

930

Teresa Maria Pinto da Cruz Barreiros Leal

**Contributos
para o ensino-aprendizagem
de conceitos matemáticos elementares**

Estudo apresentado às
Provas de Aptidão Pedagógica
e Capacidade Científica

Centro de Psicologia do Desenvolvimento e Educação da Criança
Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação
Universidade do Porto

1990

À Professora e aos Alunos
que tornaram possível este trabalho

ÍNDICE

INTRODUÇÃO GERAL	8
CAPÍTULO I	9
CAPÍTULO II	15
1. Introdução	16
2. Modelos de avaliação-intervenção	20
2.1. Breve panorâmica	20
2.1.1. Um pequeno passo de cada vez	20
2.1.2. O treino de capacidades	21
2.1.3. O currículo paralelo	22
2.1.4. O currículo delimitado	22
2.1.5. Modelos alternativos	22
2.2. O Modelo de Análise de Tarefas	23
2.2.1. Funcionamento do modelo	24
2.2.2. O Modelo de Análise de Tarefas e o Desenvolvimento Curricular	28
2.3. O Modelo de Análise de Competências	31
2.4. O Ensino Directo (I)	34
2.5. O Ensino Directo (II)	36
2.5.1. O ensino de discriminações básicas	38
2.5.2. O ensino de discriminações relacionadas	43
2.5.3. O ensino de regras	43
2.5.4. O ensino de operações cognitivas	44
2.5.5. Análise conceptual e programação	45
2.6. Processos de Ensino Sistemático	51
Uma Hierarquia de Ensino e Aprendizagem	
2.6.1. Aquisição	51
2.6.2. Fluência	53

2.6.3. Manutenção	54
2.6.4. Generalização	54
2.6.5. Adaptação	55
2.7. O Ensino Preciso	59
2.7.1. Especificar a realização desejada	60
2.7.2. Registrar o progresso numa base diária	61
2.7.3. Registrar num gráfico a realização diária	63
2.7.4. Registrar o comportamento do professor ou a abordagem de ensino	65
3. A avaliação através do ensino	68
CAPÍTULO III	71
1. Introdução - A origem do projecto de trabalho	72
2. Breve síntese da investigação sobre o ensino e a aprendizagem da matemática	75
2.1. Investigação sobre a aprendizagem da matemática	75
2.2. Investigação sobre o ensino da matemática	79
3. Objectivos do trabalho	82
4. Metodologia	83
4.1. Justificação da escolha realizada - a investigação-acção	83
4.2. Instrumentos e procedimentos utilizados	84
4.2.1. Introdução	84
4.2.2. Instrumentos	85
• Instrumento 1 - Hierarquia de competências	85
• Instrumento 2 - Introdução do Conceito	86
• Instrumento 3 - Hierarquia de Ensino-Aprendizagem	86
• Instrumento 4 - Avaliação (Provas) e Análise do Erro	87
4.2.3. Fases de implementação	88
• O Milhão	88
• Os Números Decimais	88
• A Área	89
• O Volume	89

5. Apresentação e Análise dos Resultados	90
5.1. O Milhão	91
5.2. Os Números Decimais	103
5.3. A Área	126
5.4. O Volume	154
6. Conclusões e Reflexões finais	172
Bibliografia	179
Anexos	186

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho nunca teria sido possível sem a colaboração de um conjunto de pessoas que sempre se revelou disponível para toda a ajuda e apoio necessários. A este grupo de pessoas queria deixar aqui registada a minha gratidão.

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer, de forma muito especial, ao Prof. Doutor Joaquim Bairrão a orientação estimulante, o entusiasmo manifestado e a confiança demonstrada.

À Professora que, ao longo de um ano lectivo, sempre colaborou entusiástica e persistentemente, no projecto que nos propusemos, um muito obrigada.

À Dr^a Marília Salgado queria agradecer as muitas horas que perdeu na leitura crítica de grande parte do trabalho.

Gostaria também de expressar o meu agradecimento à Dr^a Isaura Abreu pelas sugestões que apresentou em relação a certas partes desta tese.

À Clara um beijo e um muito obrigada pelo apoio de amiga e pela ajuda dada na elaboração de hierarquias e fluxogramas.

Ao Berto, pelo óptimo trabalho gráfico realizado e por todo o apoio manifestado na recta final, gostaria de manifestar o meu reconhecimento.

À Eva, pela sua amizade, um beijo e muito obrigada.

Gostaria ainda de agradecer a todos os colegas, especialmente à Nini, Orlanda e Isabel o apoio e a disponibilidade sempre manifestados.

Por último, uma palavra de agradecimento aos meus Pais, Irmãos, Avós e Amigos.

Teresa Maria Barreiros Leal

INTRODUÇÃO GERAL

Verificando as dificuldades dos professores na interiorização de práticas educativas inovadoras, questionamo-nos sobre os factores que poderão estar na origem dessas dificuldades. Formulamos a hipótese de que a não generalização destas práticas reside na ausência de quadros de referência conceptuais e instrumentais que permitam ao professor tomadas de decisão críticas acerca do seu ensino. Pretendemos verificar esta hipótese e, simultaneamente, construir quadros de referência que possam ser úteis ao professor no processo de ensino-aprendizagem.

No primeiro capítulo será realizado um breve enquadramento teórico do trabalho, sendo enfatizada a perspectiva comportamental em educação.

O segundo capítulo consiste na apresentação de vários modelos de avaliação e intervenção no processo de ensino-aprendizagem. Serão referidos o Modelo de Análise de Tarefas, o Modelo de Análise de Competências, o Ensino Directo, a Hierarquia de Ensino-Aprendizagem e o Ensino Preciso. Salientar-se-á a integração destes modelos na "avaliação através do ensino."

O terceiro capítulo apresenta um trabalho de equipa envolvendo uma psicóloga e uma professora do Ensino Básico na área curricular da matemática.

Com base nos modelos de avaliação-intervenção caracterizados no capítulo anterior, foram elaborados quatro instrumentos para a avaliação-intervenção no processo de ensino-aprendizagem de quatro conceitos matemáticos elementares:

- O Milhão
- Os Números Decimais
- A Área
- O Volume.

A avaliação final do trabalho aponta para a importância da utilização sistemática de instrumentos de avaliação no processo de ensino-aprendizagem. Estes instrumentos permitiram à professora tomar-se observadora da sua própria prática pedagógica e adequar a sua acção às necessidades educativas dos alunos.

*Ensino e Aprendizagem -
- uma perspectiva comportamental*

"Não há ensino sem aprendizagem. No entanto, pode haver, e frequentemente há, aprendizagem sem ensino" (Solity e Bull, 1987).

Esta é uma afirmação que poderá surpreender. Porém, ela será facilmente entendida depois duma clarificação dos seus dois conceitos-chave:

ENSINO e APRENDIZAGEM

APRENDIZAGEM poder-se-á definir como uma modificação estável no comportamento, resultando da prática ou experiência e não podendo ser atribuída a outras causas (Reilly e Lewis, 1983).

"ENSINAR é modificar o comportamento; é ajudar os outros a aprender mais depressa ou mais eficientemente do que o fariam sozinhos" (Vargas, citado por Bull e Solity, 1987).

Estas duas afirmações complementam-se:

Para se considerar que houve aprendizagem, tem que se poder verificar uma modificação no comportamento. Esta, por sua vez, pode dever-se ao ensino ministrado, mas também poderá ser explicada por outros factores como, por exemplo, a exploração e investigação realizadas por iniciativa da própria pessoa que aprende.

Para um professor poder dizer que ensinou, terá que ter evidências de que se verificou, nos seus alunos, uma modificação do comportamento atribuída aos efeitos do seu ensino.

A questão que colocamos e a que iremos tentar responder ao longo deste trabalho prende-se, exactamente, com este facto:

Que possibilidade tem um professor de promover a mudança dos seus alunos, isto é, de promover a sua aprendizagem?

ORIGEM DOS ESTUDOS SOBRE A APRENDIZAGEM

Os estudos sobre a aprendizagem tiveram um papel relevante na psicologia desde o seu início como disciplina autónoma.

Os primeiros estudos surgiram no começo deste século com as descobertas do fisiólogo russo I. Pavlov. Pavlov (1927) desenvolveu várias leis descrevendo o processo de condicionamento duma resposta:

Certos estímulos do meio (estímulos incondicionados) evocam respostas reflexas. A associação entre um estímulo neutro (que não provoca automaticamente um determinado reflexo) e um estímulo incondicionado leva ao aparecimento duma resposta ao estímulo que previamente era neutro. O processo pelo qual o novo estímulo adquire o poder de desencadear a resposta é denominado condicionamento clássico ou respondente.

E. L. Thorndike(1932) propôs um outro tipo de modelo explicativo:

Para resolver um determinado problema, todo aquele que aprende tenta um certo número de respostas diferentes até obter, finalmente, êxito. A partir da sua lei do efeito, Thorndike sugeriu que os padrões de comportamento são seleccionados pelas suas consequências. Tal como no modelo de Pavlov, a repetição é importante, mas é a repetição da resposta associada aos resultados que é crucial.

A esta aprendizagem por tentativas e erros Thorndike chamou condicionamento instrumental.

Com B. F. Skinner (1968) surgiu uma terceira perspectiva - o condicionamento operante ou análise experimental do comportamento.

Embora começando com a mesma ideia básica de Thorndike, Skinner acrescentou-lhe um processo sistemático, passo a passo, de modificação do comportamento.

Enquanto o condicionamento clássico se baseia na associação estímulo-resposta, o condicionamento operante depende das consequências duma resposta. São estas consequências (reforçantes ou punitivas) que irão aumentar ou diminuir a probabilidade futura da resposta ser dada. Quanto aos acontecimentos antecedentes, eles proporcionam o aparecimento de comportamentos que, por sua vez, irão ser seguidos de consequências reforçantes ou punitivas. A associação entre um padrão de reforços específico e um acontecimento ante-

cedente, transformará este último num estímulo discriminativo para determinado padrão de comportamentos. Assim, o comportamento ocorre por causa das suas relações com acontecimentos antecedentes (estímulos discriminativos) e consequentes (reforços e punições).

ANÁLISE COMPORTAMENTAL APLICADA E PERSPECTIVAS FUTURAS

O termo integrador para as teorias acima referidas é o chamado behaviorismo, também denominado de perspectiva comportamental. Com origem no behaviorismo radical de Skinner desenvolveu-se um conjunto de técnicas comportamentais a serem aplicadas em contextos variados, nomeadamente clínicos e escolares. Apesar dos limites teoricamente impostos pela estrita posição de Skinner, a aplicação desta perspectiva à escola impôs necessariamente o seu alargamento conceptual. O paradigma estímulo-resposta surge mediado por intervenientes como o professor e o currículo. Nasce assim técnicas comportamentais, geralmente denominadas como técnicas de Análise Comportamental Aplicada (A.C.A.). Estas poderão ser caracterizadas por um sistema compreendendo cinco ingredientes básicos:

- processos de ensino replicáveis;
- análise individual;
- controlo experimental;
- medidas directas;
- medidas diárias (Lovitt, 1976).

A análise comportamental aplicada centra-se, pois, no comportamento observável, buscando uma explicação para este comportamento nas suas relações funcionais com circunstâncias ambientais. O facto desta perspectiva se centrar apenas no observável não significa que se negue a existência de processos mentais. Trata-se sim, de encontrar o nível explicativo mais adequado aos contextos e comportamentos em questão.

