

João Manuel R. S. Tavares

Comunicação Interna:

***ESTUDO DE DOIS MODELOS PARA SEGUIMENTO EM IMAGENS DE
PEDOBAROGRAFIA***



FEUP - *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*

DEEC - *Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores*



INEB - *Instituto de Engenharia Biomédica*

Novembro de 1997

Sumário

Nesta comunicação é apresentado um estudo sobre a utilização de dois tipos de modelos para o seguimento em imagens pedobarográficas. O objectivo é a obtenção de emparelhamentos entre os *pixels* que constituem cada modelo em imagens sucessivas e a possibilidade de traduzir a deformação existente ao longo da sequência com os menores custos computacionais possíveis.

O problema ao qual o presente estudo tenta responder é a verificação se é útil, e ao mesmo tempo lógica, a utilização de modelos que são construídos considerando um objecto real para os mesmos quando as imagens disponíveis são apenas a projecção em 2D sem uma estreita correlação com o referido objecto.

Palavras chave: pedobarografia, elementos finitos, análise modal, seguimento, emparelhamento, energia de deformação, modelos.

1 - Introdução

Nesta comunicação são estudados dois tipos de modelos para seguimento em imagens de sequências pedobarográficas em que o objectivo é obter-se bons resultados de emparelhamento entre imagens e uma medida da deformação do objecto ao longo da sequência com os mais reduzidos custos computacionais.

O problema ao qual o presente estudo tenta responder é a verificação se é útil, e ao mesmo tempo lógica, a utilização de modelos que são construídos considerando um objecto real para os mesmos quando as imagens disponíveis são apenas a projecção em 2D sem uma estreita correlação com o referido objecto.

Um dos tipos de modelos, designado nesta comunicação por modelo objecto constituído por *pixels* e proposto inicialmente em [Sclaroff, 1993, 1994, 1995, 1995a], utiliza todas as ligações entre todos os *pixels*, quer sejam do contorno quer do interior, para a sua construção. Assim, para cada modelo, são determinadas as matrizes de elementos finitos de massa e de rigidez utilizando-se como função interpoladora a função Gaussiana ponderada; a partir destas matrizes, determinam-se os modos próprios de vibração de cada modelo. O emparelhamento dos *pixels* que constituem dois modelos é realizado através da verificação da similaridade da representação de cada um no respectivo espaço modal. Após os emparelhamentos estarem estabelecidos, determinam-se os deslocamentos modais e nodais através de uma minimização da energia de deformação; a medida desta energia, traduz a deformação existente entre os dois modelos.

O outro tipo de modelo, designado nesta comunicação por modelo contorno e baseado no proposto por Shapiro em [Shapiro, 1991, 1992, 1992a], utiliza apenas as ligações dos *pixels* pertencentes ao contorno para a sua construção. Assim, para cada modelo constrói-se uma matriz de proximidade, utilizando-se novamente a função Gaussiana ponderada, e são determinados os valores e vectores próprios destas matrizes. O emparelhamento dos *pixels* que constituem dois modelos é realizado através da similaridade da representação de cada um no respectivo espaço próprio. Após os emparelhamentos estarem estabelecidos, determinam-se as matrizes de elementos finitos de massa e de rigidez considerando-se que os *pixels* são ligados ao longo do contorno por barras elásticas e, a partir destas matrizes, determinam-se os modos próprios de vibração de cada sistema de elementos finitos. A determinação dos deslocamentos modais e nodais é novamente conseguida através de uma minimização da energia de deformação; como no outro tipo de modelo em estudo, a medida desta energia traduz a deformação existente entre os dois modelos.

No ponto seguinte é apresentado e descrito o âmbito no qual se insere este trabalho: Pedobarografia; nos pontos seguintes são apresentados os dois tipos de modelos utilizados, resultados experimentais obtidos e são tecidas algumas considerações aos mesmos; por fim, são apresentadas algumas conclusões.

2 - Pedobarografia: O que é?

A pedobarografia é um método de medir e visualizar a distribuição de pressões sob a planta do pé. O registo de impressões pedobarográficas ao longo do tempo de uma passada em marcha normal permite a análise dinâmica do comportamento do pé; a introdução da dimensão temporal amplia o potencial deste tipo de exame como auxiliar de diagnóstico e de planeamento terapêutico.

O sistema básico de pedobarografia consiste numa placa de vidro ou acrílico, transluminada pelos seus bordos polidos, de tal modo que a luz se reflecte internamente; a

placa é coberta na sua face de topo por uma fina camada simples ou dupla de plástico, sobre a qual são aplicadas as pressões, Figura 1. Quando observada a face inferior da placa; destacam-se áreas de brilho nas zonas correspondentes à aplicação de pressão, devido à alteração localizada da relação de índices de refração produzida pelo esvaziamento da interface de ar entre a placa e a camada plástica. A relação entre a intensidade do brilho e a pressão aplicada é de quase proporcionalidade, com uma selecção adequada de materiais e uma conveniente calibração do sistema de aquisição de imagem.

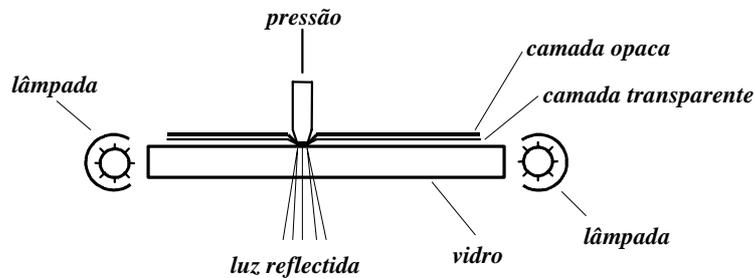


Figura 1 – Sistema básico de pedobarografia.

As imagens captadas, numa sequência temporal, utilizando um *setup* prático idêntico ao da Figura 2, são muito densas e ricas em informação sobre a interacção da planta do pé com a superfície plana da placa.

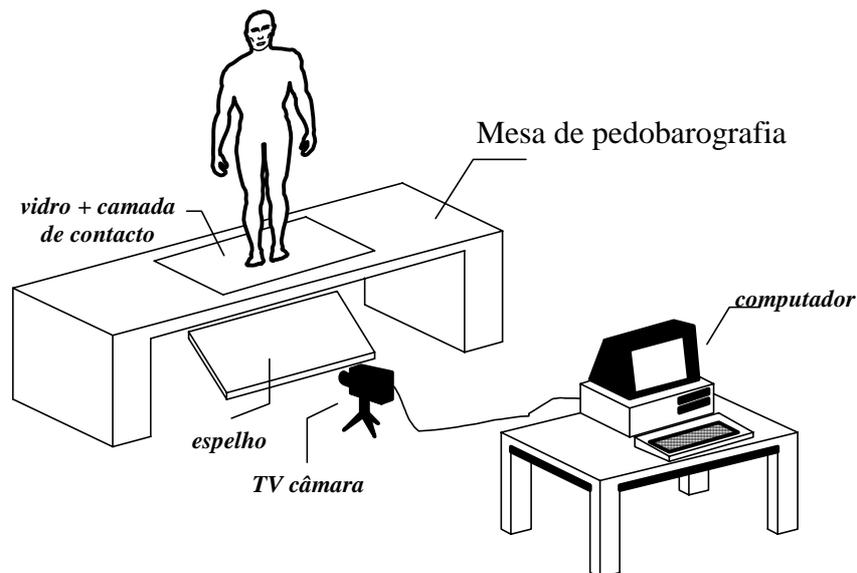


Figura 2 – Setup um sistema de pedobarografia.

Nas Figura 1 ... Figura 10 estão representadas 10 imagens¹, previamente negadas, obtidas numa sequência de movimento de um pé direito diabético e que serão utilizadas para teste dos dois tipos de modelos em estudo. A estas imagens foi aplicado um filtro de média (5x5) e uma binarização de nível igual a 190 e foram removidos os objectos de reduzida dimensão (correspondentes aos dedos do pé), Figura 11 ... Figura 20.

¹ Todas as imagens apresentadas nesta comunicação estão reduzidas em 50%.



Figura 1 - Imagem 1 da sequência.



Figura 2 - Imagem 2 da sequência.



Figura 3 - Imagem 3 da sequência.



Figura 4 - Imagem 4 da sequência.



Figura 5 - Imagem 5 da sequência.

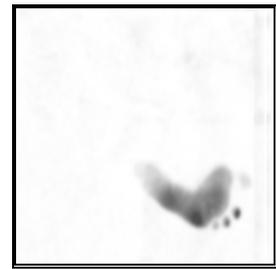


Figura 6 - Imagem 6 da sequência.



Figura 7 - Imagem 7 da sequência.



Figura 8 - Imagem 8 da sequência.



Figura 9 - Imagem 9 da sequência.



Figura 10 - Imagem 10 da sequência.

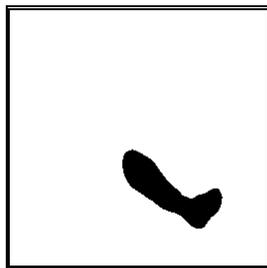


Figura 11 - Imagem 1 da sequência binarizada.

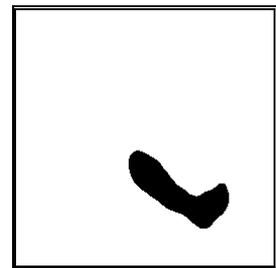


Figura 12 - Imagem 2 da sequência binarizada.

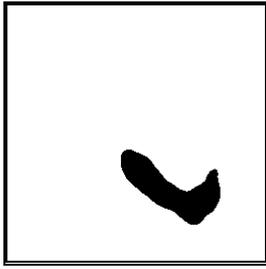


Figura 13 - Imagem 3 da sequência binarizada.

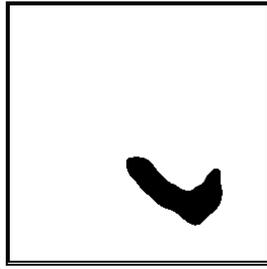


Figura 14 - Imagem 4 da sequência binarizada.

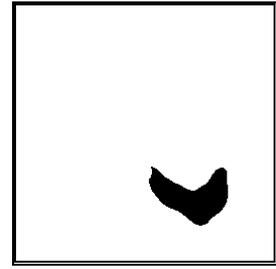


Figura 15 - Imagem 5 da sequência binarizada.

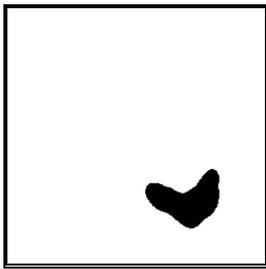


Figura 16 - Imagem 6 da sequência binarizada.

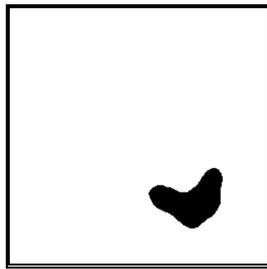


Figura 17 - Imagem 7 da sequência binarizada.

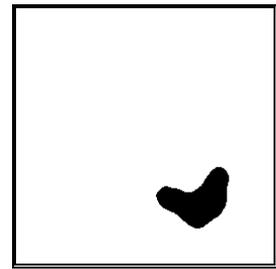


Figura 18 - Imagem 8 da sequência binarizada.

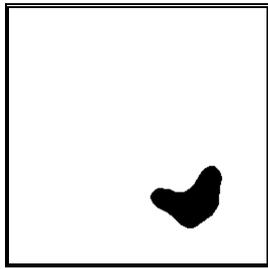


Figura 19 - Imagem 9 da sequência binarizada.

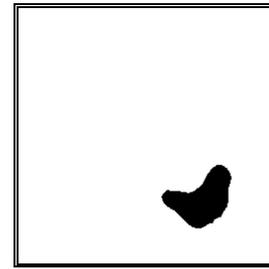


Figura 20 - Imagem 10 da sequência binarizada.

Para teste dos dois tipos de modelos utilizados foram geradas mais duas sequências de sete imagens a partir da Imagem 6, *Figura 6*, e da 10, *Figura 10*, aplicou-se previamente um filtro de média (5x5) e utilizaram-se vários níveis de binarização, com posterior remoção dos objectos de reduzida dimensão, *Figura 21 ... Figura 27* e *Figura 28 ... Figura 34*.

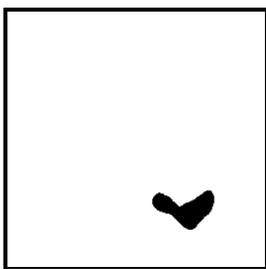


Figura 21 - Imagem 1 da sequência a partir da imagem 6.

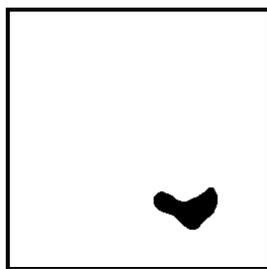


Figura 22 - Imagem 2 da sequência a partir da imagem 6.

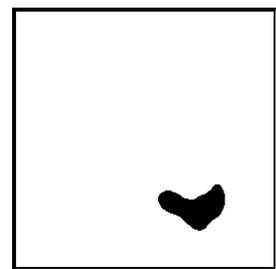


Figura 23 - Imagem 3 da sequência a partir da imagem 6.

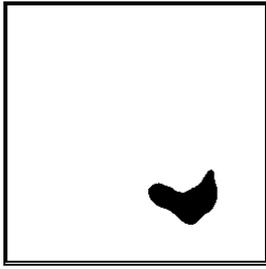


Figura 24 - Imagem 4 da sequência a partir da imagem 6.

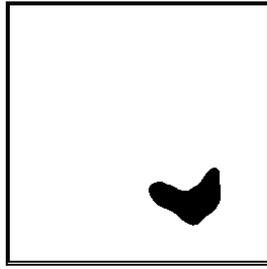


Figura 25 - Imagem 5 da sequência a partir da imagem 6.

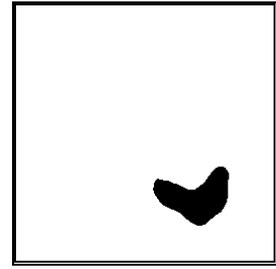


Figura 26 - Imagem 6 da sequência a partir da imagem 6.

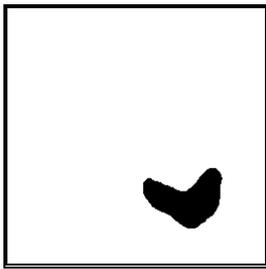


Figura 27 - Imagem 7 da sequência a partir da imagem 6.

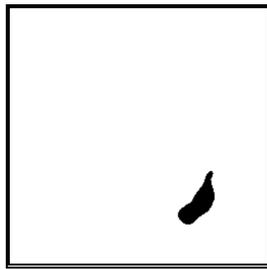


Figura 28 - Imagem 1 da sequência a partir da imagem 10.

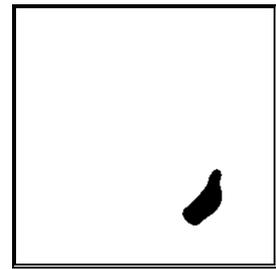


Figura 29 - Imagem 2 da sequência a partir da imagem 10.

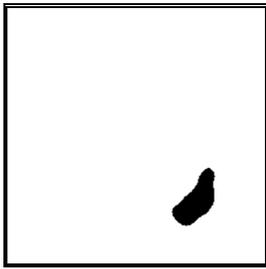


Figura 30 - Imagem 3 da sequência a partir da imagem 10.

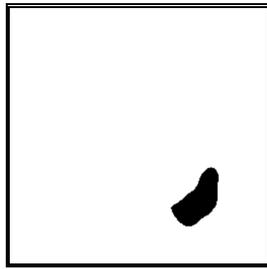


Figura 31 - Imagem 4 da sequência a partir da imagem 10.

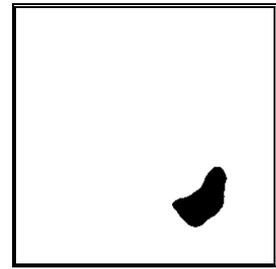


Figura 32 - Imagem 5 da sequência a partir da imagem 10.

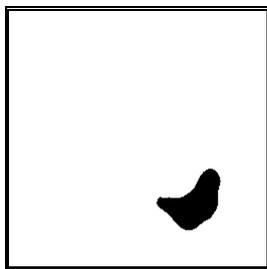


Figura 33 - Imagem 6 da sequência a partir da imagem 10.

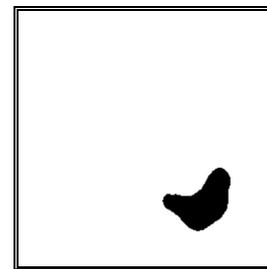


Figura 34 - Imagem 7 da sequência a partir da imagem 10.

Nos pontos seguintes são apresentados os dois tipos de modelos utilizados, resultados experimentais obtidos para cada um e uma análise dos mesmos.

3 - Modelo Objecto Constituído por Pixels

Na construção deste tipo de modelo, proposto por Sclaroff em [Sclaroff, 1993, 1994, 1995, 1995a], são consideradas todas as ligações possíveis entre os *pixels* que constituem o mesmo, *Figura 35*.

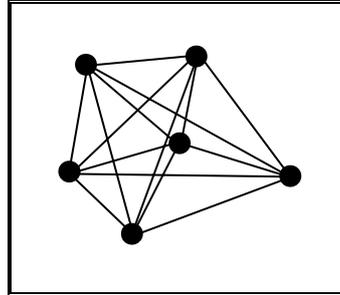


Figura 35 – Neste tipo de modelo são consideradas todas as ligações entre os pixels.

