 0.00000 degrees
Distortion:        kc_right = [ -0.28936  0.10677  -0.00078  0.00020  0.00000 ] ± [ 0.00488  0.00866  0.00027  0.00062  0.00000 ]

Extrinsic parameters (position of right camera wrt left camera):
Rotation vector:   om = [ 0.00611  0.00409  -0.00359 ]
Translation vector: T = [ -99.84929  0.82221  0.43647 ]

```

Figura 9 - Exemplo dos parâmetros de entrada e saída da implementação para calibração (inicial) de um sistema stereo, integrada na Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab.

### 3.2.2 - Calibração *stereo* (otimização)

A função de calibração *stereo* permite calibrar todos os parâmetros intrínsecos e extrínsecos, juntamente com os respectivos desvios padrão, de forma a minimizar os erros de re-projecção em ambas as câmaras, para todas as posições da grelha de calibração. Após cada calibração *stereo* realizada, os resultados são guardados no ficheiro *Calib\_Results\_stereo.mat*.

#### 3.2.2.1 - Parâmetros de entrada (Fig. 10):

- **Recomputation of the Intrinsic Parameters of the Left Camera** - opção de otimizar os parâmetros intrínsecos da câmara esquerda. Por defeito esta opção está activa (recompute\_intrinsic\_left = 1);
- **Recomputation of the Intrinsic Parameters of the Right Camera** - opção de otimizar os parâmetros intrínsecos da câmara esquerda. Por defeito esta opção está activa (recompute\_intrinsic\_right = 1).

#### 3.2.2.2 - Parâmetros de saída (Fig. 10):

- **Stereo Calibration Parameters** - calibração *stereo* (otimizada): parâmetros intrínsecos e extrínsecos das câmaras.

```

Recomputation of the intrinsic parameters of the left camera (recompute_intrinsic_left = 1)
Recomputation of the intrinsic parameters of the right camera (recompute_intrinsic_right = 1)
Main stereo calibration optimization procedure - Number of pairs of images: 14
Gradient descent iterations: 1...2...3...4...5...6...7...done
Estimation of uncertainties...done

Stereo calibration parameters after optimization:

Intrinsic parameters of left camera:
Focal Length:      fc_left = [ 533.52331  533.52699 ] ± [ 0.83147  0.84055 ]
Principal point:   cc_left = [ 341.60376  235.19287 ] ± [ 1.23937  1.20470 ]
Skew:              alpha_c_left = [ 0.00000 ] ± [ 0.00000 ] => angle of pixel axes = 90.00000 ± 0.00000 degrees
Distortion:        kc_left = [ -0.28838  0.09714  0.00109  -0.00030  0.00000 ] ± [ 0.00621  0.02155  0.00028  0.00034  0.00000 ]

Intrinsic parameters of right camera:
Focal Length:      fc_right = [ 536.81377  536.47649 ] ± [ 0.87631  0.86541 ]
Principal point:   cc_right = [ 326.28657  250.10121 ] ± [ 1.31444  1.16609 ]
Skew:              alpha_c_right = [ 0.00000 ] ± [ 0.00000 ] => angle of pixel axes = 90.00000 ± 0.00000 degrees
Distortion:        kc_right = [ -0.28943  0.10690  -0.00059  0.00014  0.00000 ] ± [ 0.00486  0.00883  0.00022  0.00055  0.00000 ]

Extrinsic parameters (position of right camera wrt left camera):
Rotation vector:   om = [ 0.00669  0.00452  -0.00350 ] ± [ 0.00270  0.00308  0.00029 ]
Translation vector: T = [ -99.80198  1.12443  0.05041 ] ± [ 0.14200  0.11352  0.49773 ]