A A.C.A. pressupõe que o comportamento das crianças depende de circunstâncias ambientais (contingências), das quais os professores fazem, como é evidente, parte. Assim sendo, os professores poderão influenciar o comportamento dos seus alunos através da modificação do seu próprio comportamento e de uma gestão eficaz das contingências. Esta

abordagem caracteriza-se, assim, pelo seu optimismo. O professor pode estruturar o ambiente de aprendizagem de forma a maximizar as potencialidades das crianças. Pode fazê-lo a nível da organização e gestão da sala de aula e a nível da estruturação de programas de ensino eficazes (Blackman, 1984). Em relação ao primeiro nível, o professor poderá utilizar técnicas de organização de sala de aula e gestão de comportamentos que lhe permitam criar um bom clima de aprendizagem, sem problemas de comportamento e com altos níveis de motivação. A estruturação de programas de ensino eficazes passa pela organização curricular e pelo desenvolvimento de métodos de ensino adequados. Caso as crianças revelem dificuldades em aprender, então será necessário encontrar meios mais adequados para as ensinar. Os problemas das crianças podem ser múltiplos: problemas fisiológicos ou neurológicos, défices nos processos cognitivos, problemas afectivos, meio circundante muito adverso, etc... A tarefa do professor continua a ser ensinar.

Poder-se-á questionar até que ponto não se estará a exigir o impossível ao professor. Será que este detem os instrumentos necessários (e será que estes instrumentos existem?!) para dar resposta às necessidades educativas de QUALQUER criança?

Ao longo deste trabalho referir-se-ão, entre outros, modelos com raízes na A.C.A., que pretendem dar essa resposta às necessidades educativas das crianças e dos seus educadores. Salientar-se-ão modelos como o Modelo de Análise de Tarefas, o Modelo de Análise de Competências, a Hierarquia de Ensino-Aprendizagem e o Ensino Preciso ⁽¹⁾.

Por outro lado, a Escola lida porém com comportamentos cognitivos, desencadeando questões sobre os processos subjacentes aos comportamentos de ensino e aprendizagem. As teorias de processamento de informação têm-se centrado nos tipos de aprendizagem envolvidos nas tarefas cognitivas com que a criança se confronta na escola. Siegler (1983) divide as teorias de processamento em dois grandes grupos:

Aquelas que se centram explicitamente na natureza do processamento da informação e as que analisam como o sistema opera em situações particulares. Estas teorias irão provavelmente afectar o estatuto da abordagem comportamental (Blackman, 1984). Fontana (1984) afirma mesmo que a psicologia terá que realizar uma aproximação entre a

⁽¹⁾ Alguns destes modelos não serão utilizados de forma integral; inspirarão sim, fases do processo mais vasto de ensino-aprendizagem que nos propusemos, sendo alguns mais utilizados do que outros, como é o caso do Modelo de Análise de Tarefas e da Hierarquia de Ensino-Aprendizagem. Socorremo-nos ainda, dos dendogramas do Modelo de Análise de Competências e da observação directa, embora não diária, que o Ensino Preciso propõe.

perspectiva comportamental e a perspectiva do processamento da informação, caso queira manter a sua credibilidade de disciplina madura. Por seu lado, Vingoe (1984) salienta o número crescente de pontos de contacto entre o behaviorismo e o cognitivismo, propondo o behaviorismo cognitivo como uma síntese possível para o futuro.

O Modelo do Ensino Directo que iremos abordar de forma exaustiva neste trabalho, poderá eventualmente situar-se nesta linha, propondo uma integração entre a vertente cognitivista e a perspectiva comportamentalista. Este modelo propõe uma teoria de ensino implicando hierarquias de conceitos e competências, ensino de discriminações básicas, regras e operações. Muitos aspectos preconizados pelo ensino directo estão mesmo em consonância com a investigação que possui como quadro de referência as teorias de processamento de informação.

O desafio realizado pelas teorias de processamento de informação à perspectiva comportamental centra-se no conceito de cognição. Embora por razões diferentes, também a psicologia ecológica e a psicologia ambiental alertam para os limites de concepções comportamentais estritas.

Estas duas correntes "vieram chamar a atenção para a importância do ambiente e dos seus cenários na determinação e generalização dos comportamentos humanos. [...] O comportamento humano só encontra uma operacionalização mais significativa quando contextualmente referenciada" (Bairrão, 1988).

*MODELOS DE AVALIAÇÃO - INTERVENÇÃO
NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM*

1. INTRODUÇÃO

Podemos considerar três grandes correntes no estudo de crianças com Necessidades Educativas Especiais (N.E.E.). Em termos gerais, estas são as crianças para quem os processos educativos aplicados à maioria são inadequados, manifestando-se a excepionalidade da criança por uma realização superior ou inferior à média. No entanto, quando se fala em crianças com N.E.E. geralmente pretende-se referir aquelas crianças com dificuldades de aprendizagem que requerem cuidados especiais para satisfazer as suas necessidades (Relatório Warnock, 1978)⁽¹⁾.

Uma primeira corrente atribui a causa da excepionalidade a disfunções nos processos internos da criança cruciais para a aprendizagem. Consoante os autores, estes processos seriam específicos (p. ex: a percepção visual, a atenção,...) ou globais (p.ex: a inteligência, a personalidade,...), localizando-se quer uns quer outros na própria criança.

Uma segunda abordagem centra-se na noção de défice experiencial. Neste caso, os processos internos de aprendizagem são considerados como estando intactos. O sucesso e insucesso na aprendizagem são atribuídos a variáveis do meio - são falhas nas experiências e aprendizagens dos alunos que dão origem a um reportório comportamental limitado.

Um terceiro ponto de vista reconhece que os problemas de aprendizagem podem ser o resultado dum processo cumulativo, em que se verificam disfunções nos processos e, simultaneamente, deficiências a nível de experiências vividas. No processo de desenvolvimento estariam implicadas as capacidades e incapacidades da criança, assim como os recursos e insuficiências do meio. O desenvolvimento seria o resultado da interacção compensatória destes factores ao longo do tempo (Wedell e Lindsay, 1980).

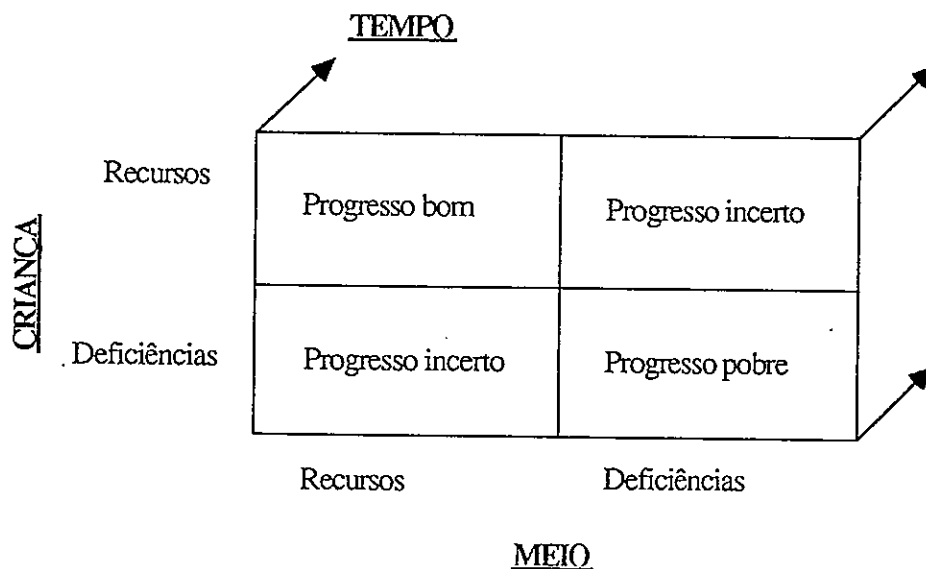
É evidente que o tipo de explicação dada para a excepionalidade da criança vai reflectir-se de formas diferentes nas perspectivas de avaliação - intervenção.⁽²⁾

⁽¹⁾ Será nesta última acepção que utilizaremos o termo N.E.E.. Kauffman (1981) lamenta que as crianças dotadas sejam sistematicamente esquecidas, atribuindo este facto à preferência da nossa sociedade por uma homogeneização dos indivíduos.

⁽²⁾ Gostaríamos de salientar que, no contexto do nosso trabalho, não nos limitamos à avaliação- intervenção com crianças com N.E.E.. Numa perspectiva de promoção do sucesso educativo, optamos por uma abordagem que privilegia a avaliação-intervenção em todo o processo de ensino-aprendizagem, tendo em vista as necessidades educativas de qualquer criança. Tomamos assim a liberdade de generalizar os modelos de avaliação-intervenção propostos para crianças com N.E.E. a todas as crianças.

MODELO DE INTERACÇÃO COMPENSATÓRIA

(adaptado de Wedell e Lindsay, 1980)



Probabilidade de progresso

Se os problemas são vistos como resultando de disfunções nos processos, a avaliação e intervenção centram-se também a este nível. O objectivo consiste em identificar os processos em disfunção e, de seguida, prescrever programas remediativos. É feita uma avaliação, em geral através de testes com referência à norma (T.R.N.), para identificar a natureza da desordem que está na origem das dificuldades de aprendizagem (p. ex: deficiências na percepção visual). A intervenção tem como objectivo "curar" estas disfunções (p.ex: através dum treino perceptivo-motor). São os modelos diagnóstico-prescritivos ou de treino de capacidades.

Uma outra perspectiva atribui as causas da excepionalidade a variáveis exteriores ao indivíduo. Nestes modelos, o foco da avaliação é sobretudo a situação e a tarefa a desempenhar (Ysseldyke e Shinn, 1981). Há uma preocupação crescente com os recursos do meio escolar. Pretende-se melhorar o funcionamento das crianças em tarefas directamente relacionadas com a escola e não mais em tarefas indirecta e hipoteticamente relacionadas com a aprendizagem escolar. É uma abordagem que privilegia a avaliação e a intervenção no currículo. São os modelos de análise de tarefas ou de treino de competências. Todos eles privilegiam o ensino sequencial, sistemático, individualizado ou em pequenos grupos e ensinam competências directamente relacionadas com o programa escolar.

Van Etten e Van Etten (citados por Ysseldyke e Mirkin, 1982) apresentam uma conceptualização da medida em educação com base em duas dimensões: a frequência e a direcção da medida.

A frequência pode ser contínua ou descontínua. É contínua quando a resposta é registada sempre que acontece, fornecendo um registo sessão por sessão da mudança do comportamento do aluno. Se o registo da resposta é apenas periódico, então fala-se de frequência descontínua.

A direcção pode ser directa ou indirecta. É directa quando as competências medidas são as mesmas que as ensinadas. Fala-se de direcção indirecta se os itens do teste não são os que foram ensinados, mas são uma amostra dos seus pré-requisitos.

		Frequência	
		Descontínua	Contínua
Direcção	Indirecta	Tipo I	Tipo II
	Directa	Tipo III	Tipo IV

(in Van Etten e Van Etten, 1976, citados por Ysseldyke e Mirkin, 1982)

As abordagens de treino de capacidades implicam medidas indirectas e descontínuas (Tipo I), enquanto as abordagens de treino de competências fazem uso de medidas directas, nuns casos contínuas (ex: ensino preciso), noutros casos descontínuas (ex: ensino directo).