Na abordagem seguida por Sclaroff para este tipo de modelo formulam-se as matrizes de elementos finitos de massa M e de rigidez K considerando-se a função Gaussiana ponderada para a construção das funções de forma a serem utilizadas na interpolação superficial elástica de Galerkin [Bathe, 1996; Segerlind, 1984]. Assim, em primeiro lugar, devera-se construir a matriz quadrada simétrica G :

$$G = \begin{bmatrix} g_1(X_1) & \cdots & g_1(X_m) \\ \vdots & & \vdots \\ g_m(X_1) & \cdots & g_m(X_m) \end{bmatrix}$$

onde m é o número de *pixels* e $g_i(X_j) = e^{-\|X_j - X_i\|^2 / (2\sigma^2)}$ a função Gaussiana ponderada com parâmetro σ a controlar a interacção entre os *pixels* do modelo: para valores reduzidos, cada *pixel* apenas tem conhecimento da sua vizinhança local; enquanto para valores elevados, é influenciado mais globalmente.

Após a construção da matriz G , pode-se determinar a matriz de massa M do modelo:

$$M = \begin{bmatrix} M_{aa} & 0 \\ 0 & M_{bb} \end{bmatrix}$$

onde as submatrizes M_{aa} e M_{bb} são iguais, simétricas, de dimensão $(m \times m)$ e definidas positivamente. Estas submatrizes são determinadas do seguinte modo:

$$M_{aa} = M_{bb} = \rho\pi\sigma^2 G^{-1} \sqrt{G} G^{-1}$$

onde ρ é a densidade do material considerado para o modelo e \sqrt{G} representa a matriz G após extracção da raiz quadrada aos seus elementos. Cada elemento das submatrizes M_{aa} e M_{bb} pode ser determinado individualmente da seguinte forma:

$$M_{aa_{ij}} = M_{bb_{ij}} = \rho\pi\sigma^2 \sum_{k,l} a_{ik} a_{jl} \sqrt{g_{kl}}$$

onde g_{kl} é o elemento (k,l) da matriz G e a_{xy} o elemento (x,y) da A , matriz dos coeficientes de interpolação, determinada como $A = G^{-1}$.

Para determinar-se a matriz de rigidez K do modelo deve-se, em primeiro lugar, determinar as constantes α , β e ξ para o material elástico isotrópico considerado para o modelo:

$$\alpha = \frac{\nu}{1-\nu}, \beta = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \xi = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$$

onde E é o módulo de elasticidade e ν o coeficiente de Poisson.

A matriz de rigidez K do modelo é:

$$K = \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix}$$

onde cada submatriz de dimensão $(m \times m)$ é simétrica, definida positivamente e $K_{ab} = K_{ba}$. Os elementos da submatriz K_{aa} têm a forma:

$$K_{aa_{ij}} = \pi\beta \sum_{k,l} a_{ik} a_{jl} \left[\frac{1+\xi}{2} - \frac{(\hat{x}_{kl}^2 + \xi \hat{y}_{kl}^2)}{4\sigma^2} \right] \sqrt{g_{kl}}$$

onde $\hat{x}_{kl} = (x_k - x_l)$ e $\hat{y}_{kl} = (y_k - y_l)$. Do mesmo modo, os elementos de K_{bb} têm a forma:

$$K_{bb_{ij}} = \pi\beta \sum_{k,l} a_{ik} a_{jl} \left[\frac{1+\xi}{2} - \frac{(\hat{y}_{kl}^2 + \xi \hat{x}_{kl}^2)}{4\sigma^2} \right] \sqrt{g_{kl}}$$

Finalmente, os elementos de K_{ab} e K_{ba} têm a forma:

$$K_{ab_{ij}} = K_{ba_{ij}} = -\frac{\pi\beta(\alpha + \beta)}{4\sigma^2} \sum_{k,l} a_{ik} a_{jl} \hat{x}_{kl} \hat{y}_{kl} \sqrt{g_{kl}}$$

3.1 - Determinação dos Emparelhamentos

Para se determinar a correspondência entre os *pixels* que constituem dois modelos deve-se, em primeiro lugar, determinar as matrizes de massa e de rigidez para cada um. De seguida, determinam-se os valores ω_i e vectores ϕ_i próprios de cada modelo:

$$K\Phi = M\Phi\Omega^2 \text{ onde } \Phi = [\phi_1 | \dots | \phi_m] = \begin{bmatrix} u_1^T \\ \vdots \\ u_m^T \\ v_1^T \\ \vdots \\ v_m^T \end{bmatrix} \text{ e } \Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_m^2 \end{bmatrix}$$

Desta forma para cada modelo determinam-se as frequências modais de vibração ω_i e os respectivos vectores de forma ϕ_i . As frequências de vibração estão ordenadas na matriz diagonal Ω^2 de forma crescente.

Para cada modo de vibração i , o respectivo vector de forma ϕ_i é ortonormal em relação à matriz de massa M do modelo; isto é, $\Phi^T K \Phi = \Omega^2$ e $\Phi^T M \Phi = I$. O vector coluna ϕ_i descreve o deslocamento modal (u, v) para cada *pixel* do modelo devido ao modo de vibração i ; enquanto os vectores linha u_i e v_i , são designados por vectores *pixel* i e, em conjunto, descrevem a localização do *pixel* i no sistema de coordenadas modal.

Matrizes modais Φ_t e Φ_{t+1} são construídas para os dois modelos. As correspondências podem ser estabelecidas comparando os dois conjuntos de vectores *pixel* determinando-se assim a matriz de afinidade Z :

$$Z_{ij} = \left\| u_{t,i} - u_{t+1,j} \right\|^2 + \left\| v_{t,i} - v_{t+1,j} \right\|^2.$$

Nesta matriz os melhores emparelhamentos são indicados pelos elementos que são mínimos na sua linha e na sua coluna.

Na construção da matriz Z deverão ser tidas em conta as seguintes considerações:

- Primeira, devido aos modelos terem, possivelmente, diferente número de *pixels* (m e n) o número de modos será diferente. A solução passa pela truncagem dos $|m-n|$ modos menos significativos do modelo com mais *pixels*, onde os menos significativos são indicados pelas frequências mais elevadas. Desta forma as matrizes modais terão k colunas (ou modos), onde $k = \min\{m, n\}$. Em realizações práticas poderão ser utilizados menos de k modos (25% revelou-se um compromisso aceitável), conseguindo-se assim uma maior imunidade ao ruído e uma menor sensibilidade às deformações locais: por analogia com a transformada de Fourier. Efectivamente, com este procedimento são desprezadas as componentes dos vectores *pixel* ao longo dos eixos menos importantes.

- Segunda, o sinal de cada vector próprio não é único, pois invertendo a sua direcção não se viola a ortonormalidade da base, assim é necessário que ambos os conjuntos de eixos tenham direcções consistentes pois deseja-se comparar directamente os vectores *pixel*. Torna-se assim necessário utilizar um procedimento de correcção do sinal. Uma solução, [Shapiro 1991, 1992, 1992a; Tavares 1997a], passa pela consideração de Φ_t como base de referência e proceder a orientação de cada eixo de Φ_{t+1} , um de cada vez, escolhendo para cada um a direcção que maximiza o alinhamento dos dois conjuntos de vectores *pixel*.

- Terceira, quando o sinal de um vector de Φ_{t+1} é indiferente no alinhamento tal traduz a existência de uma simetria de reflexão e o respectivo sinal deve ser determinado de acordo com a deformação existente.

- Quarta, por vezes alguns modos apresentam frequências de vibração praticamente iguais o que implicaria um emparelhamento no subespaço modal; para evitar tal emparelhamento, estes modos são retirados da respectiva base modal.

- Quinta, quando não se pretender entrar com os modos correspondentes à transformação rígida existente entre os dois modelos não se deve considerar os 3 primeiros modos de vibração.

3.2 - Determinação dos Deslocamentos Modais e Nodais e da Energia de Deformação

Após os emparelhamentos entre os *pixels* dos dois modelos estarem determinados pode-se calcular os deslocamentos nodais U :

$$u_i = x_{t,i} - x_{t+1,i}$$

onde $x_{t,i}$ representa o *pixel* i no modelo t e $x_{t+1,i}$ o *pixel* com o qual foi emparelhado no modelo $t+1$.

Os deslocamentos nodais U são determinados a partir dos deslocamentos modais \tilde{U} através da matriz modal: $U = \Phi \tilde{U}$.

Obviamente que geralmente não ocorre uma correspondência de um para um entre os *pixels* dos dois modelos tornando-se assim impossível determinar-se os deslocamentos para os *pixels* que não foram emparelhados. Sclaroff resolve esta indeterminação por minimização da energia de deformação entre os dois modelos de maneira a que os *pixels* se desloquem de acordo com o material escolhido para os mesmos. Assim, por minimização da energia de deformação pelo método dos mínimos quadrados, Sclaroff chega à seguinte formula para os deslocamentos modais:

$$\tilde{U} = [\Phi^T W^2 \Phi + \lambda \Omega^2]^{-1} \Phi^T W^2 U$$

onde λ é o parâmetro de Lamé para o material considerado, W é uma matriz diagonal com os elementos inversamente proporcionais à medida de afinidade para o emparelhamento do *pixel* respectivo ($w_i = 1/(1+z_i)$) e o vector dos deslocamentos nodais U é determinado através dos emparelhamentos obtidos. Na prática verifica-se que se obtêm melhores resultados se, para os *pixels* não emparelhados, considerar o deslocamento nodal e a afinidade de emparelhamento obtidos com o melhor *pixel* do modelo $t+1$ candidato ao emparelhamento.

Após a determinação dos deslocamentos modais, por minimização da energia de deformação, pode-se determinar a energia de deformação E_s existente entre os dois modelos:

$$E_s = \frac{1}{2} \tilde{U}^T \Omega^2 \tilde{U} \text{ ou seja, a energia de deformação associada ao modo } i \text{ é } E_{s_i} = \frac{1}{2} \tilde{u}_i^2 \omega_i^2.$$

No ponto seguinte são apresentados os resultados obtidos considerando-se este tipo de modelo para as sequências de imagens utilizadas neste estudo.

3.3 - Resultados Experimentais

Num primeiro teste deste tipo de modelo foi utilizada a sequência apresentada nas *Figura 36 ... Figura 45* resultante da amostragem de 5 em 5 *pixels*, segundo as direcções x e y , dos objectos presentes nas *Figura 11 ... Figura 20*. Na *Figura 46* estão representadas as fronteiras dos modelos considerados ao longo de toda a sequência e é possível verificar as deformações existentes ao longo da mesma.

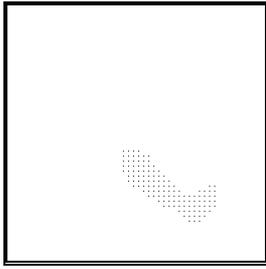


Figura 36 - Pixels do modelo para a imagem 1 da sequência.

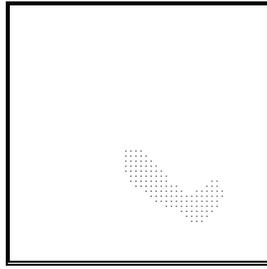


Figura 37 - Pixels do modelo para a imagem 2 da sequência.

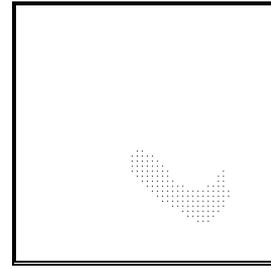


Figura 38 - Pixels do modelo para a imagem 3 da sequência.

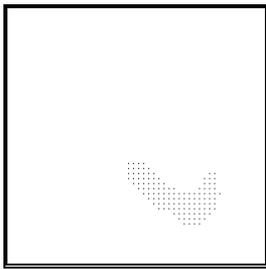


Figura 39 - Pixels do modelo para a imagem 4 da sequência.

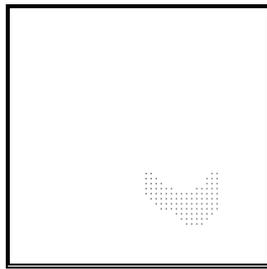


Figura 40 - Pixels do modelo para a imagem 5 da sequência.

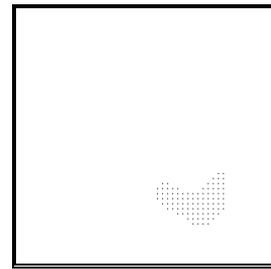


Figura 41 - Pixels do modelo for a imagem 6 da sequência.

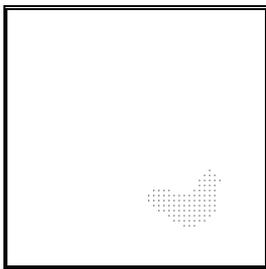


Figura 42 - Pixels do modelo para a imagem 7 da sequência.

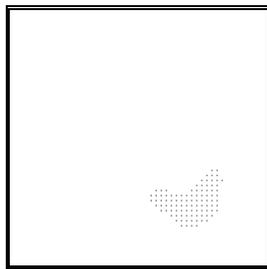


Figura 43 - Pixels do modelo para a imagem 8 da sequência.

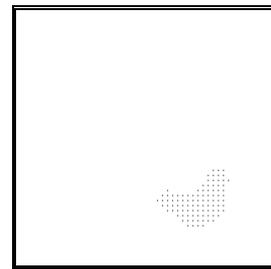


Figura 44 - Pixels do modelo para a imagem 9 da sequência.

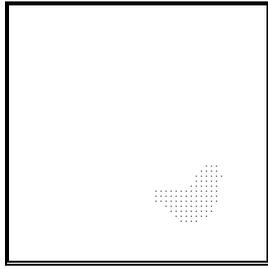


Figura 45 - Pixels do modelo para a imagem 10 da sequência.

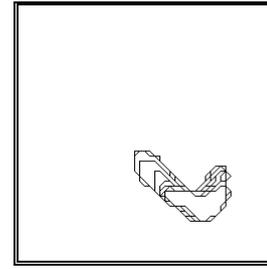


Figura 46 - Fronteiras dos modelos ao longo da sequência.

Utilizando uma implementação² da abordagem apresentada para este tipo de modelo obtivemos os resultados para os emparelhamentos ao longo da sequência representados nas *Figura 47 ... Figura 55* para os quais considerou-se borracha para o material do modelo, utilizou-se apenas 25% dos modos para a sua determinação e fez-se σ igual à média da distância entre os *pixels* que constituem cada modelo. Nestas imagens estão representados os *pixels* que constituem os dois modelos e os emparelhados estão devidamente ligados por intermédio de segmentos de recta.

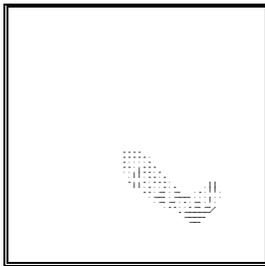


Figura 47 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 1 e 2 da sequência.

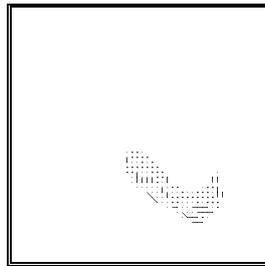


Figura 48 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 2 e 3 da sequência.

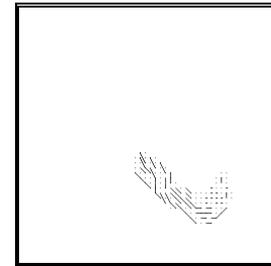


Figura 49 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 3 e 4 da sequência.

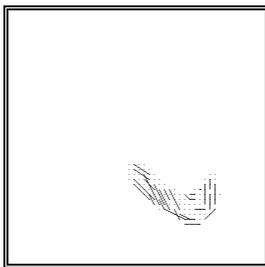


Figura 50 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 4 e 5 da sequência.

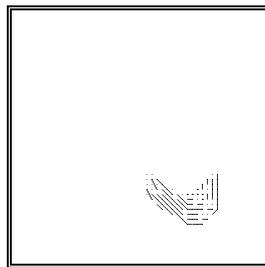


Figura 51 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 5 e 6 da sequência.

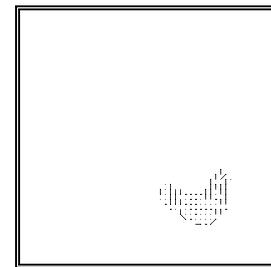


Figura 52 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 6 e 7 da sequência.

² As implementações utilizadas neste estudo foram desenvolvidas em *Microsoft Visual C++* versão 5.0 em ambiente *Microsoft Windows NT Workstation* versão 4.0 e executadas em plataforma PC, com um processador *AMD K6* a 233 MHz com 64 Mb de RAM, e utilizando a livreria matricial em C++ de domínio público *Newmat* versão 9.0 [Davies, 1997] e alguns algoritmos matriciais adaptados de [Bathe, 1996, Chapra, 1988; Press, 1992] (não foram utilizados algoritmos dedicados a matrizes de banda ou a matrizes esparsas o que aumentaria a rapidez de execução).

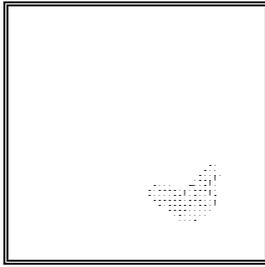


Figura 53 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 7 e 8 da sequência.

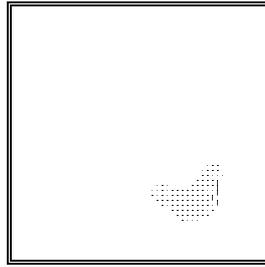


Figura 54 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 8 e 9 da sequência.

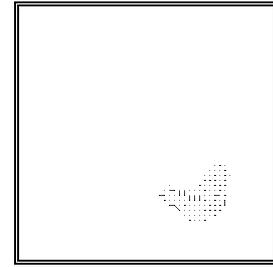


Figura 55 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 9 e 10 da sequência.