Note: The numerical errors are approximately three times the standard deviations (for reference).

```

Figura 10 - Exemplo dos parâmetros de entrada e saída da implementação para calibração (otimizada) de um sistema stereo, integrada na Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab.

### 3.2.3 - Rectificação *stereo*

A função de rectificação de imagens permite rectificar pares de imagens utilizadas na calibração *stereo*, ou seja, conhecendo os parâmetros de transformação perspectiva de cada uma das câmaras é possível alinhar as duas imagens de modo a que as linhas *epipolares* homólogas associadas sejam linhas horizontais alinhadas [Silva, 1994].

#### 3.2.3.1 - Parâmetros de entrada:

- ***I\_left01, I\_Right01; I\_left02, I\_Right01;*** < ... > - par de imagens utilizadas para a calibração *stereo* das duas câmaras.

#### 3.2.3.2 - Parâmetros de saída:

- ***I\_Rectified\_left01, I\_Rectified\_Right01; I\_Rectified\_left02, I\_Rectified\_Right01;*** < ... > - par de imagens de calibração *stereo* rectificadas.

### 3.2.4 - Triangulação *stereo*

A Toolbox de calibração inclui também uma função que determina as coordenadas 3D de um conjunto de pontos dadas as suas projecções na imagem esquerda/direita e os parâmetros de calibração *stereo* obtidos. Este processo é conhecido como *Triangulação stereo* [Slabaugh, 2001].

### 3.2.4.1 - Parâmetros de entrada:

- $x\_left\_1$  e  $x\_right\_1$  - projecções de um conjunto de pontos nas imagens direita e esquerda;
- $om$  e  $T$  - parâmetros extrínsecos estimados a partir da calibração *stereo*:  $om$  é o vector de rotação 3D e  $T$  é o vector de translação 3D, que descrevem a posição da câmara direita relativamente à câmara esquerda;
- $fc\_left$ ,  $cc\_left$ ,  $kc\_left$ ,  $alpha\_c\_left$ ,  $fc\_right$ ,  $cc\_right$ ,  $kc\_right$ ,  $alpha\_c\_right$  - parâmetros intrínsecos da câmara esquerda e direita, estimados pela calibração *stereo*. Estes parâmetros são equivalentes aos parâmetros  $fc$ ,  $cc$ ,  $alpha\_c$  e  $kc$  definidos na *secção 2*.

### 3.2.4.2 - Parâmetros de saída:

- $Xc\_1\_left$  e  $Xc\_1\_right$  - são as coordenadas 3D dos pontos no referencial da câmara esquerda e direita, respectivamente. Observe-se que os parâmetros  $Xc\_1\_left$  e  $Xc\_1\_right$  estão relacionados pela equação de corpo rígido:  $Xc\_1\_right = R \times Xc\_1\_left + T$ , onde  $R$  é a matriz de rotação 3D (que resulta do vector de rotação 3D,  $om$ ) e  $T$  é vector de translação 3D, estimados a partir da calibração *stereo*.

## 4 - REFERÊNCIAS

[Bakstein, 1999] - H. Bakstein, *Diploma Thesis: A Complete DLT-based Camera Calibration with a Virtual 3D Calibration Object*. Faculty of Mathematics and Physics, Charles University, Prague, 1999.

[Belongie, 2001] - Serge Belongie, *Rodrigues' Rotation Formula*, 2001.

<http://mathworld.wolfram.com/RodriguesRotationFormula.html>.

[Heikkilä, 1997] - J. Heikkilä, O. Silvén, *A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction*. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'97), San Juan, Puerto Rico, pp. 1106-1112, 1997

[Heikkilä, 2000] - J. Heikkilä, *Camera Calibration Toolbox for Matlab*, 2000.

<http://www.ee.oulu.fi/~jth/calibr/>.

[Herbst, 2003] - E. Herbst, *Camera Calibration by Corners Detection*, 2003.

<http://www.tjhsst.edu/~eherbst/techlab/>.

[Intel, 2001] - OPENCV: *Intel Open Computer Vision Library*, 2001.

<http://sourceforge.net/projects/opencvlibrary>.

**[Silva, 1994]** - Jorge Alves da Silva, *Tese de Doutoramento: Aquisição e Processamento de informação tridimensional*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1994.

**[Slabaugh, 2001]** - Greg Slabaugh, Ron Schafer, Mark Livingston, *Optimal Ray Intersection For Computing 3D Points From N-View Correspondences*, October, 2001.

**[Zhang, 2000]** - Z. Zhang, *A Flexible New Technique for Camera Calibration*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22(11):1330-1334, 2000.

A *Toolbox de Calibração de Câmaras para Matlab* e as experiências realizadas estão disponíveis na seguinte página da Web: [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/).

## ANEXO: FÓRMULA DA ROTAÇÃO DE RODRIGUES

Seja  $\mathbf{omc} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) \in \mathfrak{R}^3$  um eixo rotacional,  $J(\mathbf{omc})$  a matriz anti-simétrica associada a  $\mathbf{omc}$ , isto é:

$$J(\mathbf{omc}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}.$$

A fórmula de *Rodrigues* permite calcular a matriz de rotação  $\mathbf{R}$  da seguinte forma [Belongie, 2001]:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= e^{\theta J(\mathbf{omc})} \\ &= I + J(\mathbf{omc})\sin \theta + J(\mathbf{omc})^2(1 - \cos \theta), \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta + \omega_x^2(1 - \cos \theta) & \omega_x \omega_y(1 - \cos \theta) - \omega_z \sin \theta & \omega_y \sin \theta + \omega_x \omega_z(1 - \cos \theta) \\ \omega_z \sin \theta + \omega_x \omega_y(1 - \cos \theta) & \cos \theta + \omega_y^2(1 - \cos \theta) & -\omega_x \sin \theta + \omega_y \omega_z(1 - \cos \theta) \\ -\omega_y \sin \theta + \omega_x \omega_z(1 - \cos \theta) & \omega_x \sin \theta + \omega_y \omega_z(1 - \cos \theta) & \cos \theta + \omega_z^2(1 - \cos \theta) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

com  $\theta = \|\mathbf{omc}\|$ .