Quanto mais directas e contínuas forem as medidas, tanto mais preciso poderá ser o processo de ensino-aprendizagem. Enquanto as medidas descontínuas só permitem tomadas de decisão em momentos específicos, as medidas contínuas possibilitam essa tomada de decisão em qualquer altura. Actualmente, presenciamos uma passagem das medidas de Tipo I para as medidas de Tipo IV, o que se reflecte em todo o processo de avaliação e intervenção e no próprio papel do psicólogo e do professor. A avaliação tende a ser centrada no currículo, utilizando-se testes com referência a critério (T.R.C.). É um processo que ocorre na sala de aula, envolvendo o professor na observação e registo das respostas da criança ao longo do tempo. A avaliação, tornando-se directa e contínua, origina uma intervenção também ela directa, centrada no currículo e nunca definitiva. Há um contínuo vaivém entre intervenção

e avaliação, sendo a adequação da intervenção sistematicamente questionada. Avaliação e intervenção formam um circuito em contínuo movimento e transformação (avaliar → ensinar → avaliar → ensinar → ... → ...), implicando um trabalho conjunto do psicólogo e do professor.

Referimos acima uma terceira corrente de estudo das N.E.E. que defende que os problemas de aprendizagem são o resultado não só de défices experienciais, mas também de disfunções a nível dos processos internos. Ao falar de dificuldades de aprendizagem, Wong (1986)⁽¹⁾ diz que a avaliação curricular não contribui para a clarificação dos problemas de definição das dificuldades de aprendizagem (D.A.). Ela evita sim todos os aspectos tradicionais da definição de D.A.. A pouca investigação acerca da relação causal entre problemas de processamento da informação e insucesso académico reflecte a nossa falta de conhecimentos sobre os processos cognitivos cruciais à aprendizagem. O insucesso das técnicas remediativas orientadas para os processos cognitivos pode estar relacionado com a ausência de descrições adequadas das competências de processamento e a falta de tecnologia apropriada para medir as suas deficiências (Torgesen, 1979).

Nesta perspectiva, o objectivo da avaliação consiste em identificar as deficiências no processamento da informação (avaliação indirecta). Não se pretende porém treinar as capacidades básicas, mas sim treinar competências de raciocínio, de auto-questionamento, entre outras.

As tomadas de decisão em relação ao processo de ensino-aprendizagem parecem precisar dum quadro de referência teórico contemplando não só a avaliação com base no currículo e a análise de tarefas, mas também a avaliação e intervenção tendo em vista os processos cognitivos. Formas de avaliação e intervenção que considerem simultaneamente o currículo e os processos cognitivos poderão eventualmente aumentar a eficácia do processo de ensino-aprendizagem.

⁽¹⁾ Wong (1986) refere as seguintes componentes-chave na definição de dificuldades de aprendizagem (" learning disabilities "):

- Problemas nos processos psicológicos básicos;
- Discrepância entre capacidade e realização.

2. MODELOS DE AVALIAÇÃO E INTERVENÇÃO

As dificuldades de aprendizagem (D.A.) devem-se a várias razões que , isoladamente ou em conjunto, não permitem que um aluno atinja um rendimento semelhante ao dos seus colegas. Não nos deteremos aqui no estudo das causas das D.A. Há autores, para quem essas D.A. se devem a aspectos intrínsecos (herdados ou adquiridos) do aluno, enquanto que outros as atribuem a condições mesológicas e contextuais. Independentemente das causas encontradas para essas dificuldades, tanto o psicólogo (com base em T.R.N.), como o professor (a partir de comparações com outros alunos) situam estas crianças em relação a uma realização curricular média.

Se considerarmos que as realizações académicas dos alunos se distribuem de acordo com uma curva normal, verificamos que os alunos com dificuldades se situam no seu extremo inferior. O que fazer para que este grupo de alunos alcance os restantes?

Há vários modelos curriculares tendo por objectivo ajudar os alunos com dificuldades de aprendizagem. Daremos uma breve panorâmica de alguns deles, detendo-nos depois naqueles que consideramos mais eficazes.

2.1. BREVE PANORÂMICA

2.1.1. UM PASSO DE CADA VEZ

Neste modelo pretende ensinar-se às crianças especiais os mesmos objectivos que são trabalhados com as outras crianças. São estabelecidos objectivos adequados a crianças mais jovens com rendimento normal, ensinando-se um passo de cada vez. Geralmente, é uma perspectiva desenvolvimental que está subjacente a este modelo. É uma forma

de actuar lenta por natureza, levando a que os alunos especiais não sejam expostos a certas partes do currículo tão cedo quanto o aluno regular. Pode mesmo acontecer que certas crianças estejam anos sem aprender o que se pensa ser a sua fase seguinte.

À medida que o desfasamento entre idade cronológica e idade desenvolvimental aumenta, o modelo vai-se tornando inadequado.

2.1.2. O TREINO DE CAPACIDADES

É uma abordagem que assenta no pressuposto de que a intervenção implica a identificação dos processos psicológicos que inibem a aprendizagem das crianças. Assim, o primeiro passo consiste na identificação dos processos ou capacidades que estão na origem dos problemas de aprendizagem. Segue-se a prescrição de programas remediativos com o objectivo de "curar" a disfunção subjacente. São exemplos destes programas, os programas de treino optométrico, de capacidades psicolinguísticas, de treino perceptivo-motor, de treino de integração sensorial, etc.

Ysseldyke e Salvia (citados, por Ysseldyke e Shinn, 1981) examinaram de forma crítica a eficácia dos modelos de treino de capacidades, concluindo não haver suporte empírico para afirmar que as disfunções em processo são a origem para as dificuldades de aprendizagem. Os instrumentos de avaliação baseiam-se em constructos hipotéticos que não foram validados como constituindo pré-requisitos de aprendizagem académica. Na maioria dos casos, estes instrumentos não possuem características de validade e fidelidade adequadas. A investigação até hoje realizada não permite afirmar que o treino destas capacidades tenha sempre sucesso. Por outro lado, quando esse sucesso existe, não se tem verificado uma generalização para as tarefas escolares em si.

2.1.3. O CURRÍCULO PARALELO

Este currículo proporciona aos alunos especiais a aprendizagem de competências diferentes das adquiridas pelos alunos regulares. É um currículo que reduz, à partida, o leque de possibilidades destas crianças especiais, pois nunca irão ser expostas às mesmas áreas de conteúdo que os alunos regulares.

2.1.4. O CURRÍCULO DELIMITADO

Uma forma de delimitar o currículo é, trabalhando os mesmos objectivos, estabelecer critérios menos exigentes. Não se espera dos alunos especiais uma realização tão boa como a dos alunos regulares, decidindo-se que o aluno faz o melhor que é esperado para uma criança com dificuldades de aprendizagem. O grande inconveniente deste modelo consiste em permitir que os alunos, frequentemente, não dominem as tarefas propostas.

Uma segunda alternativa para restringir o currículo diz respeito à eliminação de algumas das suas áreas de conteúdo consideradas não necessárias. O problema aqui reside em saber distinguir aquilo que é essencial do acessório.

2.1.5. MODELOS ALTERNATIVOS

Uma possível via para ajudar os alunos com dificuldades consiste em acelerar o seu ritmo de ensino-aprendizagem. No entanto, as novas tecnologias para fazer acelerar este processo têm impacto não só sobre o grupo mais atrasado, mas sobre todos os alunos, incluindo aqueles que se situam na zona central e superior da curva normal. Enquanto o nível desejado for a média da curva normal, haverá sempre alunos em desvantagem. Um modelo alternativo consistirá em estabelecer objectivos mínimos que todos os alunos deverão alcançar. Pretende-se que todos os alunos atinjam a mestria, destruindo-se assim a distribuição em curva normal. Uma situação de aprendizagem eficiente é aquela em que a distribuição da

realização dos alunos em relação a objectivos importantes não é normal (Dawis, citado por Howell, Kaplan e O'Connell,1979).

Iremos referir alguns dos modelos que permitem a organização de tais situações de aprendizagem. São eles, o Modelo de Análise de Tarefas, o Modelo de Análise de Competências, o Ensino Directo, a Hierarquia de Ensino-Aprendizagem e o Ensino Preciso.

2.2. O MODELO DE ANÁLISE DE TAREFAS

O Modelo de Análise de Tarefas pressupõe que, se o aluno se comporta de forma inadequada, o ensino pode mudar esse comportamento. Se a mudança não se verifica, então é porque o problema reside no ensino: a tarefa e/ou o seu processo de ensino não são adequados. É necessário realizar um diagnóstico que diga "o que" e "como" ensinar.

Relativamente ao que ensinar, este modelo aconselha o ensino do conteúdo que o aluno precisa de aprender apenas a partir de tarefas relacionadas com esse conteúdo. Só as subtarefas essenciais duma dada tarefa deverão ser ensinadas.

Acerca do processo de ensino, as orientações são no sentido do ensino directo, bem organizado e apropriado às características dos alunos.

Resumindo, há que realizar a Análise de Tarefas⁽¹⁾ (i.e: especificar tarefas e subtarefas e testá-las), a Análise do Processo de Ensino (i.e: rever investigação relevante, especificar variáveis de ensino e avaliar a eficácia do programa) e a Avaliação do Aluno (i.e: avaliar as necessidades e limitações do aluno e ser sensível às diferenças individuais) (Howell, Kaplan e O'Connell,1979).

⁽¹⁾ A "análise de tarefas" tem sido um termo utilizado com dois sentidos diferentes. Numa primeira abordagem, diz respeito à análise da natureza precisa da tarefa e das competências que um aluno precisa para aprender a tarefa. Num segundo sentido, refere-se a um processo mais global, descrevendo não só as tarefas a serem ensinadas, mas incluindo também os métodos de ensino mais apropriados e os registos a serem feitos. Para maior clareza utilizaremos o termo "análise de tarefas" no primeiro sentido e o termo "modelo de análise de tarefas" para a segunda abordagem.

2.2.1. FUNCIONAMENTO DO MODELO

Consideramos que este modelo pretende dar uma resposta a quatro questões essenciais:

1ª questão: Qual o nível de funcionamento actual do(s) aluno(s)?

2ª questão: Que objectivos nos propomos atingir com este(s) aluno(s)?

3ª questão: Que sequência de ensino utilizaremos para alcançar os objectivos propostos?

4ª questão: Como avaliar se os objectivos estabelecidos estão a ser alcançados?

Tentaremos dar uma resposta a estas questões nas páginas seguintes.

1ª QUESTÃO

Qual o nível de funcionamento actual do(s) aluno(s)?

A resposta a esta questão implica 4 fases essenciais:

- a identificação de factos (ou tarefas) (1);

-a análise de tarefas (2);

-o levantamento de hipóteses (3);

-a validação (ou teste) (4).

(1) Identificação de factos

Nesta primeira fase pretende identificar-se tarefas constituindo áreas problemáticas para o aluno e descobrir o que o leva a dar determinadas respostas a determinado conjunto de estímulos. Para atingir este objectivo, há que apresentar ao aluno um conjunto de estímulos exigindo uma determinada resposta (teste). A partir desta avaliação inicial, é possível identificar e especificar por escrito todas as respostas incorrectas que o aluno dá. A informação obtida pode ser sintetizada e organizada de diversas formas. Pode ser apresentada, por exemplo, num registo de quatro colunas, em que na primeira coluna se regista a área problemática, na segunda coluna o estímulo apresentado, na terceira a resposta dada pelos alunos ao estímulo e, finalmente, na última coluna, um comentário ao observado.

Área problemática	Estímulo	Resposta	Comentários
Matemática	38 - 19	29	Problema na subtração com <u>empréstimo</u> .

(2) Análise de tarefas

A segunda fase do ciclo diz respeito à análise da tarefa. Consiste em isolar as subtarefas essenciais para a realização com sucesso duma determinada tarefa.

(3) Levantamento de hipóteses ("causas possíveis")

Esta terceira fase consiste em procurar causas possíveis para os erros dados. De entre as subtarefas isoladas e descritas na fase anterior, são apontadas aquelas que poderão estar na origem dos erros.