Após o estabelecimento dos emparelhamentos, determinaram-se os deslocamentos modais e nodais por minimização da energia de deformação e o valor da mesma energia. Nas *Figura 56 ... Figura 64* estão representados os resultados obtidos ao longo da sequência. Assim, por exemplo, na *Figura 56* estão representados os *pixels* do modelo para a segunda imagem da sequência e os *pixels* do modelo para a primeira após a aplicação dos deslocamentos nodais obtidos para este modelo. Desta forma, quanto mais os *pixels* dos dois modelos coincidirem em cada imagem melhores são os resultados obtidos.

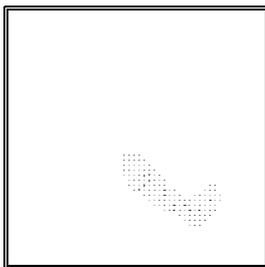


Figura 56 - Modelos das imagens 2 e 1, após minimização da energia de deformação, da sequência.

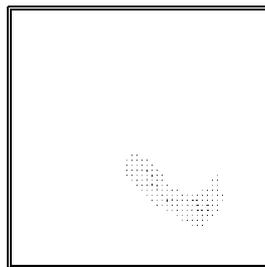


Figura 57 - Modelos das imagens 3 e 2, após minimização da energia de deformação, da sequência.

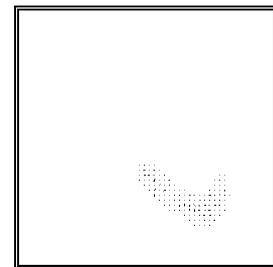


Figura 58 - Modelos das imagens 4 e 3, após minimização da energia de deformação, da sequência.

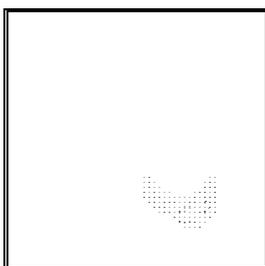


Figura 59 - Modelos das imagens 5 e 4, após minimização da energia de deformação, da sequência.

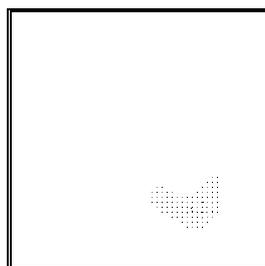


Figura 60 - Modelos das imagens 6 e 5, após minimização da energia de deformação, da sequência.

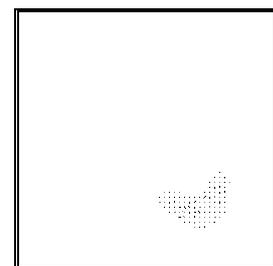


Figura 61 - Modelos das imagens 7 e 6, após minimização da energia de deformação, da sequência.

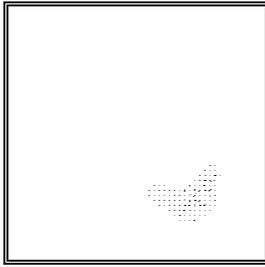


Figura 62 - Modelos das imagens 8 e 7, após minimização da energia de deformação, da sequência.

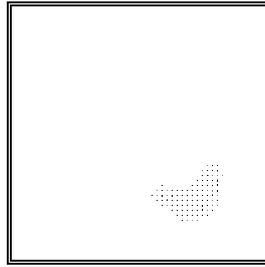


Figura 63 - Modelos das imagens 9 e 8, após minimização da energia de deformação, da sequência.

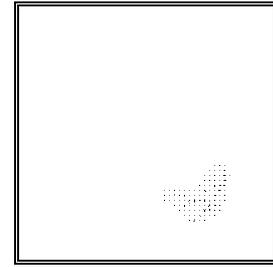


Figura 64 - Modelos das imagens 10 e 9, após minimização da energia de deformação, da sequência.

Nas Figura 65 ... Figura 73 é possível verificar a qualidade dos deslocamentos nodais determinados ao longo da sequência pelo processo de minimização da energia de deformação. Nestas figuras, o interior do modelo $t+1$ está totalmente preenchido a preto e os *pixels* do modelo t estão representados, caso coincidam com o interior do modelo $t+1$, com a cor branca ou com a cor preta, caso sejam exteriores. Destas figuras, pode-se concluir que os deslocamentos obtidos são bastante razoáveis pois os *pixels* do modelo t localizam-se sempre no interior do modelo $t+1$.

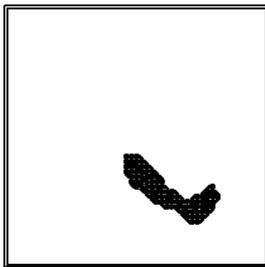


Figura 65 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 2 e modelo da imagem 1 (após minimização da energia de deformação) da sequência.

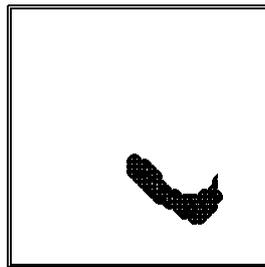


Figura 66 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 3 e modelo da imagem 2 (após minimização da energia de deformação) da sequência.

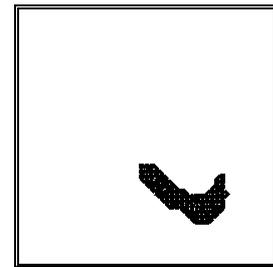


Figura 67 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 4 e modelo da imagem 3 (após minimização da energia de deformação) da sequência.

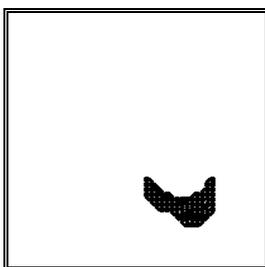


Figura 68 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 5 e modelo da imagem 4 (após minimização da energia de deformação) da sequência.

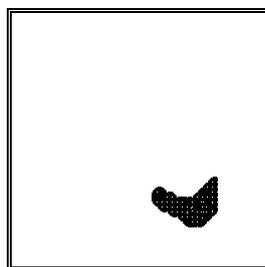


Figura 69 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 6 e modelo da imagem 5 (após minimização da energia de deformação) da sequência.

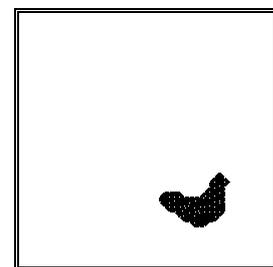


Figura 70 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 7 e modelo da imagem 6 (após minimização da energia de deformação) da sequência.

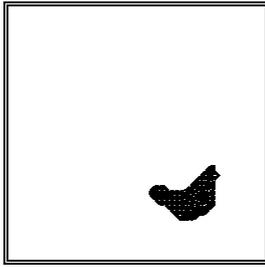


Figura 71 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 8 e modelo da imagem 7 (após minimização da energia de deformação) da sequência.

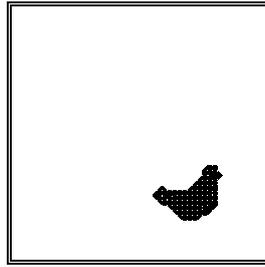


Figura 72 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 9 e modelo da imagem 8 (após minimização da energia de deformação) da sequência.

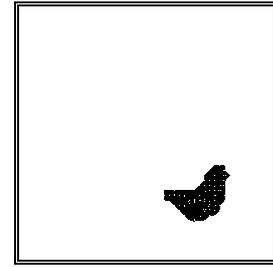


Figura 73 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 10 e modelo da imagem 9 (após minimização da energia de deformação) da sequência.

Na *Figura 74* são apresentados, de forma gráfica, os resultados obtidos para o emparelhamento dos *pixels* que constituem os modelos utilizados ao longo da sequência. Assim para o emparelhamento entre os modelos t e $t+1$, estão representados o número de *pixels* que constituem o modelo t e o número destes *pixels* que foram devidamente emparelhados com os do modelo $t+1$. Desta figura, é possível verificar que o número de emparelhamentos obtido ao longo da sequência é bastante satisfatório.

Na *Figura 75* está representada a energia de deformação determinada ao longo da sequência de imagens sem e com a prévia aplicação da transformação rígida³, obtida a partir dos emparelhamento estabelecidos, aos *pixels* que constituem o modelo t . Desta representação, pode-se concluir que a energia de deformação obtida sem a prévia aplicação da transformação rígida existente não traduz de forma adequada a deformação entre os vários modelos ao longo da sequência; por exemplo, o valor de energia para os modelos 1 e 2 é superior ao valor para os modelos 4 e 5 e a deformação existente é inferior. Com a aplicação prévia das transformações rígidas existentes os valores obtidos para a energia de deformação ao longo da sequência traduzem mais correctamente as deformações ocorridas; contudo, tal viola o facto dos objectos estarem perfeitamente alinhados ao longo das imagens da sequência.

Na *Figura 76* estão representados os tempos de computação para construção dos modelos, determinação dos emparelhamentos, determinação dos deslocamentos modais e nodais e da energia de deformação ao longo da sequência de imagens. Como se pode verificar a grande percentagem do tempo de computação despendido é para a fase da construção dos modelos e da determinação dos emparelhamentos. Nestas fases a parte mais custosa, em termos computacionais, é a da construção das matrizes de rigidez e da determinação da matriz de afinidade.

³ A transformação rígida existente entre os dois modelos é uma rotação em torno da origem, um escalonamento em relação à mesma e uma translação [Foley, 1991; Hall, 1993; Tavares 1995]. O método para a determinação da transformação rígida existente entre os dois modelos, após os emparelhamentos entre os *pixels* que constituem cada modelo estarem estabelecidos, foi proposto por Horn em [Horn, 1987] e é também descrito por Tavares em [Tavares, 1997].

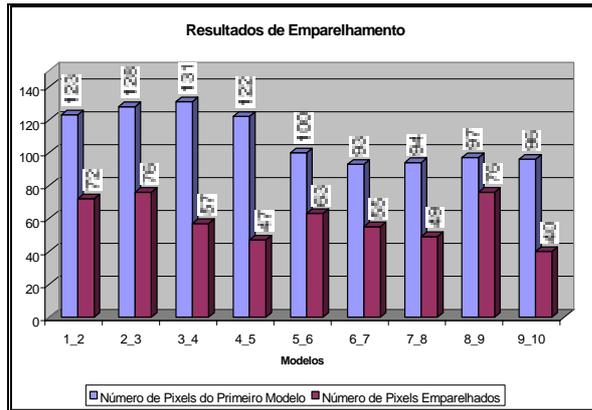


Figura 74 - Resultados de emparelhamento ao longo da sequência.

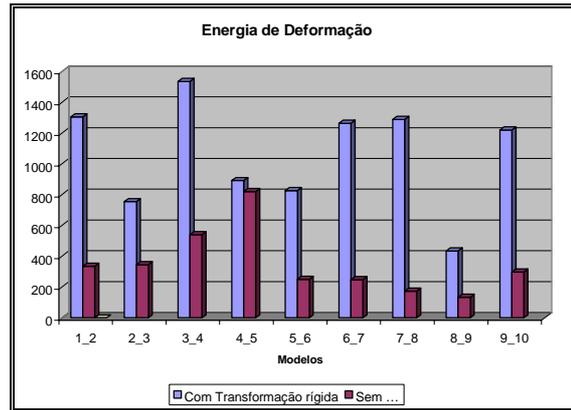


Figura 75 - Energia de deformação dos modelos ao longo da sequência.

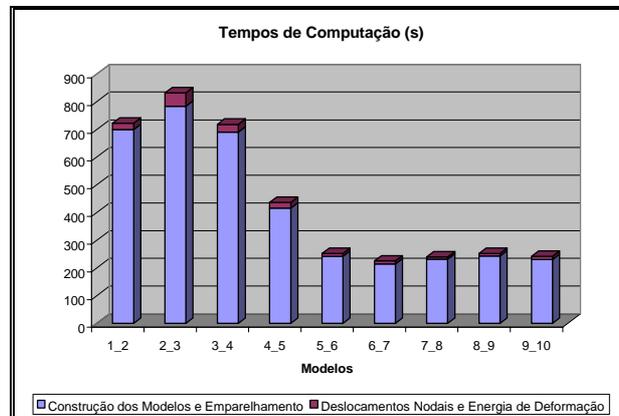


Figura 76 - Tempos de computação para os modelos ao longo da sequência.

Deve-se referir que ao longo dos testes os parâmetros utilizados não foram alterados; pretendeu-se assim, utilizar os que possibilitavam bons resultados em termos médios e não ajusta-los de forma a obter-se os melhores resultados possíveis para cada conjunto de dois modelos. Por exemplo, se para os modelos das imagens 7 e 8 da sequência fossem apenas utilizados 10% dos modos para a determinação dos emparelhamentos obtinham-se os resultados das *Figura 77 ... Figura 79* de qualidade superior aos obtidos considerando 25% dos modos e que foram previamente apresentados.

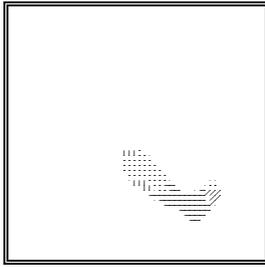


Figura 77 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 7 e 8 da sequência utilizando apenas 10% dos modos.

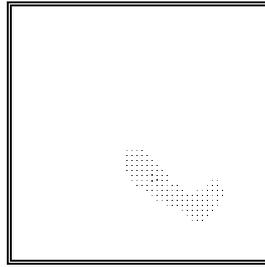


Figura 78 - Modelos das imagens 8 e 7, após minimização da energia de deformação, da sequência utilizando apenas 10% dos modos.

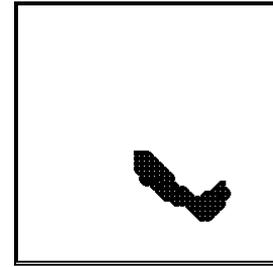


Figura 79 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 8 e modelo da imagem 7 (após minimização da energia de deformação) da sequência utilizando apenas 10% dos modos.

Num segundo teste deste tipo de modelo foi utilizada a sequência apresentada nas *Figura 80 ... Figura 86* resultante da amostragem de 5 em 5 *pixels*, segundo as direcções x e y , dos objectos presentes nas *Figura 21 ... Figura 27*. Na *Figura 87* estão representadas as fronteiras dos modelos considerados ao longo de toda a sequência e é possível verificar as deformações existentes ao longo da mesma.

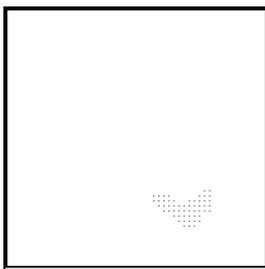


Figura 80 - Pixels do modelo para a imagem 1 da sequência a partir da imagem 6.

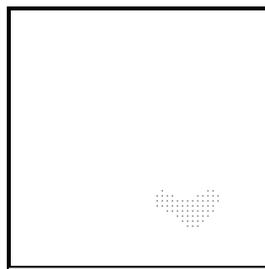


Figura 81 - Pixels do modelo para a imagem 2 da sequência a partir da imagem 6.

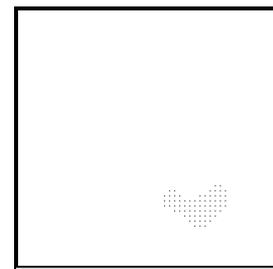


Figura 82 - Pixels do modelo para a imagem 3 da sequência a partir da imagem 6.

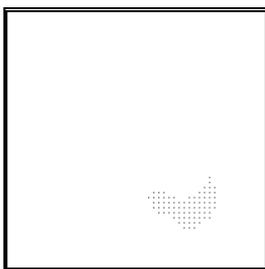


Figura 83 - Pixels do modelo para a imagem 4 da sequência a partir da imagem 6.

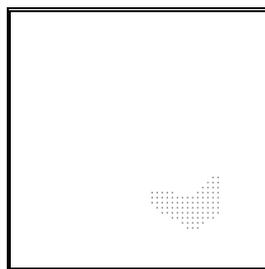


Figura 84 - Pixels do modelo para a imagem 5 da sequência a partir da imagem 6.

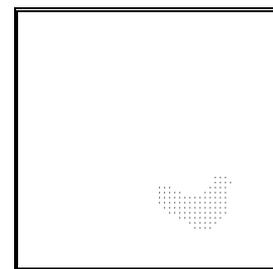


Figura 85 - Pixels do modelo for imagem 6 da sequência a partir da imagem 6.

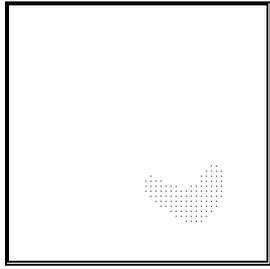


Figura 86 - Pixels do modelo para a imagem 7 da sequência a partir da imagem 6.

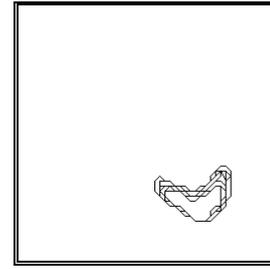


Figura 87 - Fronteiras dos modelos ao longo da sequência a partir da imagem 6.

Utilizando a mesma implementação da abordagem apresentada para este tipo de modelo obtivemos os resultados para os emparelhamentos ao longo da sequência representados nas *Figura 88 ... Figura 93* para os quais considerou-se borracha para o material do modelo, utilizou-se apenas 25% dos modos para a sua determinação e fez-se σ igual à média da distância entre os *pixels* que constituem cada modelo. Nestas imagens estão representados os *pixels* que constituem os dois modelos e os emparelhados estão devidamente ligados por intermédio de segmentos de recta.

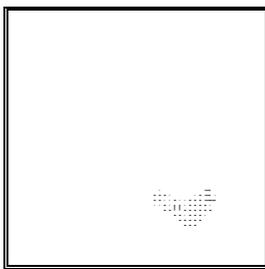


Figura 88 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 1 e 2 da sequência a partir da imagem 6.

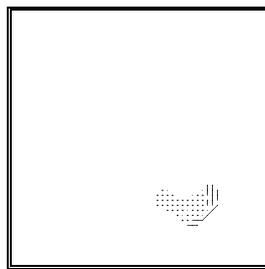


Figura 89 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 2 e 3 da sequência a partir da imagem 6.