(4) Validação

É uma segunda fase de avaliação, em que se testa a validade de cada uma das hipóteses, pretendendo-se determinar o que incapacita o aluno para realizar com sucesso a tarefa. Depois de realizada a validação, é possível dizer quais as subtarefas que a criança não domina e precisa que lhe ensinem.

O seguinte tipo de registo é uma forma de organizar toda a informação obtida:

Factos	Causas Possíveis	Validação
4 - 1 = 5	1. Não reparou no sinal da operação ou não sabe o seu significado. 2. Não sabe qual o significado do sinal. 3. Não sabe realizar esta subtracção	1. Apontar o sinal e perguntar o que é. 2. Perguntar o que deve fazer quando vê este sinal. 3. Dizer "Quatro menos um é igual a?"

(in Howell, Kaplan, O'Connell, 1979, p. 66)

Na coluna dos "Factos" são descritas as respostas incorrectas dadas pelo aluno no teste ministrado.

Na coluna das "Causas Possíveis" são anotadas as subtarefas que se julga não serem dominadas pelo aluno e que explicariam as respostas incorrectas dadas.

Na terceira coluna, a da "Validação", regista-se o estímulo ou conjunto de estímulos a apresentar à criança para validar a hipótese levantada acerca das causas possíveis dos erros detectados.

2ª E 3ª QUESTÕES:

Que objectivos nos propomos atingir?

Que sequência de ensino utilizaremos para alcançar os objectivos propostos?

Depois de avaliado o nível de funcionamento do(s) aluno(s), pode passar-se à fase seguinte que diz respeito à identificação e definição duma tarefa. Isto é, agora determinar-se-á o comportamento ou conjunto de comportamentos que a criança tem que realizar para demonstrar a aquisição duma competência ou conhecimento (Howell et al, 1979, p.81).

Segue-se a análise da tarefa propriamente dita. Esta consiste no processo de isolar, sequenciar e descrever todas as componentes essenciais duma tarefa. Quando as componentes (subtarefas) são dominadas, então o aluno deverá ser capaz de realizar a tarefa.

Para isolar as componentes (subtarefas) essenciais duma dada tarefa, há que determinar os passos intermédios à realização dessa tarefa.

Em seguida, há que listar as subtarefas por ordem de complexidade, se possível, decrescente (da mais difícil à mais simples). Nem todas as tarefas são facilmente sequenciadas. Há casos em que a aquisição duma tarefa numa hierarquia depende da aquisição da tarefa precedente (organização das tarefas em "escada"). No entanto, há outros casos em que a organização das subtarefas se assemelha a uma "árvore" com muitos "ramos" de subtarefas ao mesmo nível de dificuldade.

Por último, descrevemos as subtarefas sob a forma de objectivos comportamentais que, com a indicação de instruções e materiais, poderão dar origem a testes com referência a critério.

Depois de realizada a análise da tarefa poderá haver necessidade duma terceira fase que consiste na decomposição das subtarefas descritas em passos mais pequenos. As exigências das subtarefas podem ter que ser reduzidas para que os alunos as consigam completar. Com este fim, a subtarefa é tomada mais simples sem haver alteração das suas características essenciais.

4ª QUESTÃO: Como avaliar se os objectivos estabelecidos estão a ser alcançados?

Para determinar se um aluno possui ou não determinada competência ou conhecimento, a elaboração de testes com referência a critério (T.R.C.) é extremamente útil. Um T.R.C. pode construir-se em qualquer altura e para qualquer área curricular. Os seus itens situam-se todos ao mesmo nível de dificuldade e os resultados obtidos permitem detectar se o aluno é ou não capaz de realizar determinada tarefa.

A fim de construir um T.R.C. há primeiro que definir a competência que se quer testar. Esta competência é escrita sob a forma dum objectivo comportamental incluindo o comportamento que o aluno deve realizar, as condições em que o deve fazer e o grau de sucesso que tem que alcançar. Com base neste objectivo comportamental é possível construir um T.R.C. com todas as suas componentes: instruções para a aplicação e cotação; critério para a mestria no teste; materiais e itens necessários.

2.2.2. O MODELO DE ANÁLISE DE TAREFAS E O DESENVOLVIMENTO CURRICULAR

Solity e Bull (1987) propoem sete passos para aplicar o modelo de análise de tarefas ao desenvolvimento curricular. Será também com base nesses sete passos que iremos descrever todo o processo.

Passo 1:

Pearson e Tweddle (1984) distinguem currículo fechado (ou currículo "nuclear") de currículo aberto (ou currículo "periférico"). O currículo fechado é aquele que diz respeito aos comportamentos considerados essenciais para todos os alunos e deve ser expresso em objectivos comportamentais. A componente periférica contém competências, conhecimentos e experiências a que os alunos deveriam estar expostos, embora tal não seja considerado essencial. Este segundo aspecto, que diz respeito a experiências menos estruturadas, pode ser descrito de várias formas, não incluindo necessariamente objectivos comportamentais.

Na mesma linha, Solity e Bull (1987) consideram que o primeiro passo no desenvolvimento curricular consiste na selecção de ÁREAS-CHAVE, isto é, áreas consideradas essenciais para o aluno.

Passo 2 :

As áreas-chave seleccionadas abrangem no entanto um leque de competências muito amplo. Esta amplitude obriga à decomposição das áreas-chave em áreas mais limitadas, as unidades ou CONCEITOS-CHAVE. No quadro seguinte podemos ver um exemplo de unidades ou conceitos-chave na área da Matemática.

Um exemplo de conceitos-chave na Matemática

ÁREA-CHAVE	UNIDADES ou CONCEITOS-CHAVE
Matemática	. Linguagem matemática . Adição . Subtração . Multiplicação . Divisão . Dinheiro . Tempo . Comprimento . Peso . Resolução de problemas

(adaptado de Solity e Bull, 1987, p. 42)

Passo 3:

A unidade ou o conceito-chave é definido a partir das competências componentes a serem ensinadas. Para cada unidade é estabelecida uma META, isto é, um ponto de chegada que será a competência final, provavelmente a competência mais difícil da unidade.

Passo 4:

Para cada meta é estabelecido um OBJECTIVO COMPORTAMENTAL. A sua definição implica a determinação do que a criança deve fazer depois do ensino (1), as condições em que o comportamento deve ocorrer (2) e o critério para considerarmos que a criança atingiu a mestria do comportamento ensinado (3). Há casos em que as competências contidas numa única meta não podem ser traduzidas apenas num objectivo. Nesses casos, formulam-se os objectivos necessários.

Passo 5:

Cada tarefa ou objectivo comportamental é analisado, sendo isoladas as suas subtarefas ou competências. Para cada objectivo é estabelecida uma SEQUÊNCIA DE COMPETÊNCIAS. É a chamada análise de tarefas que Gardner, Murphy e Crawford (1983)

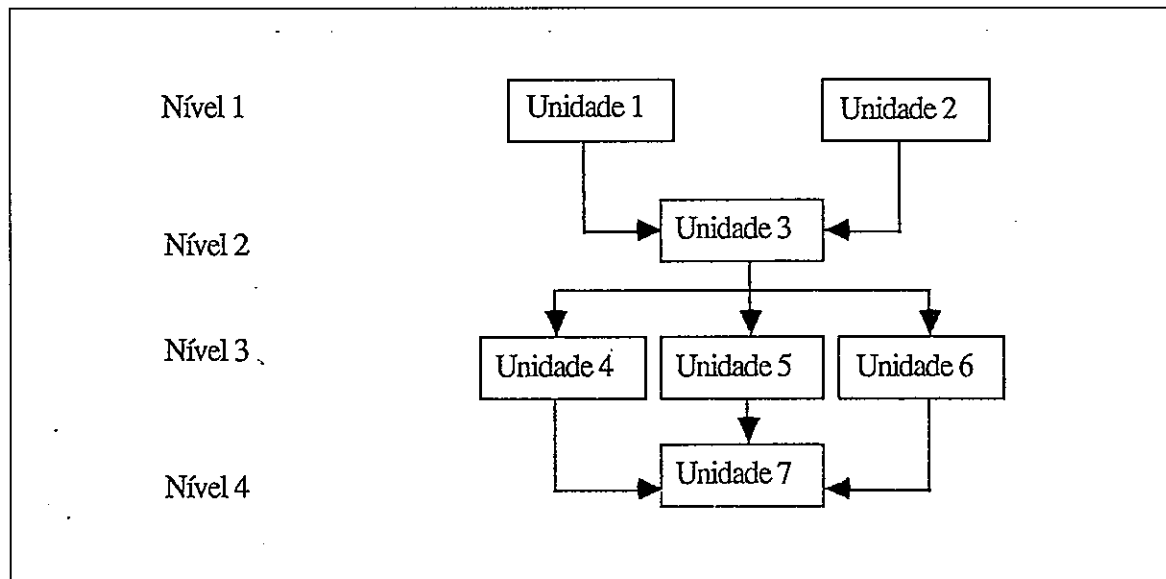
referem como hierarquia de competências.⁽¹⁾

Passo 6: Uma dada competência pode ser demasiado difícil para o aluno realizar. Nesses casos, a competência é simplificada sem ser alterada a natureza da actividade. Esta simplificação traduz-se na DECOMPOSIÇÃO DA COMPETÊNCIA em pequenos passos.

Passo 7:

Uma análise cuidada das competências indica que algumas competências derivadas duma determinada unidade precisam de ser aprendidas antes de outras competências de uma outra unidade. São competências que funcionam como pré-competências para tarefas posteriores. Podem determinar-se níveis de ensino em que as unidades do primeiro nível serão ensinadas antes das unidades do segundo nível, embora nem todas as competências da(s) unidade(s) dum primeiro nível tenham que ser ensinadas antes de se passar a um segundo nível.

Ordem para ensinar unidades ou conceitos-chave



(in Solity e Bull, 1987, p. 47)

(1) Hierarquia de competências foi a tradução encontrada para "learning hierarchies", utilizada neste contexto com o mesmo sentido que "skill hierarchies" (Silbert, Carnine e Stein, 1981). Pretendeu evitar-se confusões com o termo "instructional hierarchies" (Haring e Eaton, 1978) traduzido por hierarquias de ensino-aprendizagem.

2.3. O MODELO DE ANÁLISE DE COMPETÊNCIAS

O Modelo de Análise de Competências é um método de desenvolvimento curricular baseado nos princípios da psicologia comportamental, destinado a crianças com dificuldades de aprendizagem severas (Gardner, Murphy e Crawford, 1983).

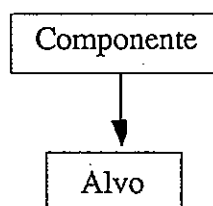
O primeiro passo deste modelo consiste na selecção de áreas-chave do currículo que deverão englobar as competências que os professores acham necessário ser atingidas (1).

Estas áreas são subdivididas nas suas partes componentes, isto é, nos elementos mais importantes de cada área-chave seleccionada (2).

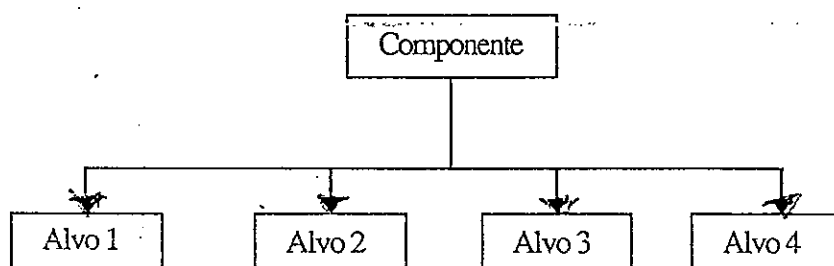
Para cada componente é escrito um alvo específico sob a forma de objectivo comportamental (3).

O passo seguinte consiste na ordenação dos diferentes alvos (4) que pode assumir variadas formas:

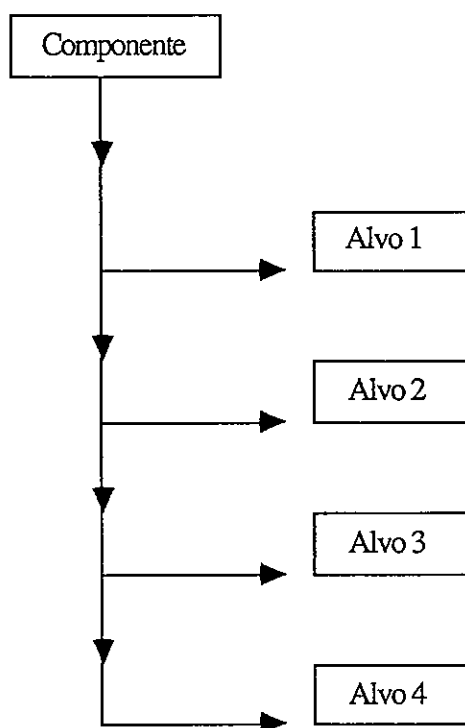
1) Alvos únicos



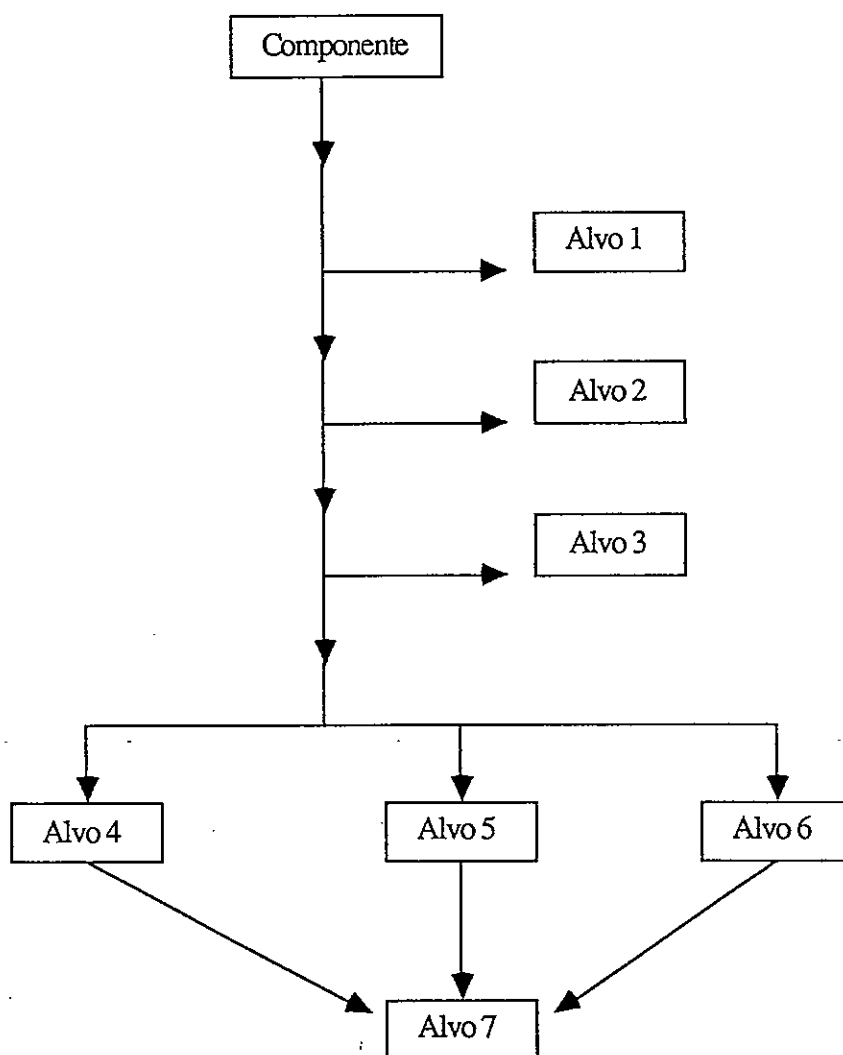
2) Alvos independentes



3) Alvos relacionados



4) Combinação entre alvos independentes e relacionados



Com base na análise de tarefas, a competência-alvo é decomposta numa série de pequenos passos que serão depois sequenciados (5).

Por último, é delineado um sistema de avaliação e registo contínuos (6).

Os autores referem 3 níveis na Análise de Competências que serão apresentados no quadro que se segue.

Os 3 níveis da análise de competências (de Gardner, Murphy, e Crawford, 1983)

	Nível	Processo	Resultados
Passo 4 do modelo	Um	Ordenar alvos	1. Alvos únicos 2. Alvos independentes 3. Alvos relacionados 4. Combinações de 2 e 3
Passo 5 do modelo	Dois	Ordenar passos na elaboração do programa	Programa que advém de método(s) de ensino
	Três	Acrescentar ajudas	Reduzir o tamanho dos passos no Nível 1 ou no Nível 2 de análise

O primeiro nível diz respeito à ordenação dos alvos. O segundo nível consiste na decomposição de alvos em programas sequenciados que são influenciados pelo(s) método(s) de ensino. O terceiro e último nível refere-se ao uso de ajudas que podem ser acrescentadas para reduzir o tamanho dos passos referidos nos níveis 1 e 2.

Como se pode verificar, as semelhanças com o Modelo de Análise de Tarefas de Desenvolvimento Curricular proposto por Solity e Bull (1987) são evidentes. No entanto, pensamos que o contributo deste modelo explicitando várias formas de ordenação dos diferentes alvos (ou objectivos comportamentais) complementa, de forma inovadora, o que já havia sido dito.

2.4. O ENSINO DIRECTO (I)

Segundo Haring e Gentry (1976), as técnicas de ensino directo e individualizado permitem ao professor a economia do seu tempo e a individualização do ensino. São técnicas de avaliação e ensino sistemáticas que dizem respeito à avaliação da realização dos alunos (1), ao estabelecimento de metas e objectivos de ensino (2), ao planeamento sistemático de programas de ensino e gestão (3), à selecção e preparação de materiais de ensino

adequados (4), à especificação de processos de ensino (5), à organização de factores motivacionais (6) e à avaliação do progresso dos alunos (7).

Neste modelo, a avaliação da realização dos alunos tem essencialmente três finalidades. Estas consistem na avaliação para formular metas e objectivos a atingir, na avaliação para colocação dos alunos numa determinada sequência curricular e ainda para determinação das causas duma realização deficiente. Um dos meios mais eficazes para atingir estes três objectivos são as chamadas "PROVAS". Estas consistem em pequenas amostras da realização dos alunos em determinadas tarefas sob condições padronizadas.

Com base na avaliação realizada a partir das provas e de outros instrumentos, é possível ao professor estabelecer as suas metas e objectivos de ensino.

Conhecidos o ponto de partida (a realização dos alunos) e o ponto de chegada (os objectivos a atingir), torna-se necessário delinear planos de ensino sistemáticos. Estes implicam, para além da definição de metas e sua especificação em objectivos comportamentais, a identificação de actividades e recursos para alcançar os objectivos estabelecidos. A avaliação sistemática do progresso dos alunos é igualmente prevista e organizada.

Uma das tomadas de decisão mais complexas para o professor diz respeito à selecção de materiais curriculares. A maior parte dos manuais tem objectivos ambíguos. Frequentemente não proporcionam um material de ensino sequenciado, nem especificam os pré-requisitos necessários para iniciar o programa. É raro proporcionarem a preparação adequada em termos de quantidade necessária de exercício, prática e aplicação. Muitas vezes, o próprio professor tem que construir ou reformular o material curricular.

Às linhas de orientação para a escolha dos processos de ensino a adoptar são escassas. Só uma conceptualização adequada do tipo de processos de ensino existentes facilitará a selecção dos processos apropriados aos diferentes níveis de ensino. Com este objectivo, Haring e Gentry (1976) propoem uma hierarquia de ensino-aprendizagem em que descrevem as estratégias de ensino mais apropriadas a cada fase de ensino (ver ponto 2.6.). Propoem igualmente formas de aumentar o nível de motivação do aluno para comportamentos académicos e sociais, a partir da correcta utilização do contexto da sala de aula e das contingências naturais do reforço.

A avaliação da realização e do progresso dos alunos é uma das tarefas mais importantes de todo o processo de ensino-aprendizagem. Esta avaliação pode ser, basicamente,

de dois tipos:

Uma avaliação a partir de medidas directas e frequentes da evolução dum aluno;

Uma avaliação da intervenção educativa uma vez completado o ensino.

Só uma avaliação do primeiro tipo, contínua e formativa, permitirá ao professor avaliar a realização do aluno e introduzir, se preciso, as necessárias modificações.

2.5. O ENSINO DIRECTO (II)

A partir do trabalho de Becker sobre o uso sistemático de processos de reforço na sala de aula e do programa pré-escolar de Bereiter e Engelmann (1966) desenvolveu-se um modelo de ensino tendo como população-alvo as crianças em desvantagem. É um modelo que enfatiza o ensino em pequeno grupo com base em aulas cuidadosamente sequenciadas em áreas como a linguagem, leitura, escrita e aritmética. Os seus programas são publicados sob o nome de "DISTAR" - Direct Instructional System for Teaching Arithmetic and Reading⁽¹⁾ (isto é: Sistema de Ensino Directo para a Aritmética e Leitura). Já na secção anterior se fez referência ao Modelo do Ensino Directo. Porém, o modelo que iremos apresentar de seguida tem características específicas e diferentes, como iremos poder verificar.

Embora sendo um modelo essencialmente relevante para crianças com dificuldades de aprendizagem, tem sido igualmente aplicado com crianças com rendimento normal nas áreas da leitura e da matemática.

O ensino directo pressupõe que todas as crianças podem ser ensinadas, e considera que as crianças em desvantagem têm menos tempo para aprender tudo o que precisam. Para poder alcançar as restantes crianças vão precisar de aprender mais em menos tempo, o que só um uso cuidadoso da tecnologia educacional e do tempo irá permitir. Por um lado, há pois que maximizar o tempo de contacto diário entre o professor e a criança; por outro lado, terá que se ensinar a criança a generalizar as competências aprendidas.

(1) Alguns textos consideram que Distar significa Direct Instructional System for Teaching and Remediation.

O Ensino Directo obedece a um conjunto de directrizes com o objectivo de diminuir a aprendizagem por tentativas e erros (processo moroso) e promover uma aprendizagem, retenção e generalização rápidas.