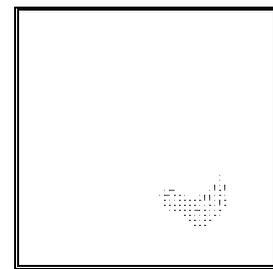


Figura 90 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 3 e 4 da sequência a partir da imagem 6.

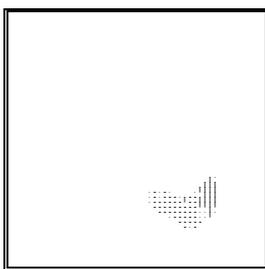


Figura 91 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 4 e 5 da sequência a partir da imagem 6.

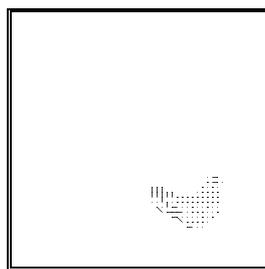


Figura 92 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 5 e 6 da sequência a partir da imagem 6.

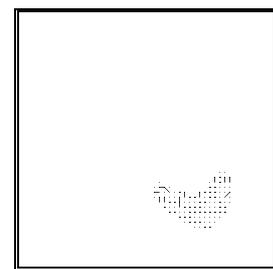


Figura 93 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 6 e 7 da sequência a partir da imagem 6.

Após o estabelecimento dos emparelhamentos, determinaram-se os deslocamentos modais e nodais por minimização da energia de deformação e o valor da mesma energia. Nas *Figura 94 ... Figura 99* estão representados os resultados obtidos ao longo da sequência. Assim, por exemplo, na *Figura 94* estão representados os *pixels* do modelo para a segunda imagem da sequência e os *pixels* do modelo para a primeira após a aplicação dos deslocamentos nodais

obtidos para este modelo. Desta forma, quanto mais os *pixels* dos dois modelos coincidirem em cada imagem melhores são os resultados obtidos.

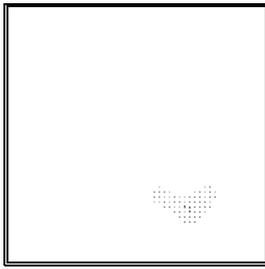


Figura 94 - Modelos das imagens 2 e 1, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 6.

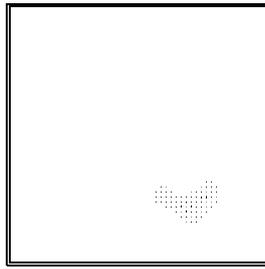


Figura 95 - Modelos das imagens 3 e 2, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 6.

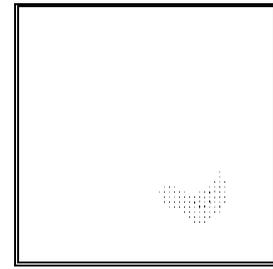


Figura 96 - Modelos das imagens 4 e 3, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 6.

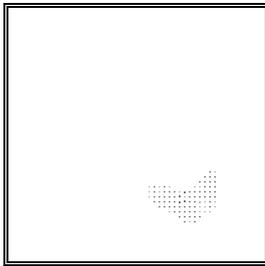


Figura 97 - Modelos das imagens 5 e 4, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 6.

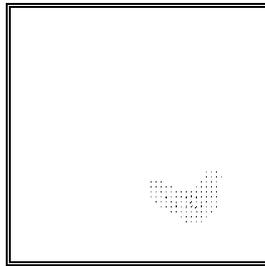


Figura 98 - Modelos das imagens 6 e 5, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 6.

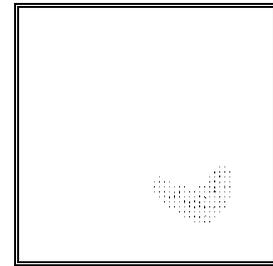


Figura 99 - Modelos das imagens 7 e 6, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 6.

Nas Figura 100 ... Figura 105 é possível verificar a qualidade dos deslocamentos nodais determinados ao longo da sequência pelo processo de minimização da energia de deformação. Nestas figuras, o interior do modelo $t+1$ está totalmente preenchido a preto e os *pixels* do modelo t estão representados, caso coincidam com o interior do modelo $t+1$, com a cor branca ou com a cor preta, caso sejam exteriores. Destas figuras, pode-se concluir que os deslocamentos obtidos são bastante razoáveis pois os *pixels* do modelo t localizam-se sempre no interior do modelo $t+1$.

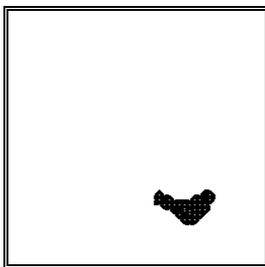


Figura 100 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 2 e modelo da imagem 1 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 6.

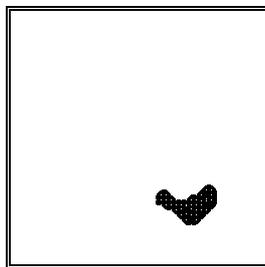


Figura 101 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 3 e modelo da imagem 2 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 6.

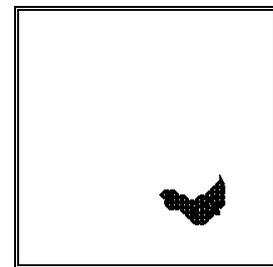


Figura 102 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 4 e modelo da imagem 3 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 6.

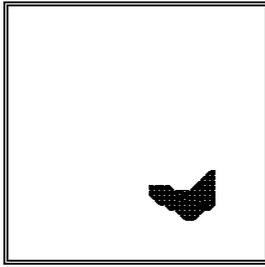


Figura 103 – Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 5 e modelo da imagem 4 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 6.

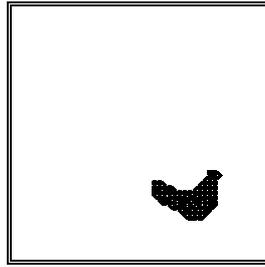


Figura 104 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 6 e modelo da imagem 5 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 6.

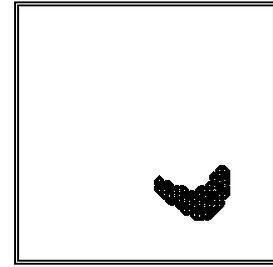


Figura 105 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 7 e modelo da imagem 6 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 6.

Na *Figura 106* são apresentados, de forma gráfica, os resultados obtidos para o emparelhamento dos *pixels* que constituem os modelos utilizados ao longo da sequência. Assim para o emparelhamento entre os modelos t e $t+1$, estão representados o número de *pixels* que constituem o modelo t e o número destes *pixels* que foram devidamente emparelhados com os do modelo $t+1$. Desta figura, é possível verificar que o número de emparelhamentos obtido ao longo da sequência é bastante elevado.

Na *Figura 107* está representada a energia de deformação determinada ao longo da sequência de imagens sem e com a prévia aplicação da transformação rígida, obtida a partir dos emparelhamento estabelecidos, aos *pixels* que constituem o modelo t . Desta representação, pode-se concluir que a energia de deformação obtida sem a prévia aplicação da transformação rígida existente não traduz de forma adequada a deformação entre os vários modelos ao longo da sequência; por exemplo, o valor de energia para os modelos 6 e 7 é bastante superior aos restantes quando as deformações existentes são semelhantes. Com a aplicação prévia das transformações rígidas existentes os valores obtidos para a energia de deformação ao longo da sequência traduzem mais correctamente as deformações ocorridas; contudo, tal viola o facto dos objectos estarem perfeitamente alinhados ao longo das imagens da sequência.

Na *Figura 108* estão representados os tempos de computação para construção dos modelos, determinação dos emparelhamentos, determinação dos deslocamentos modais e nodais e da energia de deformação ao longo da sequência de imagens. Como se pode verificar a grande percentagem do tempo de computação despendido é para a fase da construção dos modelos e da determinação dos emparelhamentos. Nestas fases a parte mais custosa, em termos computacionais, é a da construção das matrizes de rigidez e da determinação da matriz de afinidade.

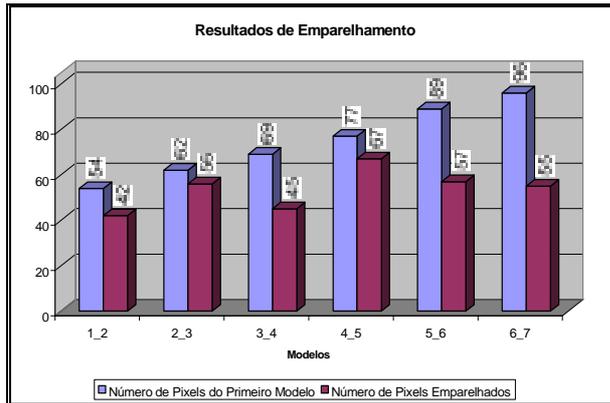


Figura 106 - Resultados de emparelhamento ao longo da sequência a partir da imagem 6.

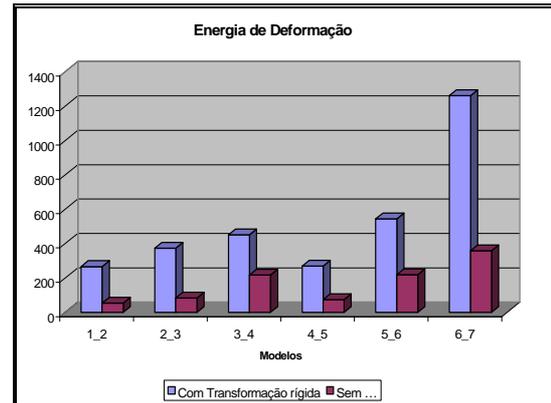


Figura 107 - Energia de deformação dos modelos ao longo da sequência a partir da imagem 6.

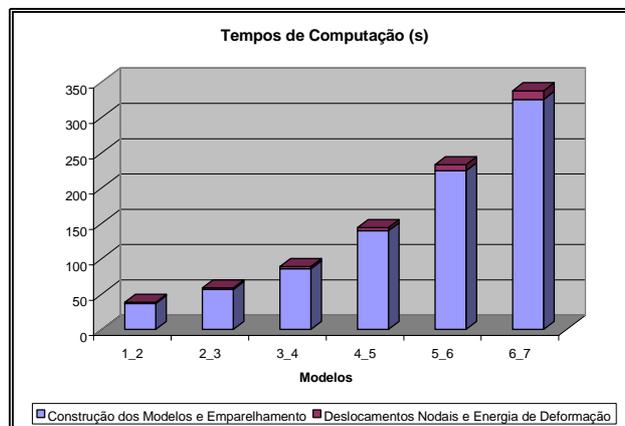


Figura 108 - Tempos de computação para os modelos ao longo da sequência a partir da 6.

Num terceiro teste deste tipo de modelo foi utilizada a sequência apresentada nas *Figura 109 ... Figura 115* resultante da amostragem de 5 em 5 *pixels* segundo as direcções *x* e *y* dos objectos presentes nas *Figura 28 ... Figura 34*. Na *Figura 116* estão representadas as fronteiras dos modelos considerados ao longo de toda a sequência e é possível verificar as deformações existentes ao longo da mesma.

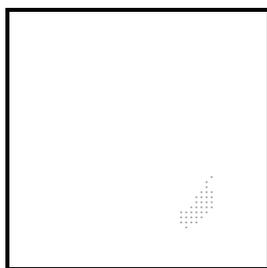


Figura 109 - Pixels do modelo para a imagem 1 da sequência a partir da imagem 10.

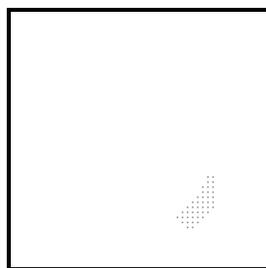


Figura 110 - Pixels do modelo para a imagem 2 da sequência a partir da imagem 10.

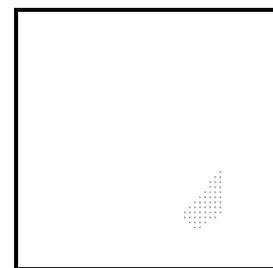


Figura 111 - Pixels do modelo para a imagem 3 da sequência a partir da imagem 10.

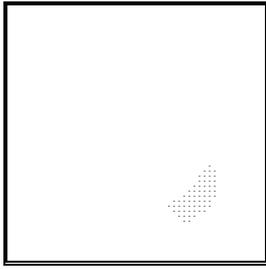


Figura 112 - Pixels do modelo para a imagem 4 da sequência a partir da imagem 10.

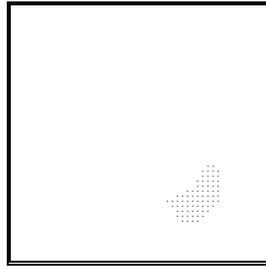


Figura 113 - Pixels do modelo para a imagem 5 da sequência a partir da imagem 10.

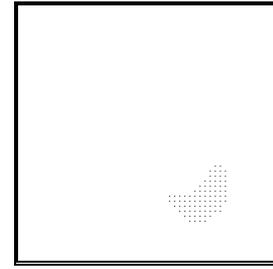


Figura 114 - Pixels do modelo for imagem 6 da sequência a partir da imagem 10.

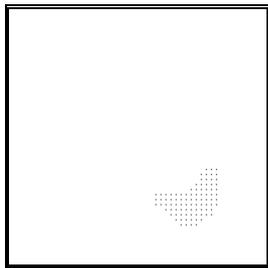


Figura 115 - Pixels do modelo para a imagem 7 da sequência a partir da imagem 10.

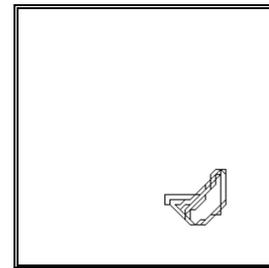


Figura 116 - Fronteiras dos modelos ao longo da sequência a partir da imagem 10.

Utilizando a mesma implementação da abordagem apresentada para este tipo de modelo obtivemos os resultados para os emparelhamentos ao longo da sequência representados nas *Figura 117 ... Figura 122* para os quais considerou-se borracha para o material do modelo, utilizou-se apenas 25% dos modos para a sua determinação e fez-se σ igual à média da distância entre os *pixels* que constituem cada modelo. Nestas imagens estão representados os *pixels* que constituem os dois modelos e os emparelhados estão devidamente ligados por intermédio de segmentos de recta.

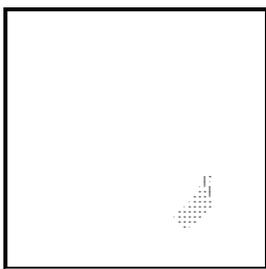


Figura 117 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 1 e 2 da sequência a partir da imagem 10.

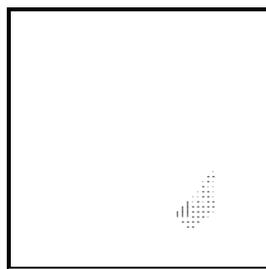


Figura 118 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 2 e 3 da sequência a partir da imagem 10.

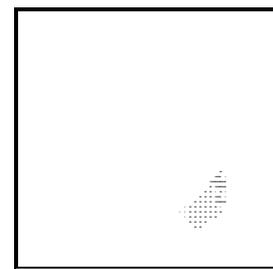


Figura 119 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 3 e 4 da sequência a partir da imagem 10.

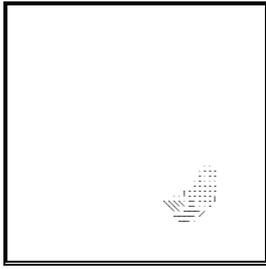


Figura 120 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 4 e 5 da sequência a partir da imagem 10.

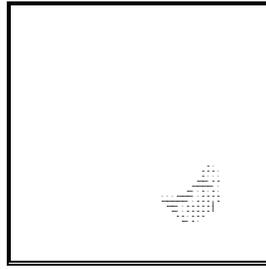


Figura 121 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 5 e 6 da sequência a partir da imagem 10.

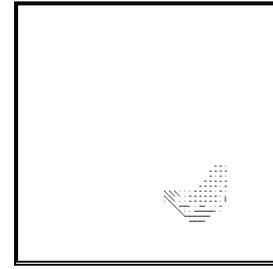


Figura 122 - Resultados de emparelhamento para os modelos das imagens 6 e 7 da sequência a partir da imagem 10.

Após o estabelecimento dos emparelhamentos, determinaram-se os deslocamentos modais e nodais por minimização da energia de deformação e o valor da mesma energia. Nas *Figura 123 ... Figura 128* estão representados os resultados obtidos ao longo da sequência. Assim, por exemplo, na *Figura 123* estão representados os *pixels* do modelo para a segunda imagem da sequência e os *pixels* do modelo para a primeira após a aplicação dos deslocamentos nodais obtidos para este modelo. Desta forma, quanto mais os *pixels* dos dois modelos coincidirem em cada imagem melhores são os resultados obtidos.

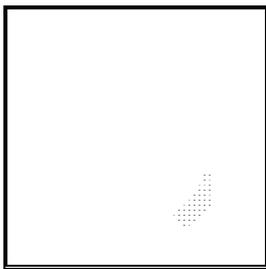


Figura 123 - Modelos das imagens 2 e 1, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 10.

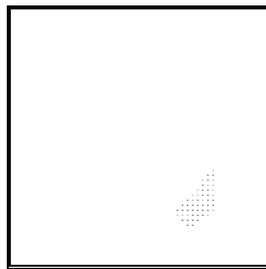


Figura 124 - Modelos das imagens 3 e 2, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 10.

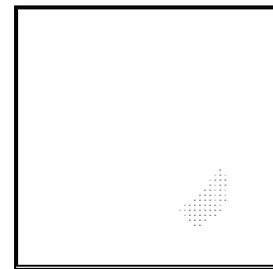


Figura 125 - Modelos das imagens 4 e 3, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 10.