Numa fase inicial, é o professor quem detem toda a informação. À medida que o processo de ensino-aprendizagem vai evoluindo, o ensino vai-se descentrando progressivamente do professor para se centrar cada vez mais no aluno e no seu trabalho autónomo.

a) De estratégias de resolução de problemas abertas a estratégias fechadas

Numa fase inicial, o professor explicita cada passo da estratégia, ajudando o aluno a realizar os passos necessários à resolução de determinado tipo de problema. As respostas dadas pelos alunos são observáveis, permitindo ao professor detectar eventuais lacunas e colmatá-las. À medida que a aprendizagem vai evoluindo, o número de passos abertos diminui, até que, frequentemente, só a resposta se mantém observável. O processo de internalização dos passos proporciona a transição entre o trabalho orientado pelo professor e a realização autónoma do aluno.

b) De contextos de aprendizagem simples a contextos de aprendizagem complexos

Quando uma nova competência é apresentada aos alunos, há necessidade de salientar as suas características mais relevantes. Assim, o primeiro contexto de aprendizagem será simples. Só mais tarde, se tornará a situação mais complexa a partir de aplicações da nova competência em contextos vários, integrando já detalhes irrelevantes.

c) Da prática maciça à prática distribuída

A prática maciça tem por objectivo a obtenção da mestria numa determinada competência. À medida que a competência é incorporada em aplicações mais complexas, a quantidade de prática é reduzida, distribuindo-se ao longo do tempo.

d) Das ajudas e feedback imediato à realização autónoma

Num primeiro momento, o professor utilizará ajudas para obter e centrar a atenção do aluno em características relevantes. O feedback dado ao aluno é imediato, permitindo a correcção de erros sem mais demora. Depois do aluno ser capaz de responder correctamente com as ajudas do professor, estas serão progressivamente retiradas. O feedback torna-se retardado.

e) Outras características do ensino directo

O ensino em pequeno grupo (5 a 10 alunos) é uma forma eficaz de obter tempos mais prolongados centrados na tarefa:

O professor, sentado frente às crianças que se distribuem em semi-círculo à sua volta, tem oportunidade de orientar os alunos e de individualizar o seu ensino.

Este modelo utiliza a resposta oral em uníssono por parte dos alunos. É um processo que assegura o envolvimento do aluno e lhe dá oportunidade para praticar a competência ensinada. É igualmente um instrumento de identificação de alunos em dificuldades. Para evitar que cada criança responda em momentos diferentes, o professor utiliza um dado signal para indicar aos alunos quando deverão responder.

O professor avalia sistematicamente todos os alunos, aplicando periodicamente testes individuais para obter informação sobre o nível de aprendizagem de cada aluno.

O ensino directo preconiza a organização de aulas diárias em forma de "script". Este descreve o que o professor deve fazer e dizer. Embora a apresentação em "script" não seja necessária em todos os níveis e conteúdos de ensino, tem um papel importante quando se lida com competências básicas que deverão ser dominadas por todas as crianças.

Becker, Engelmann e Thomas (1975) afirmam que, quando se ensina, se ensina sempre tarefas específicas. O resultado duma sequência de tarefas poderá ser o ensino dum conceito ou duma operação.

2.5.1. O ENSINO DE DISCRIMINAÇÕES BÁSICAS

A psicologia operante vê o comportamento conceptual como um caso especial de controlo do estímulo. É um comportamento operante controlado explicitamente por estímulos que são as características essenciais do conceito. O aluno responderá de determinada forma a instâncias do conceito, e de outra forma às suas não instâncias. Assim, para ensinar um novo conceito, há que apresentar exemplos do que o conceito é (exemplos positivos) e do que o conceito não é (exemplos negativos). Para que esta aprendizagem por

discriminação se processe da melhor forma, os exemplos a apresentar deverão ser cuidadosamente seleccionados.

Imaginemos que pretendíamos ensinar o conceito de "quadrado". Que exemplos escolher? Iremos ilustrar várias formas de proceder, salientando as suas lacunas e propondo alternativas.

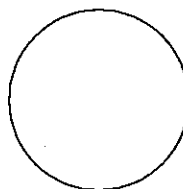
→ Objectivo: Ensinar o conceito de quadrado.

- alternativa 1:

Exemplo positivo
de quadrado



Exemplo negativo
de quadrado



O quadrado e o círculo foram apresentados repetidamente, até a criança responder de determinada forma ao quadrado e de outra ao círculo.

Surpreendentemente, quando se pretendeu testar a aquisição do conceito, a resposta do aluno aos estímulos apresentados foi a seguinte:

EstímuloResposta

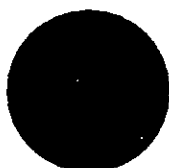
"Quadrado"



"Não quadrado"



"Quadrado"



"Quadrado"

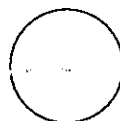
Verifica-se que todas as figuras pretas foram identificadas como quadrados. Tudo leva a crer que os exemplos seleccionados estiveram na origem de discriminações com base em características irrelevantes para o conceito de quadrado (neste caso, a cor).

- Alternativa 2:

Exemplo positivo
de quadrado

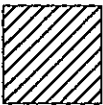


Exemplo negativo
de quadrado



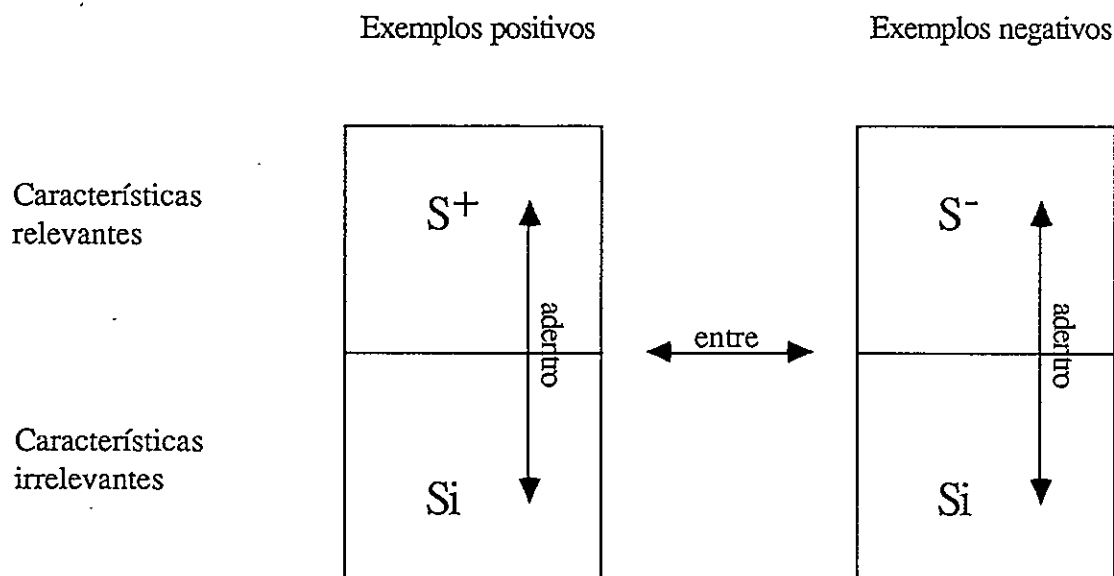
Desta vez, foi realizada a apresentação de um exemplo positivo e de outro negativo, controlando todos os estímulos irrelevantes.

Novamente, a resposta dada ao teste questiona a adequação da escolha dos exemplos:

<u>Estímulo</u>	<u>Resposta</u>
	"Quadrado"
	"Quadrado"
	"Não quadrado"
	"Não quadrado"

Provavelmente, o insucesso na discriminação adequada terá a ver com o facto das características irrelevantes terem sido mantidas constantes durante o treino. Nestes casos, quanto mais os novos exemplos diferirem dos exemplos de treino em características irrelevantes, tanto maior a probabilidade dum insucesso na discriminação (Becker, Engelmann e Thomas, 1975, p.62).

Para aprender conceitos é necessário discriminar características relevantes e irrelevantes adentro dum mesmo exemplo, seja ele positivo ou negativo (1) e discriminar características relevantes de exemplos positivos e negativos (2):



(in Becker, Engelmann e Thomas, 1975, p. 68)

A aprendizagem de conceitos é portanto um problema de discriminação múltipla, exigindo a apresentação dum conjunto variado de exemplos positivos e negativos. Todos os exemplos positivos deverão possuir todas as características relevantes do conceito e todos os exemplos negativos deverão possuir apenas algumas ou nenhuma dessas características. Quanto às características irrelevantes, elas deverão ser variadas.

Devido às diferenças individuais, um número específico de exemplos nunca será apropriado para ensinar a discriminação a todos os alunos. A estratégia mais eficaz consistirá na apresentação dos exemplos necessários para o aluno atingir um determinado critério de sucesso.

Até aqui referimos o processo de ensino-aprendizagem de um único conceito. Como fazer quando se pretende ensinar um conjunto de conceitos?

Uma alternativa possível será ensinar pares sucessivos de discriminações (por exemplo: quadrado e círculo; quadrado e retângulo; retângulo e círculo; etc.). Este processo de ensino poderá, porém, dar origem à construção de regras parciais que se tornam inadequadas quando novos pares são acrescentados. Evitando este perigo, existe uma forma mais adequada de proceder a partir duma apresentação cumulativa: uma discriminação é

introduzida e praticada até ser atingida a sua mestria (por exemplo: quadrado e círculo); só então é introduzida uma nova discriminação (por exemplo: quadrado, círculo e rectângulo).

2.5.2. O ENSINO DE DISCRIMINAÇÕES RELACIONADAS

Duas discriminações são relacionadas, se vários exemplos duma discriminação puderem ser transformados em exemplos duma segunda discriminação. É o caso das fracções e dos números decimais (por exemplo: $4/10$ e $0,4$). Se os alunos sabem escrever fracções, mas não sabem escrever números decimais, uma sequência de discriminações relacionadas explicita a relação entre fracções e números decimais. Partindo do conhecimento dos alunos acerca das fracções, o professor precisa de menos tempo de ensino para a notação decimal.

O objectivo duma sequência de discriminações relacionadas é acelerar o ritmo de aprendizagem da nova discriminação relacionada.

2.5.3. O ENSINO DE REGRAS

As regras frequentemente descrevem uma relação entre duas discriminações. Becker e Carnine (1980) preconizam o seu ensino em três fases de estrutura cada vez menor: repetição da regra, sua aplicação simples e, por fim, aplicações complexas.

Embora o ensino de regras possa ser um método de ensino eficaz, poderá também levar à mera aprendizagem da cadeia verbal sem compreensão do seu significado. Para evitar este perigo, o professor terá que se assegurar que as pré-competências para a compreensão da regra (linguagem de ensino e conceitos componentes) são dominadas. Terá também que testar especificamente a compreensão de componentes críticas da regra.

Carnine, Kameenui e Ludlow (citados por Becker e Carnine, 1980) compararam três tipos de ensino de regras em crianças do 1º ano de escolaridade. O primeiro tipo de ensino consistia em dizer a regra e o conceito-chave da regra; o segundo implicava a

aplicação do conceito-chave para além da repetição da regra e do conceito; finalmente, o terceiro tipo, para além dos aspectos já referidos no tipo anterior, integrava ainda a aplicação da regra. Os resultados obtidos apontam para a necessidade de realização de exercícios de aplicação da regra para assegurar a sua generalização. Implícita está também a necessidade dos professores compreenderem a lógica das regras e serem capazes de identificar exemplos consistentes com essas mesmas regras.

2.5.4. O ENSINO DE OPERAÇÕES COGNITIVAS

Uma operação é aprendida quando, na presença duma pista consistente, respostas repetidas ocorrem tendo um efeito funcional comum (Becker, Engelmann, e Thomas, 1975). Enquanto um conceito diz respeito ao que é comum a um conjunto de exemplos de estímulos, uma operação refere-se ao efeito comum dum conjunto de exemplos de respostas.

Antes de ensinar uma operação cognitiva, há que ensinar as suas pedras de base ou pré-competências (i.e: as discriminações simples, os conjuntos de discriminações, as discriminações relacionadas e/ou regras implícitas numa operação).