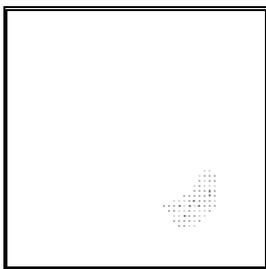


Figura 126 - Modelos das imagens 5 e 4, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 10.

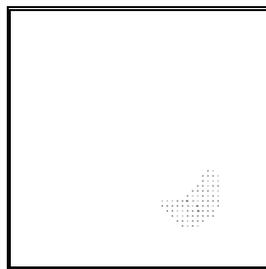


Figura 127 - Modelos das imagens 6 e 5, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 10.

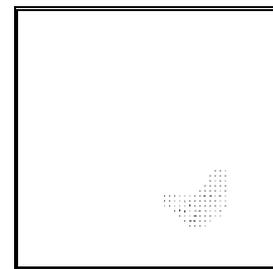


Figura 128 - Modelos das imagens 7 e 6, após minimização da energia de deformação, da sequência a partir da imagem 10.

Nas *Figura 129 ... Figura 134* é possível verificar a qualidade dos deslocamentos nodais determinados ao longo da sequência pelo processo de minimização da energia de deformação. Nestas figuras, o interior do modelo $t+1$ está totalmente preenchido a preto e os *pixels* do modelo t estão representados, caso coincidam com o interior do modelo $t+1$, com a cor

branca ou com a cor preta, caso sejam exteriores. Destas figuras, pode-se concluir que os deslocamentos obtidos são bastante razoáveis pois os *pixels* do modelo t localizam-se sempre no interior do modelo $t+1$.

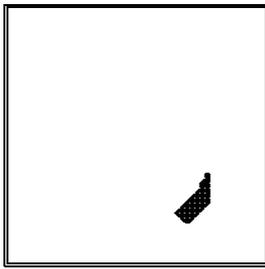


Figura 129 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 2 e modelo da imagem 1 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 10.

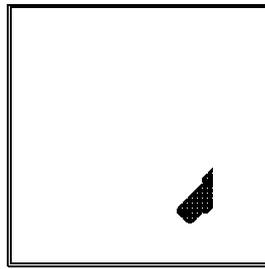


Figura 130 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 3 e modelo da imagem 2 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 10.

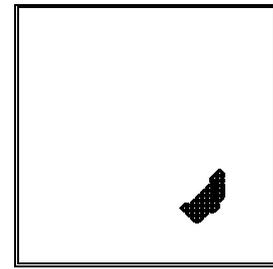


Figura 131 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 4 e modelo da imagem 3 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 10.

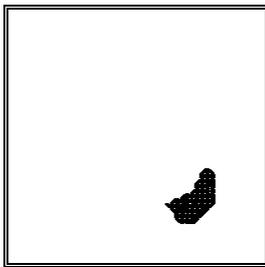


Figura 132 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 5 e modelo da imagem 4 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 10.

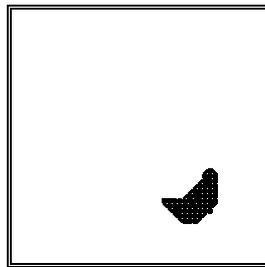


Figura 133 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 6 e modelo da imagem 5 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 10.

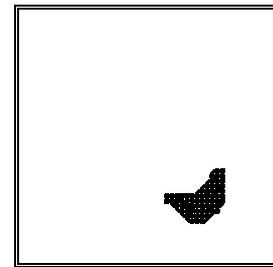


Figura 134 - Fronteira (preenchida) do modelo da imagem 7 e modelo da imagem 6 (após minimização da energia de deformação) da sequência a partir da imagem 10.

Na *Figura 135* são apresentados, de forma gráfica, os resultados obtidos para o emparelhamento dos *pixels* que constituem os modelos utilizados ao longo da sequência. Assim para o emparelhamento entre os modelos t e $t+1$, estão representados o número de *pixels* que constituem o modelo t e o número destes *pixels* que foram devidamente emparelhados com os do modelo $t+1$. Desta figura, é possível verificar que o número de emparelhamentos obtido ao longo da sequência é bastante elevado.

Na *Figura 136* está representada a energia de deformação determinada ao longo da sequência de imagens sem e com a prévia aplicação da transformação rígida, obtida a partir dos emparelhamento estabelecidos, aos *pixels* que constituem o modelo t . Desta representação, pode-se concluir que a energia de deformação obtida sem a prévia aplicação da transformação rígida existente não traduz de forma adequada a deformação entre os vários modelos ao longo da sequência; por exemplo, o valor de energia para os modelos 6 e 7 é bastante superior ao valor para os modelos 5 e 6 e as deformações envolvidas são semelhantes. Com a aplicação prévia das transformações rígidas existentes os valores obtidos para a energia de deformação ao longo da sequência traduzem mais correctamente as deformações ocorridas; contudo, tal viola o facto dos objectos estarem perfeitamente alinhados ao longo das imagens da sequência.

Na *Figura 137* estão representados os tempos de computação para construção dos modelos, determinação dos emparelhamentos, determinação dos deslocamentos modais e nodais e da energia de deformação ao longo da sequência de imagens. Como se pode verificar a grande percentagem do tempo de computação despendido é para a fase da construção dos modelos e da determinação dos emparelhamentos. Nestas fases a parte mais custosa, em termos computacionais, é a da construção das matrizes de rigidez e da determinação da matriz de afinidade.

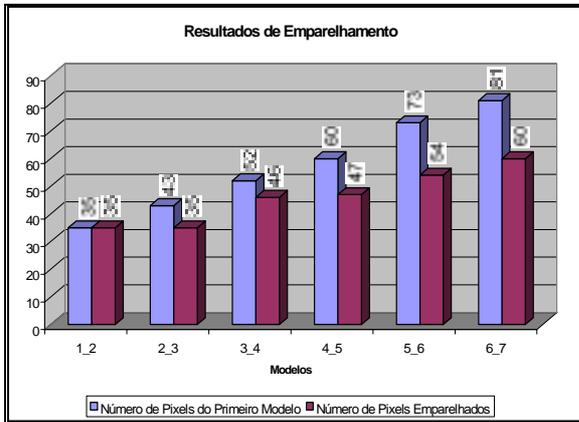


Figura 135 – Resultados de emparelhamento ao longo da sequência a partir da imagem 10.

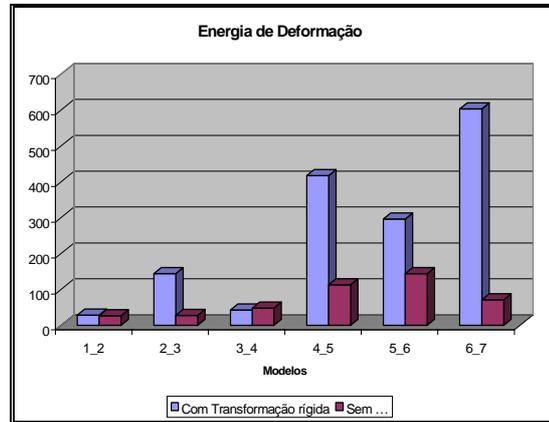


Figura 136 - Energia de deformação dos modelos ao longo da sequência a partir da imagem 10.

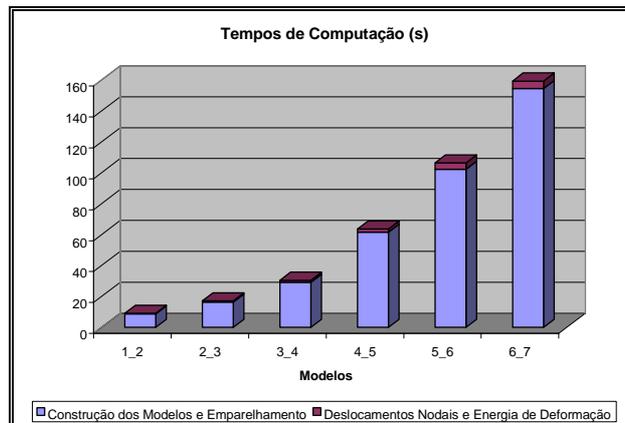


Figura 137 - Tempos de computação para os modelos ao longo da sequência a partir da imagem 10.

3.4 - Conclusões

Com este tipo de modelo é possível obter-se bons resultados de emparelhamento ao longo das sequências de imagens utilizadas neste estudo. Os deslocamentos nodais obtidos, pelo processo de minimização da energia de deformação, são de boa qualidade fazendo com que os *pixels* do modelo t se desloquem, de acordo como o material considerado para o objecto (borracha), de forma a coincidirem com os do modelo $t+1$. A energia de deformação obtida ao longo da sequência, sem a aplicação prévia das transformações rígidas determinadas pelos emparelhamentos estabelecidos, não traduz adequadamente as deformações existentes. Quando a transformação rígida é previamente aplicada, a energia de deformação obtida ao longo da sequência traduz mais correctamente as deformações existentes; contudo, tal viola a maneira com que as imagens da sequência são obtidas: estão perfeitamente alinhadas.

Os tempos de computação são bastante elevados, sendo as fases mais custosas as da construção das matrizes de rigidez para os dois modelos e a da construção da matriz de afinidade entre os dois conjuntos de *pixels*.

A consideração de borracha para o material do objecto revelou-se bastante aceitável assim como o valor considerado para σ (igual à distância média entre os *pixels* que constituem cada modelo) e verificou-se ser suficiente a utilização de apenas 25% dos modos para a determinação dos emparelhamentos de forma satisfatória.

4 - Modelo Contorno

No caso do tipo de modelo contorno este é construído considerando apenas as ligações dos *pixels* pertencentes ao contorno. Para determinar-se o emparelhamento entre os *pixels* que constituem dois modelos de contorno t e $t+1$ utiliza-se uma abordagem [Tavares, 1997a] baseada na proposta por Shapiro em [Shapiro 1991, 1992, 1992s]. Assim, numa primeira fase, constrói-se para o modelo uma matriz quadrada de proximidade H utilizando-se a função Gaussiana ponderada como medida de distância entre os m *pixels*:

$$H_{ij} = e^{-r^2_{ij}/(2\sigma^2)},$$

onde r^2_{ij} é o quadrado da distância euclidiana, ao longo do contorno, entre os *pixels* i e j . Evidentemente, H é simétrica e os seus elementos da diagonal são unitários. O parâmetro σ controla a interacção entre *pixels* do modelo: para valores reduzidos, cada *pixel* apenas tem conhecimento da sua vizinhança local; enquanto para valores elevados, é influenciado mais globalmente.

4.1 - Determinação dos Emparelhamentos

Após a matriz H do modelo estar construída, determinam-se os seus valores λ_i e vectores próprios E_i . Os vectores próprios são de comprimento unitário e mutuamente ortogonais e, deste modo, formam uma base ortonormal. Podem ser apelidados de modos por analogia com as vibrações em sistemas mecânicos, cujos vectores próprios descrevem os modos de vibração [Bathe, 1996; Kelly, 1993; Meirovitch, 1986]. Na forma matricial, $H = VD V^T$.

A matriz diagonal D contém os valores próprios (todos positivos pois H é definida positivamente) ao longo da sua diagonal e de forma decrescente: $D = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]$, $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m$. A matriz modal V é ortogonal e tem os vectores próprios como os seus vectores coluna (por exemplo, $V = [E_1 | \dots | E_2]$). Cada linha da matriz V pode ser referida como um vector linha *pixel* F_i , contendo as m coordenadas modais do *pixel* i .

Este processo de computação é executado simultaneamente para os dois modelos de contorno. Isto é, para o modelo t obtemos $H_t = V_t D_t V_t^T$ enquanto para o modelo $t+1$ obtemos $H_{t+1} = V_{t+1} D_{t+1} V_{t+1}^T$. Os vectores *pixel* associados são designados por $F_{i,t}$ e $F_{j,t+1}$.

A etapa final é a determinação da correlação entre os dois conjuntos de vectores *pixel*, resultando a matriz de afinidade Z :

$$Z_{ij} = \|F_{i,t} - F_{j,t+1}\|^2.$$

Nesta matriz os melhores emparelhamentos são indicados pelos elementos em Z que são mínimos na sua linha e na sua coluna.

Na construção da matriz Z deverão ser tidas em conta as seguintes considerações:

- Primeira, devido aos modelos terem, possivelmente, diferente número de *pixels* (m e n) o número de modos será diferente. A solução passa pela truncagem dos $|m-n|$ modos menos significativos do modelo com mais *pixels*, onde os menos significativos são indicados pelos valores próprios mais reduzidos. Desta forma as matrizes modais terão k colunas (ou modos), onde $k = \min\{m, n\}$. Em realizações práticas poderão ser utilizados menos de k modos (7 modos parece um bom compromisso), conseguindo-se assim uma maior imunidade ao ruído e uma menor sensibilidade às deformações locais: por analogia com a transformada de Fourier. Efectivamente, com este procedimento são desprezadas as componentes dos vectores *pixel* ao longo dos eixos menos importantes.

- Segunda, o sinal de cada vector próprio não é único, pois invertendo a sua direcção não se viola a ortonormalidade da base, assim é necessário que ambos os conjuntos de eixos tenham direcções consistentes pois deseja-se comparar directamente os vectores *pixel*. Torna-se assim necessário utilizar um procedimento de correcção do sinal. Uma solução, [Shapiro 1991, 1992, 1992a; Tavares 1997a], passa pela consideração de V_t como base de referência e proceder a orientação de cada eixo de V_{t+1} , um de cada vez, escolhendo para cada um a direcção que maximiza o alinhamento dos dois conjuntos de vectores *pixel*.

- Terceira, quando o sinal de um vector de V_{t+1} é indiferente no alinhamento tal traduz a existência de uma simetria de reflexão e o respectivo sinal deve ser determinado de acordo com a deformação existente.

- Quarta, por vezes alguns modos apresentam valores próprios praticamente iguais o que implicaria um emparelhamento no subespaço modal; para evitar tal emparelhamento, estes modos são retirados da respectiva base modal.

4.2 - Determinação dos Deslocamentos Modais e Nodais e da Energia de Deformação

Para a determinação dos deslocamentos modais e nodais assim, como da energia de deformação, utiliza-se uma abordagem algo semelhante à utilizada nos contornos activos ('snakes') [Cohen, 1991; Kass, 1988] e que consiste na consideração dos *pixels* do modelo estarem ligados por barras elásticas ao longo do contorno, *Figura 138*. Utilizando tal sistema, é possível determinar-se para cada modelo as matrizes de elementos finitos de massa M e de rigidez K , os vectores de forma e as frequências de vibração [Bathe, 1996; Kelly, 1993; Meirovitch, 1986; Segerlind, 1984] e seguir a metodologia adoptada para o modelo de objecto construído por *pixels*.

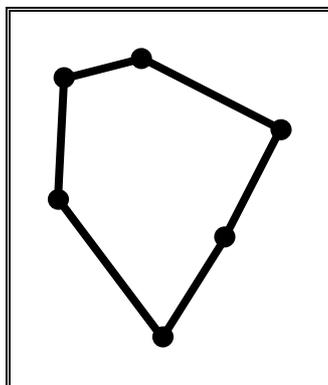


Figura 138 – Neste tipo de modelo é considerado que os pixels estão ligados, ao longo do contorno, por intermédio de barras elásticas.

No ponto seguinte são apresentados os resultados obtidos considerando-se este tipo de modelo para as seqüências de imagens utilizadas neste estudo.

4.3 - Resultados Experimentais

Num primeiro teste deste tipo de modelo foi utilizada a seqüência apresentada nas *Figura 139* ... *Figura 148* resultante da amostragem de 7 em 7 *pixels* dos contornos dos objectos presentes nas *Figura 11* ... *Figura 20*. Na *Figura 149* estão representados os contornos, com os seus *pixels* ligados por segmentos de recta, dos objectos considerados ao longo de toda a seqüência e é possível verificar as deformações existentes ao longo da mesma.

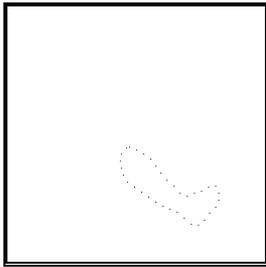


Figura 139 - Contorno da imagem 1 da seqüência.

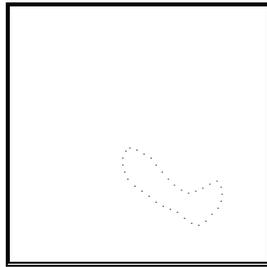


Figura 140 - Contorno da imagem 2 da seqüência.

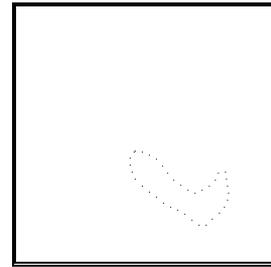


Figura 141 - Contorno da imagem 3 da seqüência.

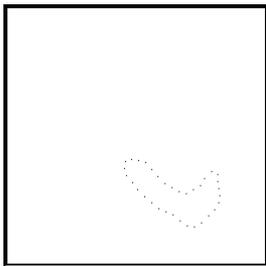


Figura 142 - Contorno da imagem 4 da seqüência.

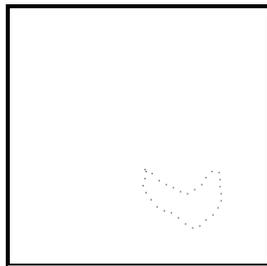


Figura 143 - Contorno da imagem 5 da seqüência.

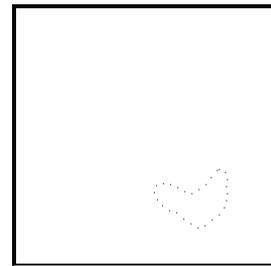


Figura 144 - Contorno da imagem 6 da seqüência.