Para ensinar uma operação cognitiva, o professor terá que construir os passos que os alunos terão que percorrer para, mais tarde, serem capazes de a realizar. Uma forma de construir essa sequência consiste em, numa primeira fase, seleccionar um problema adequado à concretização da operação (por exemplo: $9 - 2 = \underline{\quad}$)⁽¹⁾. Numa segunda fase é gerada uma lista de problemas minimamente diferentes (por exemplo: $9 + 2 = \underline{\quad}$; $9 - 3 = \underline{\quad}$; $8 - 2 = \underline{\quad}$; $9 - \underline{\quad} = 7$). A partir desta listagem, é estabelecido um procedimento de ensino para cada aspecto do problema identificado pela diferença mínima. Por exemplo, a diferença entre $9 - 2 = \underline{\quad}$ e $9 - \underline{\quad} = 2$ relaciona-se com a localização da la-cuna. Identificar e ensinar os aspectos críticos duma operação cognitiva, prepara os alunos para a transferência, permitindo-lhes usar variações de operações para trabalhar os problemas minimamente diferentes.

⁽¹⁾ Exemplos referidos em Becker e Camine, 1980, p. 459

Os passos para realizar a operação cognitiva deverão ser, na fase inicial, abertos, isto é, observáveis. Assim, o aluno pode identificar os passos relevantes para a realização da operação e o professor obter feedback sobre o comportamento do aluno. Só depois deste ser capaz de realizar, correcta e consistentemente, a operação aberta, é que o professor iniciará o processo de "cobertura" ou internalização.

Para cada operação possível existe um conceito sobre a operação. Ao aprender uma operação, o aluno está a aprender como fazer alguma coisa (por exemplo: dividir). Ao aprender um conceito, o aluno aprende a responder a estímulos como membros duma classe comum (por exemplo: o aluno que observa exemplos de divisões e não divisões está a observar instâncias positivas e negativas do conceito de divisão). Quando a competência motora não é crítica, basta, frequentemente, ensinar um conceito acerca duma operação. Nestes casos, é possível seguir o processo de ensino de conceitos.

2.5.5. ANÁLISE CONCEPTUAL E PROGRAMAÇÃO

Se todos os pares de discriminações entre todos os conceitos tivessem que ser ensinados, o trabalho seria impossível. A partir da análise lógica das semelhanças e diferenças entre conceitos, pode simplificar-se o processo de ensino.

Num estímulo podemos considerar três tipos de propriedades:

- As características conceptuais relevantes de exemplos positivos e negativos (S^+ e S^-);
- As características irrelevantes do estímulo (S_i);
- As características do estímulo comuns aos exemplos de dois ou mais conceitos (S_c).

Exemplos positivos

Exemplos negativos

S+
Sc
Si

S-
Sc
Si

(in Becker, Engelmann e Thomas, 1975, p. 143)

As características comuns aos dois exemplos são a base para formar conceitos de níveis superiores.

Uma característica comum a exemplos de vários conceitos é considerada S+ ou Sc, dependendo do conjunto de conceitos a serem analisados.

O seguinte exemplo referido por Becker, Engelmann e Thomas (1975) ilustra este aspecto:

A: Universo conceptual: Mamíferos
Exemplos de conceitos: Cavalos e Pessoas

	CAVALO	PESSOA
S+	. cascos . quatro pernas . "forma de cavalo" . grande . corpo coberto de pêlos	. pés . dois braços, duas pernas . "forma de pessoa" . tamanho médio . corpo coberto de pele
Sc	<u>sangue quente</u> <u>glândulas mamárias</u>	
Si	posição	

B: Universo conceptual: Animais
Exemplos de conceitos: Cavalos, Pessoas, Cobras, Sapos

	MAMÍFERO	RÉPTIL
S ⁺	. <u>sangue quente</u> . <u>glândulas mamárias</u>	. sangue frio . põe ovos
Sc	vive move-se come	
Si	posição	

(in Becker, Engelmann e Thomas, 1975, p. 144)

Na análise da estrutura conceptual procuram-se as características comuns a dois ou mais conceitos que irão definir conceitos de ordem superior.

Becker, Engelmann e Thomas (1975) referem que os conceitos podem ser agrupados em domínios, sendo os mais abrangentes a "matéria", o "espaço" e o "tempo". Com base nestes conceitos de ordem superior, podem formar-se os seguintes domínios mais restritos:

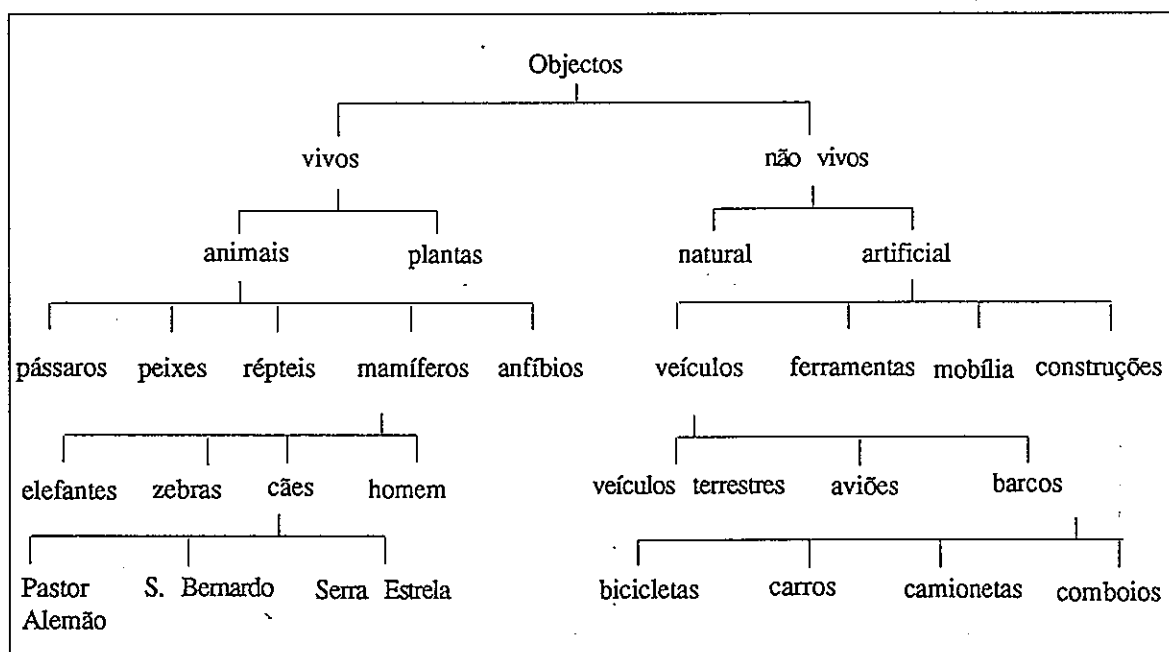
- 1. Conceitos sobre os objectos;
- 2. " sobre as propriedades do objecto;
- 3. " sobre relações do objecto no espaço;
- 4. " sobre acontecimentos no tempo e no espaço;
- 5. " sobre relações entre acontecimentos no tempo e no espaço.

Do primeiro domínio ao quinto há uma complexificação progressiva dos conceitos.

Geralmente, conceitos de domínios inferiores deverão ser ensinados antes de conceitos mais complexos.

Dentro de cada domínio, os conceitos podem ser ordenados em vários tipos de hierarquias. Numa hierarquia, os exemplos de conceitos de nível inferior são agrupados para formar conceitos de ordem superior com base nas características partilhadas (ver exemplo que se segue).

Uma hierarquia de conceitos sobre objectos



(adaptado de Becker, Engelmann e Thomas, 1975, p. 147)

A análise conceptual é utilizada na programação (planeamento de seqüências de ensino) para analisar a estrutura dum conjunto de objectivos e para analisar pares de conceitos relacionados. Para isso, é necessário determinar grupos de conceitos interrelacionados e grupos de conceitos independentes. Estes últimos podem, eventualmente, ser ensinados concorrente e separadamente. Quanto aos grupos interrelacionados, estes são organizados de acordo com uma estruturação hierárquica. No planeamento do ensino é dada prioridade às estruturas de nível superior.

A análise de pares de conceitos relacionados é decisiva para a programação. Uma programação preventiva adequada poderá reduzir o número de erros de discriminação em conceitos com alta probabilidade de serem confundidos. Nestes casos, poder-se-á propôr a redução do número de características comuns, a acentuação das diferenças e o aumento do treino de discriminação.

Alguns aspectos básicos na elaboração dum programa

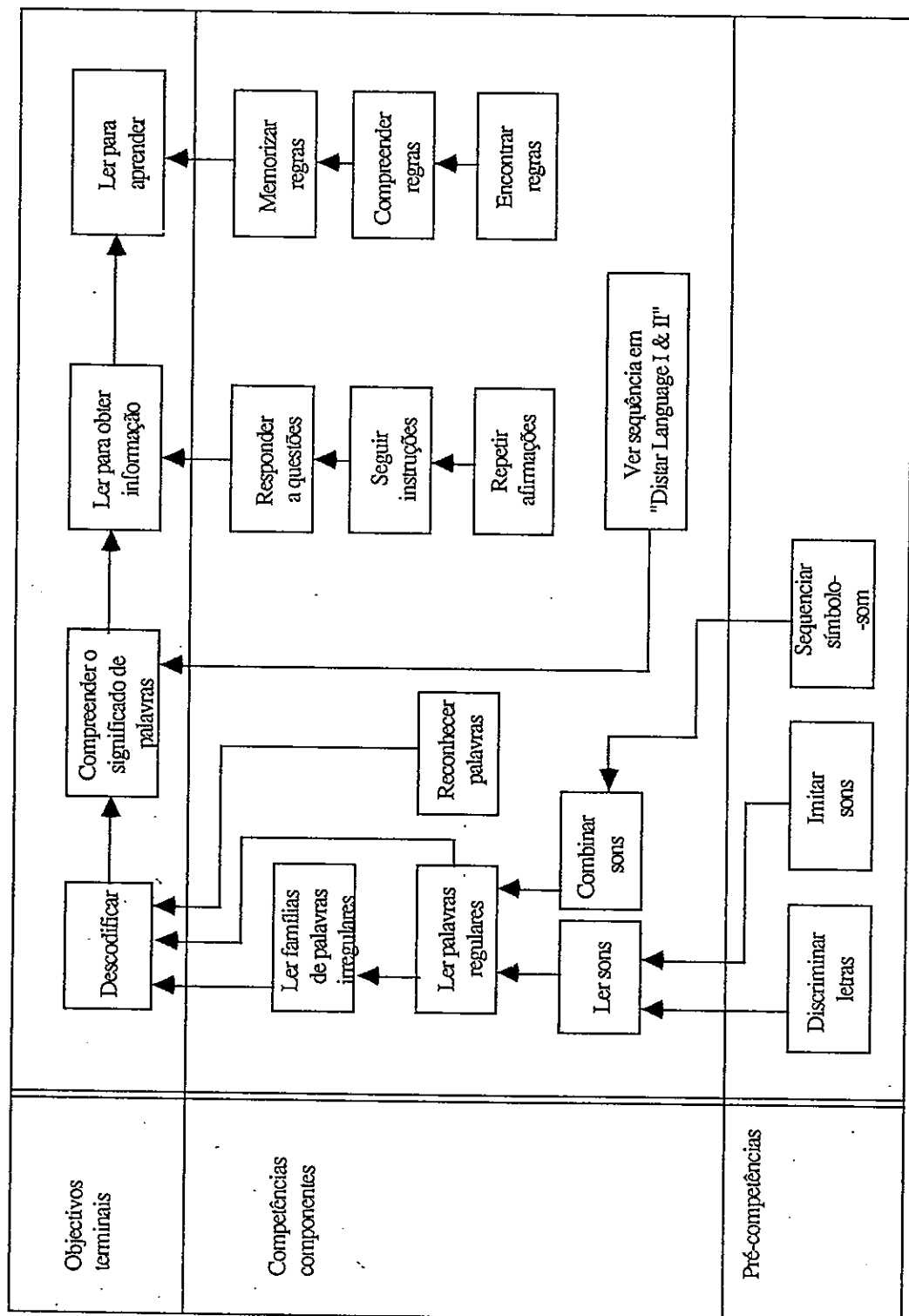
O ponto de partida para a elaboração dum programa consiste na formulação dum objectivo preliminar (por exemplo: "ler com compreensão"). Este objectivo preliminar é depois decomposto em conjuntos de competências terminais ou objectivos cognitivos terminais. Cada um destes objectivos é analisado nas suas competências componentes que envolvem conjuntos relacionados de conceitos e operações. São ainda determinadas as pré-competências necessárias ao ensino das componentes isoladas.