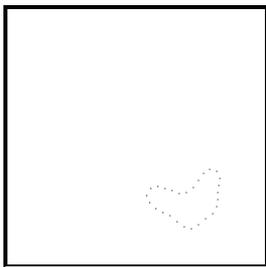


Figura 145 - Contorno da imagem 7 da seqüência.

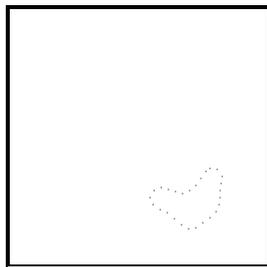


Figura 146 - Contorno da imagem 8 da seqüência.

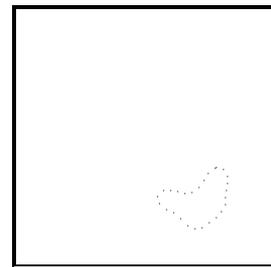


Figura 147 - Contorno da imagem 9 da seqüência.

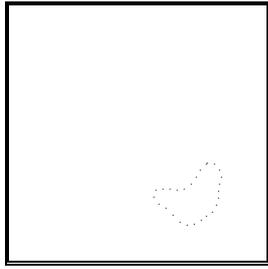


Figura 148 - Contorno da imagem 10 da sequência.

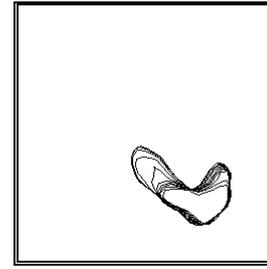


Figura 149 - Todos os contornos da sequência com os seus pixels ligados.

Utilizando uma implementação da abordagem apresentada para este tipo de modelo obtivemos os resultados para os emparelhamentos ao longo da sequência representados nas *Figura 150 ... Figura 158*. Na obtenção destes resultados, utilizaram-se apenas 7 modos para a determinação dos emparelhamentos e fez-se σ igual à média da distância entre todos os *pixels* que constituem cada modelo. Nestas imagens estão representados os *pixels*, ligados por segmentos de recta, que constituem os dois modelos e os emparelhados estão devidamente ligados entre si.

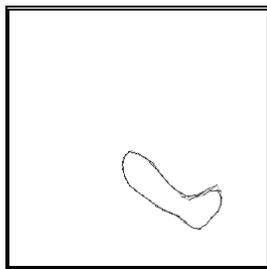


Figura 150 - Resultados de emparelhamento para os contornos 1 e 2.

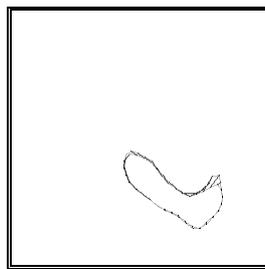


Figura 151 - Resultados de emparelhamento para os contornos 2 e 3.

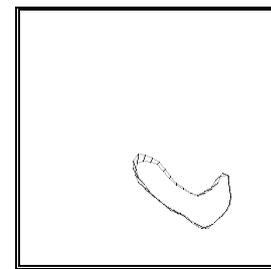


Figura 152 - Resultados de emparelhamento para os contornos 3 e 4.

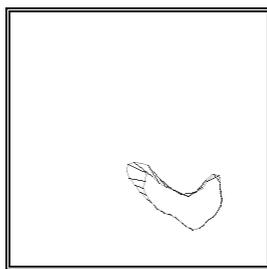


Figura 153 - Resultados de emparelhamento para os contornos 4 e 5.

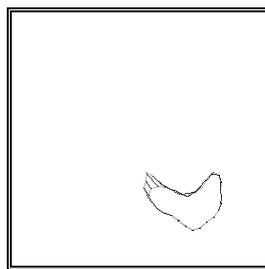


Figura 154 - Resultados de emparelhamento para os contornos 5 e 6.

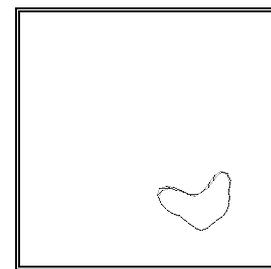


Figura 155 - Resultados de emparelhamento para os contornos 6 e 7.

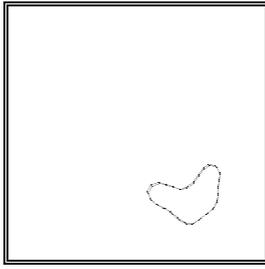


Figura 156 - Resultados de emparelhamento para os contornos 7 e 8.

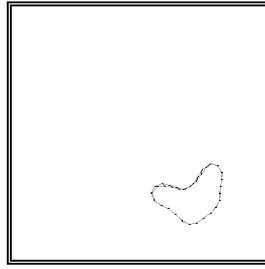


Figura 157 - Resultados de emparelhamento para os contornos 8 e 9.

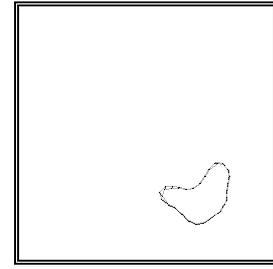


Figura 158 - Resultados de emparelhamento para os contornos 9 e 10.

Após o estabelecimento dos emparelhamentos, determinaram-se os deslocamentos modais e nodais por minimização da energia de deformação e o valor da mesma energia. Nas *Figura 159 ... Figura 167* estão representados os resultados obtidos ao longo da sequência considerando que os *pixels* de cada modelo estão ligados por barras de borracha. Assim, por exemplo, na *Figura 159* estão representados os *pixels* do modelo para a segunda imagem da sequência e os *pixels* do modelo para a primeira após a aplicação dos deslocamentos nodais obtidos para este modelo. Desta forma, quanto mais os contornos dos dois modelos coincidirem em cada imagem melhores são os resultados obtidos. (Nestas figuras os *pixels* que constituem cada contorno aparecem ligados por intermédio de segmentos de recta.) Destas figuras, pode-se concluir que os deslocamentos obtidos são bastante razoáveis pois o contorno do modelo t coincide sempre de forma bastante aceitável com o do modelo $t+1$.

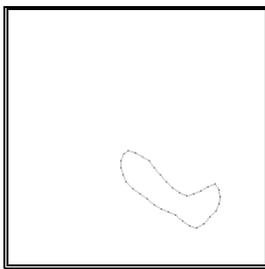


Figura 159 - Contornos 2 e 1 após minimização da energia de deformação.

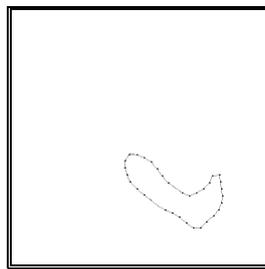


Figura 160 - Contornos 3 e 2 após minimização da energia de deformação.

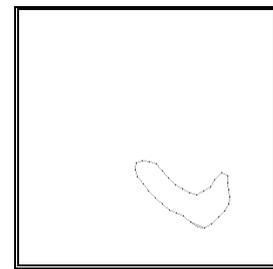


Figura 161 - Contornos 4 e 3 após minimização da energia de deformação.

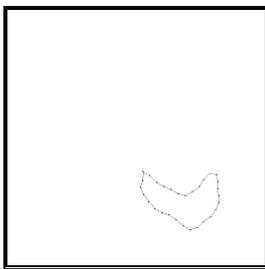


Figura 162 - Contornos 5 e 4 após minimização da energia de deformação.

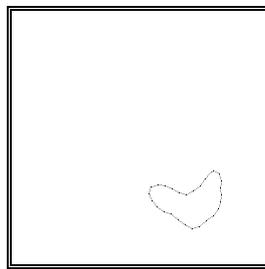


Figura 163 - Contornos 6 e 5 após minimização da energia de deformação.

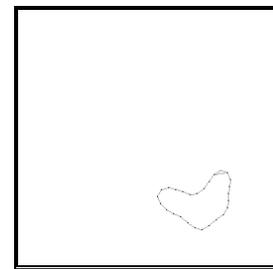


Figura 164 - Contornos 7 e 6 após minimização da energia de deformação.

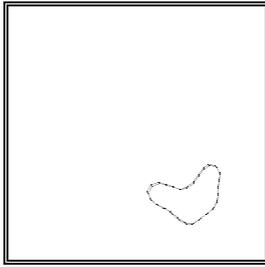


Figura 165 - Contornos 8 e 7 após minimização da energia de deformação.

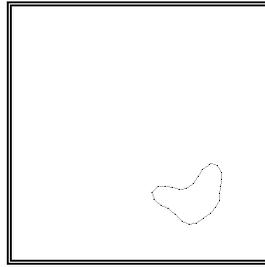


Figura 166 - Contornos 9 e 8 após minimização da energia de deformação.

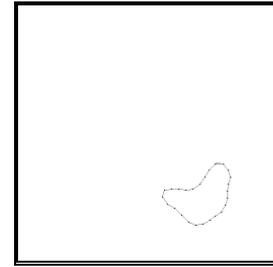


Figura 167 - Contornos 10 e 9 após minimização da energia de deformação.

Na *Figura 168* são apresentados, de forma gráfica, os resultados obtidos ao longo da sequência para o emparelhamento dos *pixels* que constituem os modelos utilizados. Assim para o emparelhamento entre os modelos t e $t+1$, estão representados o número de *pixels* que constituem o modelo t e o número destes *pixels* que foram devidamente emparelhados com os do modelo $t+1$. Desta figura, é possível verificar que o número de emparelhamentos obtido ao longo da sequência é bastante elevado.

Na *Figura 169* está representada a energia de deformação determinada ao longo da sequência de imagens sem e com a prévia aplicação da transformação rígida, obtida a partir dos emparelhamento estabelecidos, aos *pixels* que constituem o modelo t . Desta representação, pode-se concluir que a energia de deformação obtida sem a prévia aplicação da transformação rígida traduz de forma aceitável a deformação entre os vários modelos ao longo da sequência. Com a aplicação prévia das transformações rígidas existentes os valores obtidos para a energia de deformação ao longo da sequência traduzem menos correctamente as deformações ocorridas; por exemplo, o valor de energia obtido para os modelos 5 e 6 é idêntico ao obtido para os modelos 4 e 5 quando a deformação existente é menor (tal aplicação também não deverá ser realizada pois, desta forma, é violado o alinhamento existente entre as imagens da sequência).

Na *Figura 170* estão representados os tempos de computação para construção dos modelos, determinação dos emparelhamentos, determinação dos deslocamentos modais e nodais e da energia de deformação ao longo da sequência de imagens. Como se pode verificar a grande percentagem do tempo de computação despendido é para a fase da determinação dos deslocamentos modais e nodais e da energia de deformação; contudo, a execução é sempre bastante rápida nunca sendo superior a 5 segundos.

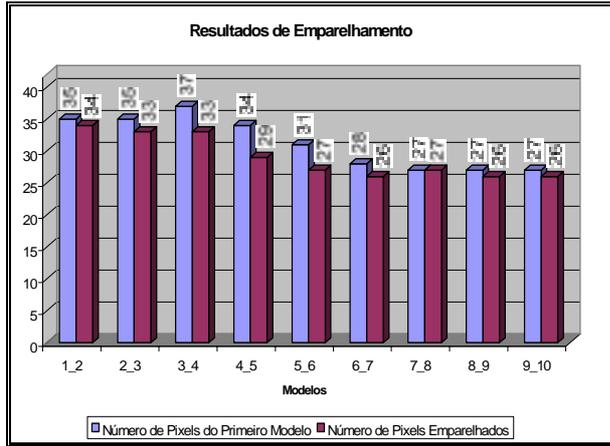


Figura 168 - Resultados de emparelhamento ao longo da seqüência.

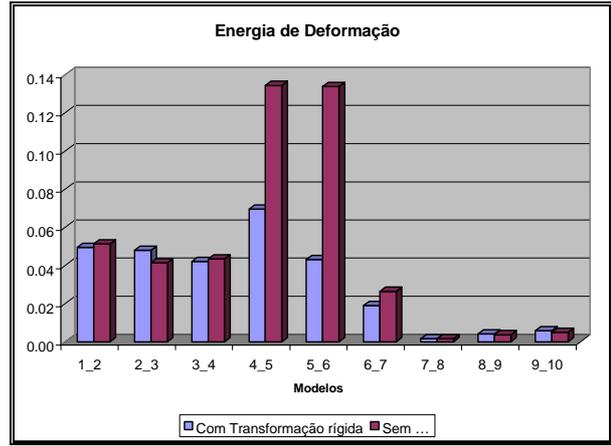


Figura 169 - Energia de deformação ao longo da seqüência.

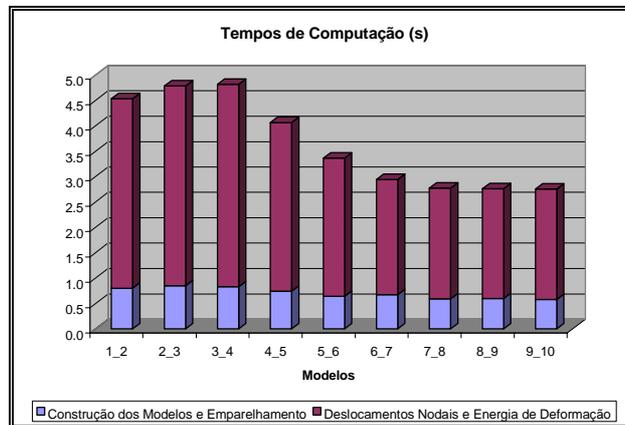


Figura 170 - Tempos de computação ao longo da seqüência.

Num segundo teste deste tipo de modelo foi utilizada a seqüência apresentada nas *Figura 171 ... Figura 177* resultante da amostragem de 7 em 7 pixels dos contornos dos objectos presentes nas *Figura 21 ... Figura 27*. Na *Figura 178* estão representados os contornos, com os seus pixels ligados por segmentos de recta, dos objectos considerados ao longo de toda a seqüência e é possível verificar as deformações existentes ao longo da mesma.

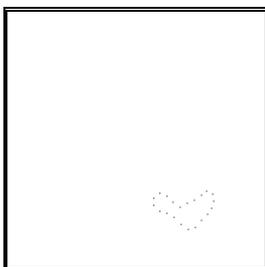


Figura 171 - Contorno da imagem 1 da seqüência a partir da imagem 6.

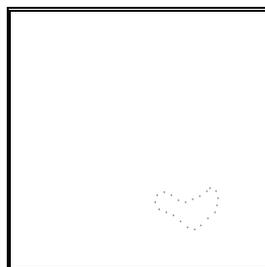


Figura 172 – Contorno da imagem 2 da seqüência a partir da imagem 6.

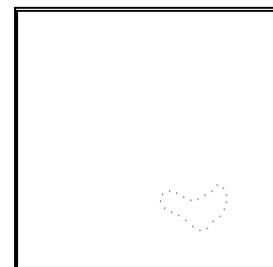


Figura 173 - Contorno da imagem 3 da seqüência a partir da imagem 6.

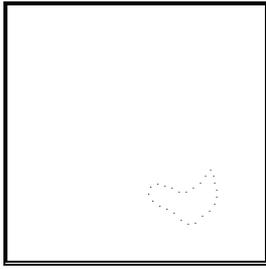


Figura 174 - Contorno da imagem 4 da sequência a partir da imagem 6.

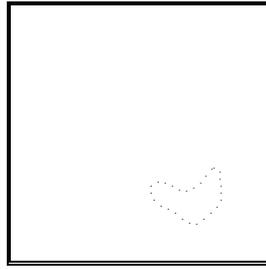


Figura 175 - Contorno da imagem 5 da sequência a partir da imagem 6.

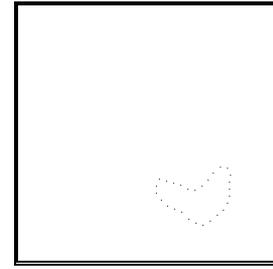


Figura 176 - Contorno da imagem 6 da sequência a partir da imagem 6.

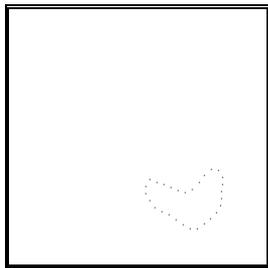


Figura 177 - Contorno da imagem 7 da sequência a partir da imagem 6.

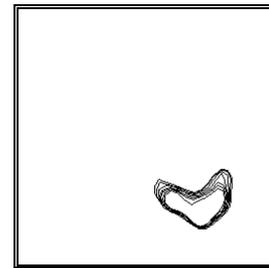


Figura 178 - Todos os contornos da sequência a partir da imagem 6 com os seus pixels ligados.

Utilizando a mesma implementação da abordagem apresentada para este tipo de modelo obtivemos os resultados para os emparelhamentos ao longo da sequência representados nas *Figura 179 ... Figura 184*. Na obtenção destes resultados, utilizaram-se apenas 7 modos para a determinação dos emparelhamentos e fez-se σ igual à média da distância entre todos os *pixels* que constituem cada modelo. Nestas imagens estão representados os *pixels*, ligados por segmentos de recta, que constituem os dois modelos e os emparelhados estão devidamente ligados entre si.

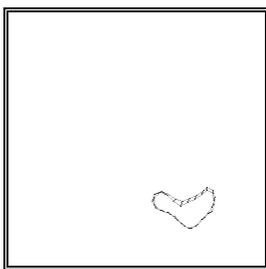


Figura 179 - Resultados de emparelhamento para os contornos 1 e 2 da sequência a partir da imagem 6.

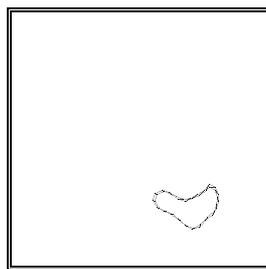


Figura 180 - Resultados de emparelhamento para os contornos 2 e 3 da sequência a partir da imagem 6.

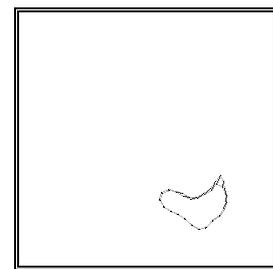


Figura 181 - Resultados de emparelhamento para os contornos 3 e 4 da sequência a partir da imagem 6.

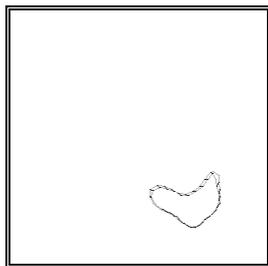


Figura 182 - Resultados de emparelhamento para os contornos 4 e 5 da sequência a partir da imagem 6

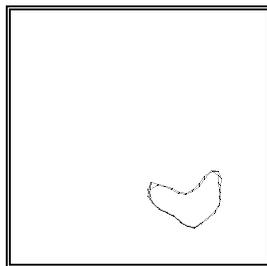


Figura 183 – Resultados de emparelhamento para os contornos 5 e 6 da sequência a partir da imagem 6

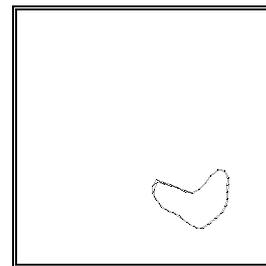


Figura 184 - Resultados de emparelhamento para os contornos 6 e 7 da sequência a partir da imagem 6.

Após o estabelecimento dos emparelhamentos, determinaram-se os deslocamentos modais e nodais por minimização da energia de deformação e o valor da mesma energia. Nas *Figura 185 ... Figura 190* estão representados os resultados obtidos ao longo da sequência considerando que os *pixels* de cada modelo estão ligados por barras de borracha. Assim, por exemplo, na *Figura 185* estão representados os *pixels* do modelo para a segunda imagem da sequência e os *pixels* do modelo para a primeira após a aplicação dos deslocamentos nodais obtidos para este modelo. Desta forma, quanto mais os contornos dos dois modelos coincidirem em cada imagem melhores são os resultados obtidos. (Nestas figuras os *pixels* que constituem cada contorno aparecem ligados por intermédio de segmentos de recta.) Destas figuras, pode-se concluir que os deslocamentos obtidos são bastante razoáveis pois o contorno do modelo t coincide sempre de forma bastante aceitável com o do modelo $t+1$.

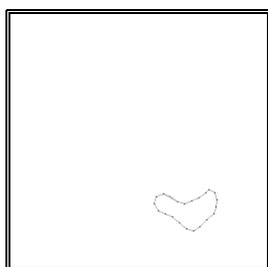


Figura 185 - Contornos 2 e 1, da sequência a partir da imagem 6, após minimização da energia de deformação.

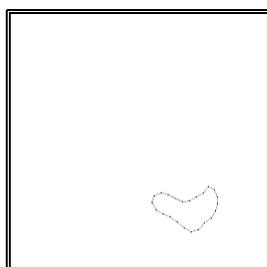


Figura 186 - Contornos 3 e 2, da sequência a partir da imagem 6, após minimização da energia de deformação.

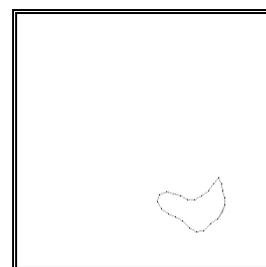


Figura 187 - Contornos 4 e 3, da sequência a partir da imagem 6, após minimização da energia de deformação.

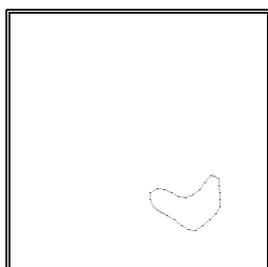


Figura 188 - Contornos 5 e 4, da sequência a partir da imagem 6, após minimização da energia de deformação.

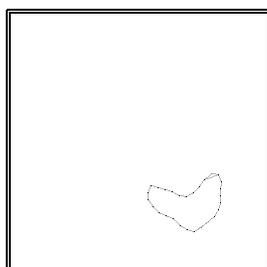


Figura 189 - Contornos 6 e 5, da sequência a partir da imagem 6, após minimização da energia de deformação.

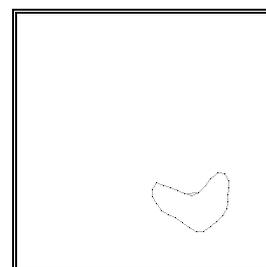


Figura 190 - Contornos 7 e 6, da sequência a partir da imagem 6, após minimização da energia de deformação.

Na *Figura 191* são apresentados, de forma gráfica, os resultados obtidos ao longo da sequência para o emparelhamento dos *pixels* que constituem os modelos utilizados. Assim para o emparelhamento entre os modelos t e $t+1$, estão representados o número de *pixels* que constituem o modelo t e o número destes *pixels* que foram devidamente emparelhados com os do modelo $t+1$. Desta figura, é possível verificar que o número de emparelhamentos obtido ao longo da sequência é bastante elevado.

Na *Figura 192* está representada a energia de deformação determinada ao longo da sequência de imagens sem e com a prévia aplicação da transformação rígida, obtida a partir dos emparelhamento estabelecidos, aos *pixels* que constituem o modelo t . Desta representação, pode-se concluir que a energia de deformação obtida sem a prévia aplicação da transformação rígida existente traduz de forma aceitável a reduzida deformação entre os vários modelos ao longo da sequência. Com a aplicação prévia das transformações rígidas existentes os valores obtidos para a energia de deformação ao longo da sequência também traduzem as reduzidas deformações ocorridas; contudo, tal aplicação também não deverá ser realizada pois, desta forma, é violado o alinhamento existente entre as imagens da sequência.

Na *Figura 193* estão representados os tempos de computação para construção dos modelos, determinação dos emparelhamentos, determinação dos deslocamentos modais e nodais e da energia de deformação ao longo da sequência de imagens. Como se pode verificar a grande percentagem do tempo de computação despendido é para a fase da determinação dos deslocamentos modais e nodais e da energia de deformação; contudo, a execução é sempre bastante rápida nunca sendo superior a 3 segundos.

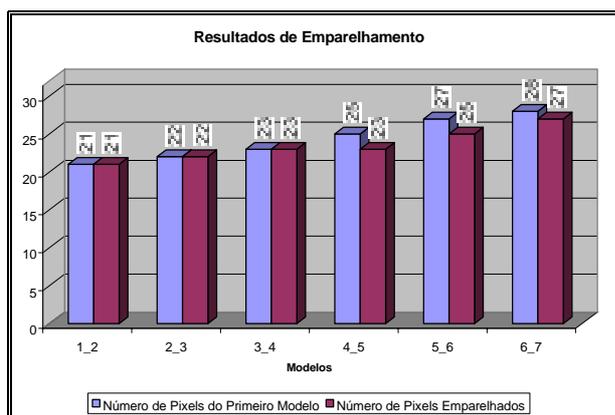


Figura 191 - Resultados de emparelhamento ao longo da sequência a partir da imagem 6.

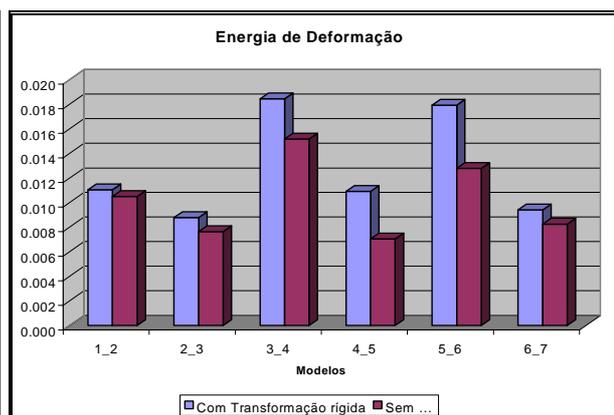


Figura 192 - Energia de deformação ao longo da sequência a partir da imagem 6.

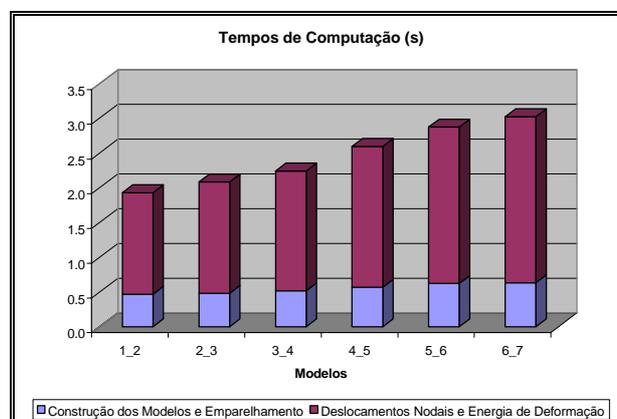


Figura 193 - Tempos de computação ao longo da sequência a partir da imagem 6.

Num terceiro teste deste tipo de modelo foi utilizada a sequência apresentada nas *Figura 194 ... Figura 200* resultante da amostragem de 7 em 7 *pixels* dos contornos dos objectos presentes nas *Figura 28 ... Figura 34*. Na *Figura 201* estão representados os contornos, com os seus *pixels* ligados por segmentos de recta, dos objectos considerados ao longo de toda a sequência e é possível verificar as deformações existentes ao longo da mesma.

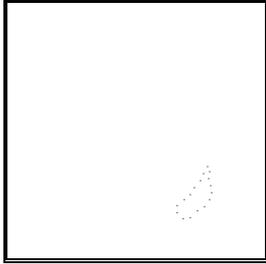


Figura 194 - Contorno da imagem 1 da sequência a partir da imagem 10.

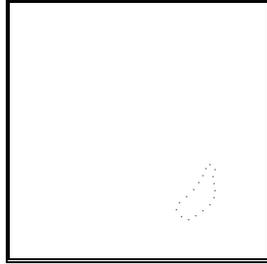


Figura 195 - Contorno da imagem 2 da sequência a partir da imagem 10.

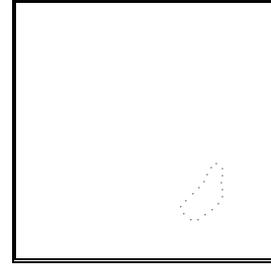


Figura 196 - Contorno da imagem 3 da sequência a partir da imagem 10.

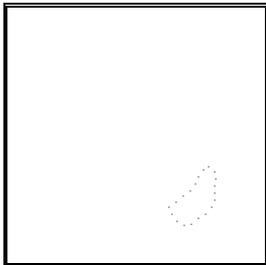


Figura 197 - Contorno da imagem 4 da sequência a partir da imagem 10.

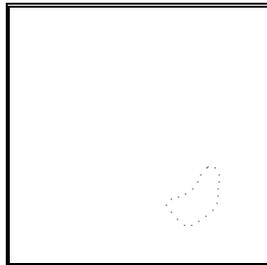


Figura 198 - Contorno da imagem 5 da sequência a partir da imagem 10.

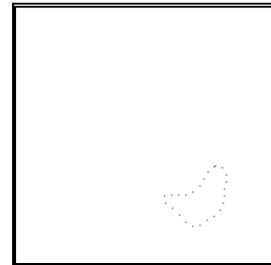


Figura 199 - Contorno da imagem 6 da sequência a partir da imagem 10.

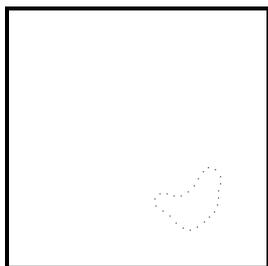


Figura 200 - Contorno da imagem 7 da sequência a partir da imagem 10.

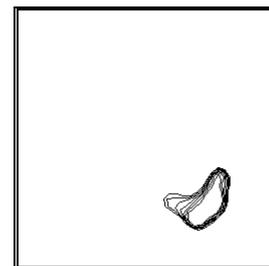


Figura 201 - Todos os contornos da sequência a partir da imagem 10 com os seus pixels ligados.

Utilizando a mesma implementação da abordagem apresentada para este tipo de modelo obtivemos os resultados para os emparelhamentos ao longo da sequência representados nas *Figura 202 ... Figura 207*. Na obtenção destes resultados, utilizaram-se apenas 7 modos para a determinação dos emparelhamentos e fez-se σ igual à média da distância entre todos os *pixels* que constituem cada modelo. Nestas imagens estão representados os *pixels*, ligados por segmentos de recta, que constituem os dois modelos e os emparelhados estão devidamente ligados entre si.

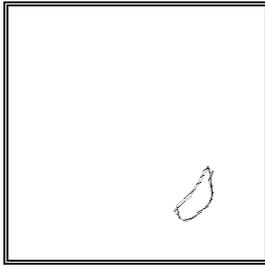


Figura 202 - Resultados de emparelhamento para os contornos 1 e 2 da sequência a partir da imagem 10.

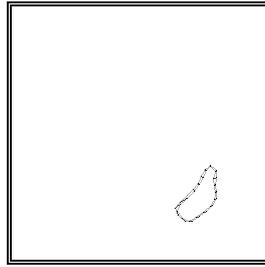


Figura 203 - Resultados de emparelhamento para os contornos 2 e 3 da sequência a partir da imagem 10.

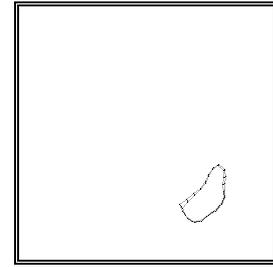


Figura 204 - Resultados de emparelhamento para os contornos 3 e 4 da sequência a partir da imagem 10.

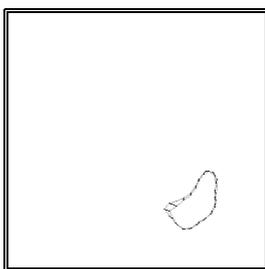


Figura 205 - Resultados de emparelhamento para os contornos 4 e 5 da sequência a partir da imagem 10.

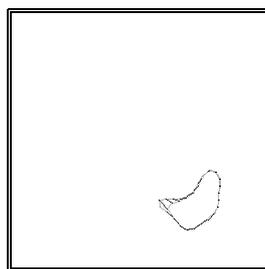


Figura 206 - Resultados de emparelhamento para os contornos 5 e 6 da sequência a partir da imagem 10.

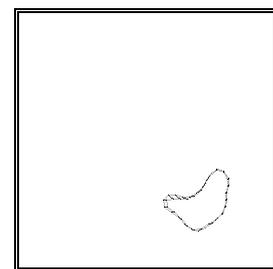


Figura 207 - Resultados de emparelhamento para os contornos 6 e 7 da sequência a partir da imagem 10.

Após o estabelecimento dos emparelhamentos, determinaram-se os deslocamentos modais e nodais por minimização da energia de deformação e o valor da mesma energia. Nas *Figura 208 ... Figura 213* estão representados os resultados obtidos ao longo da sequência considerando que os *pixels* de cada modelo estão ligados por barras de borracha. Assim, por exemplo, na *Figura 208* estão representados os *pixels* do modelo para a segunda imagem da sequência e os *pixels* do modelo para a primeira após a aplicação dos deslocamentos nodais obtidos para este modelo. Desta forma, quanto mais os contornos dos dois modelos coincidirem em cada imagem melhores são os resultados obtidos. (Nestas figuras os *pixels* que constituem cada contorno aparecem ligados por intermédio de segmentos de recta.) Destas figuras, pode-se concluir que os deslocamentos obtidos são bastante razoáveis pois o contorno do modelo t coincide sempre de forma bastante aceitável com o do modelo $t+1$.

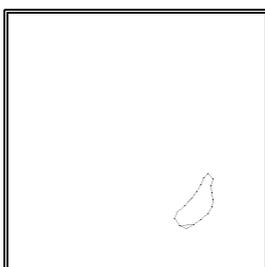


Figura 208 - Contornos 2 e 1, da sequência a partir da imagem 10, após minimização da energia de deformação.

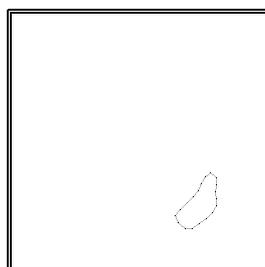


Figura 209 - Contornos 3 e 2, da sequência a partir da imagem 10, após minimização da energia de deformação.

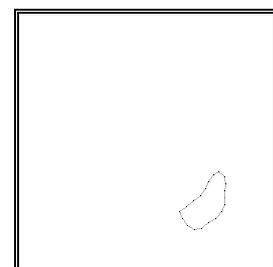


Figura 210 - Contornos 4 e 3, da sequência a partir da imagem 10, após minimização da energia de deformação.

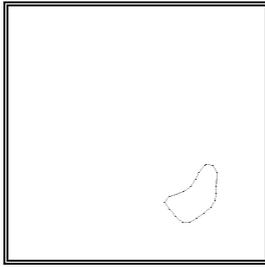


Figura 211 - Contornos 5 e 4, da sequência a partir da imagem 10, após minimização da energia de deformação.

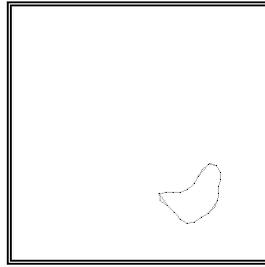


Figura 212 - Contornos 6 e 5, da sequência a partir da imagem 10, após minimização da energia de deformação.

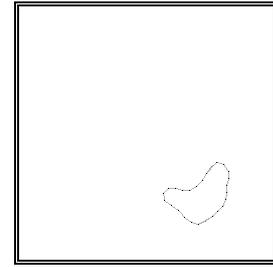


Figura 213 - Contornos 7 e 6, da sequência a partir da imagem 10, após minimização da energia de deformação.

Na *Figura 214* são apresentados, de forma gráfica, os resultados obtidos ao longo da sequência para o emparelhamento dos *pixels* que constituem os modelos utilizados. Assim para o emparelhamento entre os modelos t e $t+1$, estão representados o número de *pixels* que constituem o modelo t e o número destes *pixels* que foram devidamente emparelhados com os do modelo $t+1$. Desta figura, é possível verificar que o número de emparelhamentos obtido ao longo da sequência é bastante elevado.

Na *Figura 215* está representada a energia de deformação determinada ao longo da sequência de imagens sem e com a prévia aplicação da transformação rígida, obtida a partir dos emparelhamento estabelecidos, aos *pixels* que constituem o modelo t . Desta representação, pode-se concluir que a energia de deformação obtida sem a prévia aplicação da transformação rígida traduz de forma aceitável a reduzida deformação entre os vários modelos ao longo da sequência. Com a aplicação prévia das transformações rígidas existentes os valores obtidos para a energia de deformação ao longo da sequência também traduzem as reduzidas deformações ocorridas; contudo, tal aplicação também não deverá ser realizada pois, desta forma, é violado o alinhamento existente entre as imagens da sequência.

Na *Figura 216* estão representados os tempos de computação para construção dos modelos, determinação dos emparelhamentos, determinação dos deslocamentos modais e nodais e da energia de deformação ao longo da sequência de imagens. Como se pode verificar a grande percentagem do tempo de computação despendido é para a fase da determinação dos deslocamentos modais e nodais e da energia de deformação; contudo, a execução é sempre bastante rápida nunca sendo superior a 2.5 segundos.

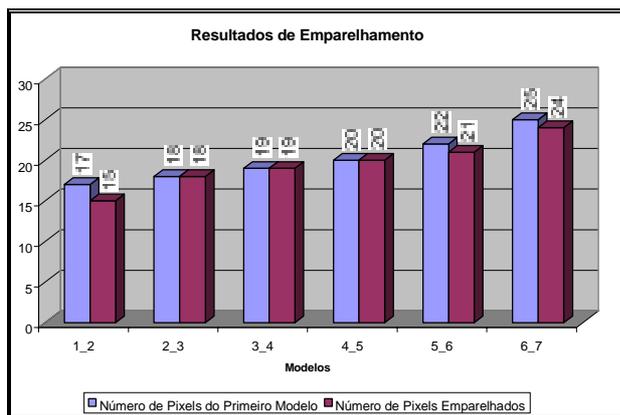


Figura 214 - Resultados de emparelhamento ao longo da sequência a partir da imagem 10.

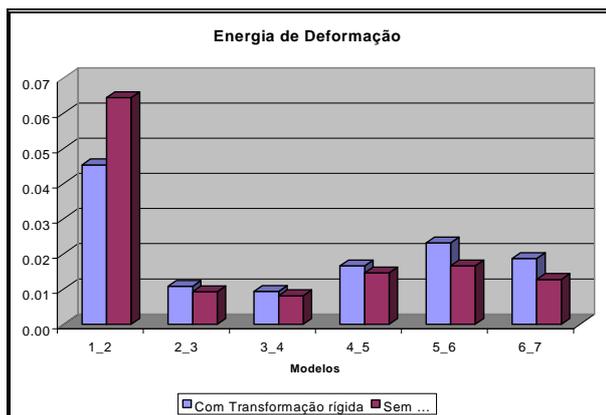


Figura 215 - Energia de deformação ao longo da sequência a partir da imagem 10.

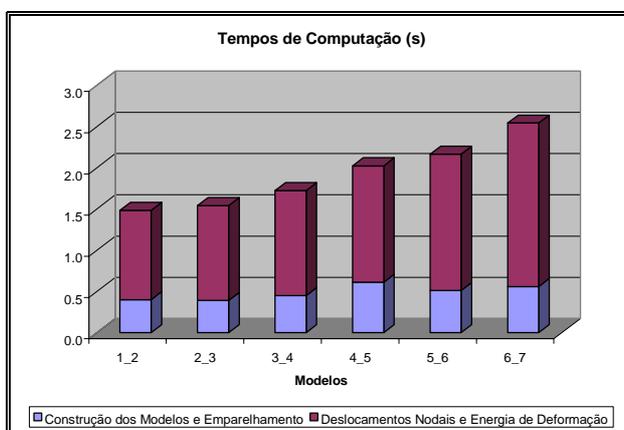


Figura 216 - Tempos de computação ao longo da sequência a partir da imagem 10.

4.4 – Conclusões

Com este tipo de modelo é possível obter-se muito bons resultados de emparelhamento ao longo das sequências de imagens utilizadas neste estudo. Os deslocamentos nodais obtidos, pelo processo de minimização da energia de deformação, são de boa qualidade fazendo com que os *pixels* do contorno do modelo t praticamente coincidam, de acordo como o material considerado para as barras que ligam os *pixels* do modelo (borracha), com os do contorno do modelo $t+1$. A energia de deformação obtida ao longo da sequência, sem a aplicação prévia das transformações rígidas determinadas pelos emparelhamentos estabelecidos, traduz razoavelmente as deformações existentes. Quando a transformação rígida é previamente aplicada, a energia de deformação obtida ao longo da sequência traduz também de forma aceitável as deformações existentes; contudo, tal aplicação viola a maneira com que as imagens da sequência são obtidas: estão perfeitamente alinhadas.

Os tempos de computação são bastante reduzidos sendo as fases mais custosas as da determinação dos deslocamentos modais e nodais pelo processo de minimização da energia de deformação e do valor desta energia.

A consideração de borracha para as barras que ligam os *pixels* de cada contorno revelou-se bastante aceitável assim como o valor considerado para σ (igual à distância média entre os todos *pixels* que constituem cada modelo) e verificou-se ser suficiente a utilização de apenas 7 modos para a determinação, de forma bastante satisfatória, dos emparelhamentos.

5 – Conclusões Finais

Nesta comunicação foram apresentados dois tipos de modelos para seguimentos de em sequências de imagens pedobarograficas. Um tipo de modelo (designado por modelo objecto constituído por *pixels*) utiliza todas as ligações entre os *pixels* que constituem cada objecto quer estes sejam do contorno quer interiores ao mesmo, e o outro (designado por modelo contorno), utiliza apenas as ligações ao longo do contorno para a construção dos respectivos modelos ao longo da sequência.

Para o primeiro tipo de modelo em estudo são construídas as matrizes de elementos finitos de massa e de rigidez e são determinados os seus modos de vibração. Após os modos estarem determinados as correspondências entre os *pixels* de dois modelos são estabelecidas através da análise da representação de cada *pixel* no respectivo espaço modal.

Para o segundo tipo de modelo é construída uma matriz de proximidade dos *pixels* do contorno e são determinados os valores e vectores próprios desta matriz. Após os vectores próprios estarem determinados as correspondências entre os *pixels* de dois modelos são estabelecidas através da análise da representação de cada *pixel* no respectivo espaço próprio. Para a obtenção das matrizes de elementos finitos de massa e rigidez considera-se neste tipo de modelo que os *pixels* do contorno estão ligados ao longo do mesmo por intermédio de barras elásticas.

Após os modos de vibração do sistema de elementos finitos para cada modelo estarem determinados obtém-se os deslocamentos modais e nodais a partir da minimização da energia de deformação de forma aos mesmos serem de acordo com as características do material considerado para o objecto em estudo. A medida desta energia de deformação traduz a deformação do objecto existente ao longo da sequência de imagens.

Os resultados de emparelhamento obtidos para as sequências utilizadas neste estudo foram de qualidade razoável para cada um dos dois tipos de modelos utilizados; sendo para o modelo contorno bastante bons ao longo das três sequências.

Para os deslocamentos modais e nodais, determinados pelo processo de minimização da energia de deformação, também foram obtidos bons resultados ao longo das sequências em estudo para os dois tipos de modelos utilizados. Os respectivos modelos coincidiam, de acordo com o material considerado para o objecto, de forma bastante satisfatória ao longo de toda a sequência.

Para a medida da deformação do objecto em estudo ao longo da sequência de imagens utilizou-se o valor da energia de deformação e verificou-se que a consideração de modelos contorno para o objecto origina valores de energia de deformação que traduzem de forma mais aceitável a deformação existente ao longo do tempo. Também se analisou os valores de energia de deformação obtidos após a prévia aplicação da transformação rígida, recuperada a partir dos emparelhamentos estabelecidos, mas verificou-se que, geralmente, os mesmos não traduziam de forma tão razoável as deformações ocorridas além de tal aplicação violar a forma de como as imagens são obtidas que faz com que os objectos estejam nas mesmas perfeitamente alinhados. Analisando as deformações obtidas pela análise das áreas do objecto nas imagens das seqências obtiveram-se as mesmas conclusões.

Quanto aos tempos computacionais, verificou-se que o modelo contorno é incomparavelmente mais leve e que as fases mais dispendiosas são diferentes; no caso do modelo contorno, a fase correspondente à determinação dos deslocamentos modais e nodais e do valor da energia de deformação é a mais custosa; no caso do modelo objecto constituído por *pixels*, as fases mais custosas são as correspondentes à construção da matriz de rigidez e da matriz de afinidade. A título de exemplo, na *Figura 217* estão representados os tempos de computação para os dois tipos de modelos para a sequência de imagens representadas nas *Figura 11 ... Figura 20*. Nesta figura verifica-se que os tempos de computação para o modelo

contorno são bastante mais reduzidos (sempre inferior a 5 segundos quando para o outro tipo de modelo nunca é inferior a 200 segundos).

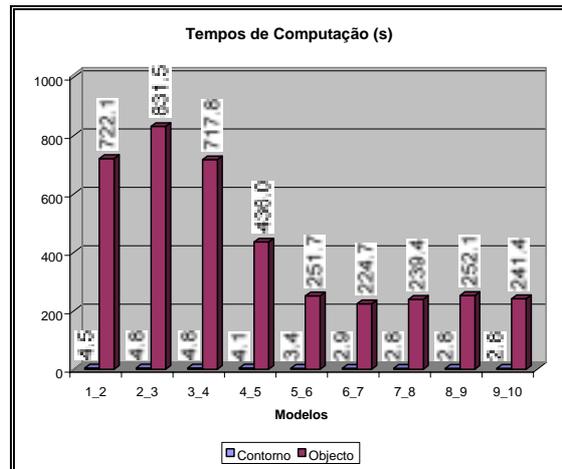


Figura 217 – Tempos de computação ao longo da sequência.

Os resultados experimentais obtidos permitem concluir que não é necessário, e por ventura não é o mais correcto, a utilização de um modelo de elementos finitos que inclua os *pixels* interiores ao contorno do objecto quando as imagens em estudo não apresentam uma relação forte com o referido objecto como é o caso das imagens pedobarograficas.

Futuramente ira ser estudada a consideração da coordenada z de cada *pixel*. Esta terceira coordenada será indicada pelo nível de cinzento que cada *pixel* apresenta pois, seguindo uma abordagem semelhante à utilizada em [Cootes, 1994; Moghaddam, 1996; Nastar, 1995], este nível está fortemente correlacionado com a pressão exercida o que, provavelmente, permitirá a utilização de modelos superficiais e tornara a modelação mais adequada para as sequências de imagens em pedobarografia.

Agradecimentos

Agradeço à Junta Nacional de Investigação Científica a bolsa de doutoramento que me concedeu (referência: BD/3243/94 - PRAXIS XXI).

Agradeço ao Prof. Larry Shapiro o envio do relatório “Towards A Vision-Based Motion Framework” e dos artigos “Feature-based Correspondence: an Eigenvector Approach” e “A Modal Approach to Feature-based Correspondence”, e a disponibilidade demonstrada.

Bibliografia

[Bathe, 1996] - Klaus-Jürgen Bathe

FINITE ELEMENT PROCEDURES

PRENTICE HALL - 1996

[Chapra, 1988] - Steven C. Chapra, Raymond P. Canale

NUMERICAL METHODS FOR ENGINEERS

MCGRAW-HILL - 1988

[Cohen, 1991] - Laurent D. Cohen

ON ACTIVE CONTOUR MODELS AND BALLOONS

CVGIP: IMAGE UNDERSTANDING, VOL. 53, Nº 2, MARCH, PP. 211-218, 1991

[Cootes, 1994] - *T. F. Cootes, C. J. Taylor*

MODELLING OBJECT APPEARANCE USING THE GREY-LEVEL SURFACE

PROC. BRITISH MACHINE VISION CONFERENCE, PP. 479/488 - 1994

[Davies, 1997] - *Robert B. Davies*

NEWMAT A MATRIX LIBRARY IN C++ V. 9.0

OF PUBLIC DOMAIN (<http://webnz.com/robert/>, FTP://WEBNZ.COM/ROBERT/NEWMAT09.ZIP) - 1997

[Foley, 1991] - *Foley, vanDam, Feiner, Hughes*

COMPUTER GRAPHICS PRINCIPLES AND PRACTICE

ADDISON WESLEY 12110 - 1991 SECOND EDITION

[Hall, 1993] - *Ernest L. Hall*

FUNDAMENTAL PRINCIPLES OF ROBOT VISION

SPIE VOL. 2056 INTELLIGENT ROBOTS AND COMPUTER VISION XII (1993) - 321/333

[Horn, 1987] - *Berthold K. P. Horn*

CLOSED-FORM SOLUTION OF ABSOLUTE ORIENTATION USING UNIT QUATERNIONS

JOURNAL OF THE OPTICAL SOCIETY OF AMERICA A, VOL. 4, 629/642, APRIL 1987

[Kass, 1988] - *Michael Kass, Andrew Witkin, Demetri Terzopoulos*

SNAKES: ACTIVE CONTOUR MODELS

INTERNATIONAL JOURNAL OF COMPUTER VISION, 321-331 (1988)

[Kelly, 1993] - *S. Graham Kelly*

FUNDAMENTALS OF MECHANICAL VIBRATIONS

MCGRAW-HILL - 1993

[Meirovitch, 1986] - *Leonard Meirovitch*

ELEMENTS OF VIBRATION ANALYSIS

MCGRAW-HILL - 1986

[Moghaddam, 1996] - *Baback Moghaddam, Chahab Nastar, Alex P. Pentland*

BAYESIAN FACE RECOGNITION USING DEFORMABLE INTENSITY SURFACES

MIT MEDIA LABORATORY - TECHNICAL REPORT Nº 371 - 1996

[Nastar, 1995] - *Chahab Nastar, Alex P. Pentland*

MATCHING AND RECOGNITION USING DEFORMABLE INTENSITY SURFACES

IEEE - APRIL 1995

[Nastar, 1996] - *Chahab Nastar, Baback Moghaddam, Alex P. Pentland*

GENERALIZED IMAGE MATCHING: STATISTICAL LEARNING OF PHYSICALLY-BASED DEFORMATIONS

MIT MEDIA LABORATORY - TECHNICAL REPORT Nº 368 - 1996

[Press, 1992] - *William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery*

NUMERICAL RECIPES - THE ART OF SCIENTIFIC COMPUTING

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS - 1992 SECOND EDITION

[Sclaroff, 1993] - *Stan Sclaroff, Alex Pentland*
MODAL MATCHING FOR CORRESPONDENCE AND RECOGNITION
MIT MEDIA LABORATORY - TECHNICAL REPORT N° 201 - MAY 1993

[Sclaroff, 1994] - *Stan Sclaroff, Alex P. Pentland*
OBJECT RECOGNITION AND CATEGORIZATION USING MODAL MATCHING
MIT MEDIA LABORATORY - TECHNICAL REPORT N° 267 - 1994

[Sclaroff, 1995] - *Stanley Edward Sclaroff*
PHD THESIS: MODAL MATCHING: A METHOD FOR DESCRIBING, COMPARING, AND MANIPULATING DIGITAL SIGNALS
MIT - 1995

[Sclaroff, 1995a] - *Stan Sclaroff, Alex Pentland*
MODAL MATCHING FOR CORRESPONDENCE AND RECOGNITION
MIT MEDIA LABORATORY - TECHNICAL REPORT N° 95-008, 1995

[Seegerlind, 1984] - *Larry J. Seegerlind*
APPLIED FINITE ELEMENT ANALYSIS
JOHN WILEY & SONS, INC. - 1984

[Shapiro, 1991] - *Larry Shapiro*
REPORT: TOWARDS A VISION-BASED MOTION FRAMEWORK
ROBOTICS RESEARCH GROUP - DEPARTMENT OF ENGINEERING SCIENCE
OXFORD UNIVERSITY - MAY 25, 1991

[Shapiro, 1992] - *Larry Shapiro, J. Michael Brady*
A MODAL APPROACH TO FEATURE-BASED CORRESPONDENCE
ROBOTICS RESEARCH GROUP - DEPARTMENT OF ENGINEERING SCIENCE
OXFORD UNIVERSITY - 1992

[Shapiro, 1992a] - *Larry Shapiro, J. Michael Brady*
FEATURE-BASED CORRESPONDENCE: AN EINGENVECTOR APPROACH
BUTTERWORTH-HEINEMANN LTD, VOL 10 NO 5 - JUNE 1992

[Tavares, 1995] - *João Manuel R. S. Tavares*
MASTER THESIS: OBTENÇÃO DE ESTRUTURA TRIDIMENSIONAL A PARTIR DE MOVIMENTO DE CÂMARA
FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO - 1995

[Tavares, 1997] - *João Manuel R. S. Tavares*
INTERNAL REPORT: APRESENTAÇÃO DE UM MÉTODO PARA A DETERMINAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO RÍGIDA ENTRE DOIS CONTORNOS CONSTITUÍDOS POR PIXELS
FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO - 1997

[Tavares, 1997a] - *João Manuel R. S. Tavares*
INTERNAL REPORT: APRESENTAÇÃO DE UMA ABORDAGEM MODAL PARA A DETERMINAÇÃO DA CORRESPONDÊNCIA ENTRE PIXELS DE DOIS CONTORNOS NÃO RÍGIDOS
FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO - 1997