Com base em toda a informação obtida, pode elaborar-se uma seqüência de ensino contendo os objectivos terminais, as competências componentes e as pré-competências.

De referir ainda a necessidade de obedecer aos princípios básicos do ensino de conceitos e operações para produzir e sequenciar tarefas.

A figura que se segue é um exemplo duma seqüência de ensino ou hierarquia de competências para a "Leitura com Compreensão". As setas mostram as relações de dependência entre objectivos terminais, competências componentes e pré-competências.

HIERARQUIA DE COMPETÊNCIAS PARA A LEITURA COM COMPREENSÃO



(in Becker, Engelmann e Thomas, 1975, p. 167)

2.6. PROCESSOS DE ENSINO SISTEMÁTICOS: UMA HIERARQUIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM.

A aprendizagem pode ser vista como a capacidade de realizar novas competências em situações mais complexas (Haring e Eaton, 1978).

Quando um novo comportamento é acrescentado ao repertório duma pessoa, esta tem que adquiri-lo, isto é, ser capaz de realizar com precisão esse comportamento. Frequentemente, esta fase tem sido assimilada a todo o processo de aprendizagem. No entanto, é apenas o seu primeiro passo, já que a pessoa, depois de ser capaz de realizar o comportamento com precisão, tem que ser capaz de o realizar fluentemente e continuar a ser capaz de responder mesmo depois da situação de ensino terminar. A pessoa terá ainda que ser capaz de generalizar e adaptar a competência antes desta ser integrada no seu repertório.

No processo de ensino é pois essencial não esquecer que aprender não é idêntico a dar uma resposta com precisão. Frequentemente, os professores deparam com alunos que, embora sendo capazes de dar uma resposta precisa num dado momento, são incapazes de reter o que aprenderam ou incapazes de adaptar as suas aquisições a situações novas. No entanto, para que haja uma aprendizagem real e completa, os professores terão que encontrar técnicas de ensino eficazes que permitam aos alunos ultrapassar a fase de aquisição. A investigação tem demonstrado que certas técnicas são mais apropriadas em determinados níveis de aprendizagem, havendo, porém, necessidade de obter ainda mais informação para permitir aos professores delinear programas adequados às necessidades dos seus alunos.

A aprendizagem engloba assim várias fases ou vários níveis duma hierarquia, nomeadamente, a aquisição, a fluência, a generalização e a adaptação.

2.6.1. AQUISIÇÃO

Quando as crianças são postas perante uma tarefa pela primeira vez, começam por realizá-la cometendo bastantes erros. Ao longo do tempo, a realização vai melhorando, podendo atingir níveis de grande precisão.

Nesta fase (que diz respeito ao período entre o primeiro aparecimento do comportamento desejado e a realização precisa desse comportamento) deverão ser apresentadas aos alunos tarefas exigindo apenas o uso de competências da mesma área. O ensino requer níveis altos de interacção professor-aluno e técnicas específicas⁽¹⁾ para ensinar cada nova competência.

Relativamente aos processos de ensino mais adequados, Solity e Bull (1987) agrupam-nos em 3 categorias:

- Os processos que descrevem como as tarefas deverão ser apresentadas;
- As técnicas usadas para ajudar os alunos a completar novas competências;
- Os processos de resposta do professor depois da tarefa ter sido completada.

Relativamente aos processos que descrevem como as tarefas deverão ser apresentadas, há alguns considerados especialmente adequados a esta fase. A modelagem ou demonstração diz respeito à apresentação dum modelo, isto é, dum comportamento ou padrão de resposta a seguir, com o fim de encorajar os padrões de comportamento da criança. No "leading" as crianças completam cada passo da tarefa ao mesmo tempo que o professor, realizando a nova tarefa em conjunto com este. A imitação é ligeiramente diferente da técnica anterior, pois o professor realiza toda a tarefa primeiro e só depois de a ter completado é que a criança o vai imitar. Frequentemente, estes métodos de ensino são acompanhados por instruções verbais.

Além das técnicas utilizadas aquando da apresentação, há também a acrescentar as técnicas utilizadas para ajudar as crianças a completar novas competências. As pistas e ajudas consistem em ajudas físicas, gestuais, visuais ou verbais para a criança completar a tarefa. É a chamada moldagem que leva a criança através de pequenos passos ou aproximações sucessivas até um objectivo final.

Quando a criança já é capaz de realizar o(s) comportamento(s) com precisão, então há que retirar aos poucos as pistas e ajudas, até que o comportamento seja realizado de forma autónoma. É o chamado "desvanecer". O encadeamento é o nome dado ao ensino duma série de competências numa sequência temporal específica. Muitas estratégias de resolução de problemas são aprendidas com base no encadeamento. Podemos distinguir o encadeamento

⁽¹⁾ As técnicas de ensino sistemático apoiam-se nos princípios gerais das teorias de aprendizagem e da modificação do comportamento. Será pois a sua linguagem que iremos utilizar.

para a frente (i.e. começando com a primeira competência) do encadeamento invertido (i.e. em que se começa pelo último passo).

Depois do aluno dar a resposta, o professor deverá fornecer um feedback positivo e frequente (p. ex.: dando a conhecer os resultados). As recompensas (reforços) são respostas do professor e do meio circundante para aumentar o nível de comportamento da criança. Há vários tipos de reforço, desde o social (ex: elogio do professor), ao reforço material (ex: doces), passando pelo reforço de actividade (ex: realizar jogos) e pelos "tokens" (ex: estrelas, pontos).

Numa fase inicial, o aluno realiza a tarefa após demonstração ou com a ajuda de métodos como o "leading" e a imitação. O professor, frequentemente, quer avaliar se a criança é capaz de realizar a tarefa autonomamente (sem modelagem nem "leading"). É feito então um teste, isto é, é dada a instrução à criança, sendo esperado que esta realize a tarefa sem ajuda. É natural que nesta fase os alunos façam erros quando são testados. A razão para o erro tem que ser identificada, pois - de acordo com o tipo de erro - haverá que seleccionar processos de correcção. O erro pode ter como causa a falta de atenção, mas poderá também ter outras origens (apresentação da tarefa, do modelo e/ou de instruções ambígua; retirada demasiado rápida de pistas e ajudas; falta de especificidade do feedback; reforços pouco motivadores).

2.6.2. FLUÊNCIA

Depois das tarefas serem realizadas com níveis altos de precisão, o ensino centra-se na construção da fluência. Não basta realizar uma competência com precisão para esta ser funcional no ambiente do indivíduo. É necessário também que esta competência seja fluente. A ênfase é portanto colocada na velocidade da resposta. Tal como na fase anterior, deverão ser apresentadas aos alunos tarefas exigindo competências apenas da mesma área. No entanto, e ao contrário do que se passava na aquisição, o ensino não requer níveis altos de interacção professor-aluno, dado que é pressuposto os alunos já realizarem a tarefa com precisão. Estes serão capazes de trabalhar de forma independente, sendo o exercício e a prática as duas estratégias mais adequadas à construção da fluência. Distinguímos prática de exercício, na medida em que o exercício consiste na repetição da resposta específica a ser aprendida, e a prática já inclui a utilização da resposta aprendida com outras respostas (já dominadas) para resolver uma variedade de problemas. O exercício duma competência pode corresponder à

prática numa competência mais simples. De facto, se uma determinada actividade de ensino constitui exercício ou prática depende da unidade de ensino.

O exercício e a prática podem dar origem a tarefas repetitivas. Assim, o feedback e o reforço são aspectos necessários para ajudar a manter o interesse e motivação. A associação do feedback a recompensas, assim como formas imaginativas de utilizar o exercício e a prática (por exemplo, organizando jogos com várias equipas), são processos eficazes para manter o nível de motivação alto.

2.6.3. MANUTENÇÃO

O conceito de manutenção é crucial, tendo sido, num período de investigação inicial, estudado como uma fase separada de aprendizagem. No final desta fase esperava-se que as crianças fossem capazes de completar as tarefas sozinhas, sem qualquer ajuda do professor. Este assumiria uma função de facilitador, criando tempos para as crianças praticarem (sobreaprendizagem).

À medida que se foram recolhendo dados de investigação, foi-se tomando evidente que a manutenção de comportamentos começa na aquisição e é influenciada por processos de construção de fluência e generalização. Os autores deixaram então de considerar a manutenção como uma fase de aprendizagem (Haring e Eaton, 1978).

2.6.4. GENERALIZAÇÃO

Enquanto as duas primeiras fases da hierarquia (aquisição e fluência) se centram na obtenção de competências, esta fase e a seguinte dizem respeito à sua utilização.

Nas duas primeiras fases deve ser apresentada aos alunos uma única tarefa, com um formato familiar e exigindo um único tipo de resposta. O facto da criança dar respostas precisas e fluentes neste caso, não oferece garantia que o mesmo aconteça em situações complexas e não familiares. A realização numa determinada competência em resposta a novos

estímulos implica que a criança seja capaz de generalização. Na fase de generalização a resposta a dar é a mesma que foi aprendida até à fase de fluência, mas os estímulos apresentados mudam.

As tarefas nesta fase podem exigir o uso de competências de duas ou mais áreas:

Duas ou mais tarefas ensinadas separadamente até uma fase de fluência são agora apresentadas ao aluno, tendo este que seleccionar a resposta adequada. O ensino nesta fase exige uma interacção professor-alunos intensa, podendo o professor utilizar processos como a modelagem, as instruções, as pistas e ajudas, entre outros.

A prática é frequentemente recomendada como meio de promover a generalização.

Podemos distinguir dois tipos de prática diferentes:

- o treino de discriminação, em que o aluno é ensinado a dar uma determinada resposta na presença dum certo estímulo, mas não em presença de outros;
- o treino de diferenciação, em que as crianças aprendem a dar a mesma resposta à tarefa, embora vários aspectos (não cruciais) mudem.

Estes dois tipos de treino levam à formação de regras e associações, permitindo que o aprendiz construa a sua estrutura cognitiva interna.

2.6.5. ADAPTAÇÃO

Até esta fase foram apresentadas tarefas a que as crianças apenas tinham que dar respostas aprendidas previamente. Mas para poder controlar o seu ambiente e responder às exigências duma situação nova, o indivíduo tem que ser capaz de modificar o seu comportamento. É impossível ensinar todos os comportamentos específicos para dar resposta a todos os problemas surgidos no dia a dia. No entanto, é possível ensinar os alunos a adaptarem-se. Eles terão que discriminar os elementos-chave duma situação, encontrar no seu repertório comportamental a resposta apropriada, e serem capazes de a adaptar para resolver a situação.

Assim, as tarefas apresentadas aos alunos nesta fase de aprendizagem deverão exigir o uso de competências de várias áreas.

Nesta fase, a interação professor-aluno é baixa, agindo o professor como um facilitador. No sentido de ensinar para a adaptação, o professor deverá criar oportunidades para os alunos responderem a situações novas e variadas e, tanto quanto possível, próximas da realidade. As estratégias mais aconselhadas são a resolução de problemas e a realização de simulações.

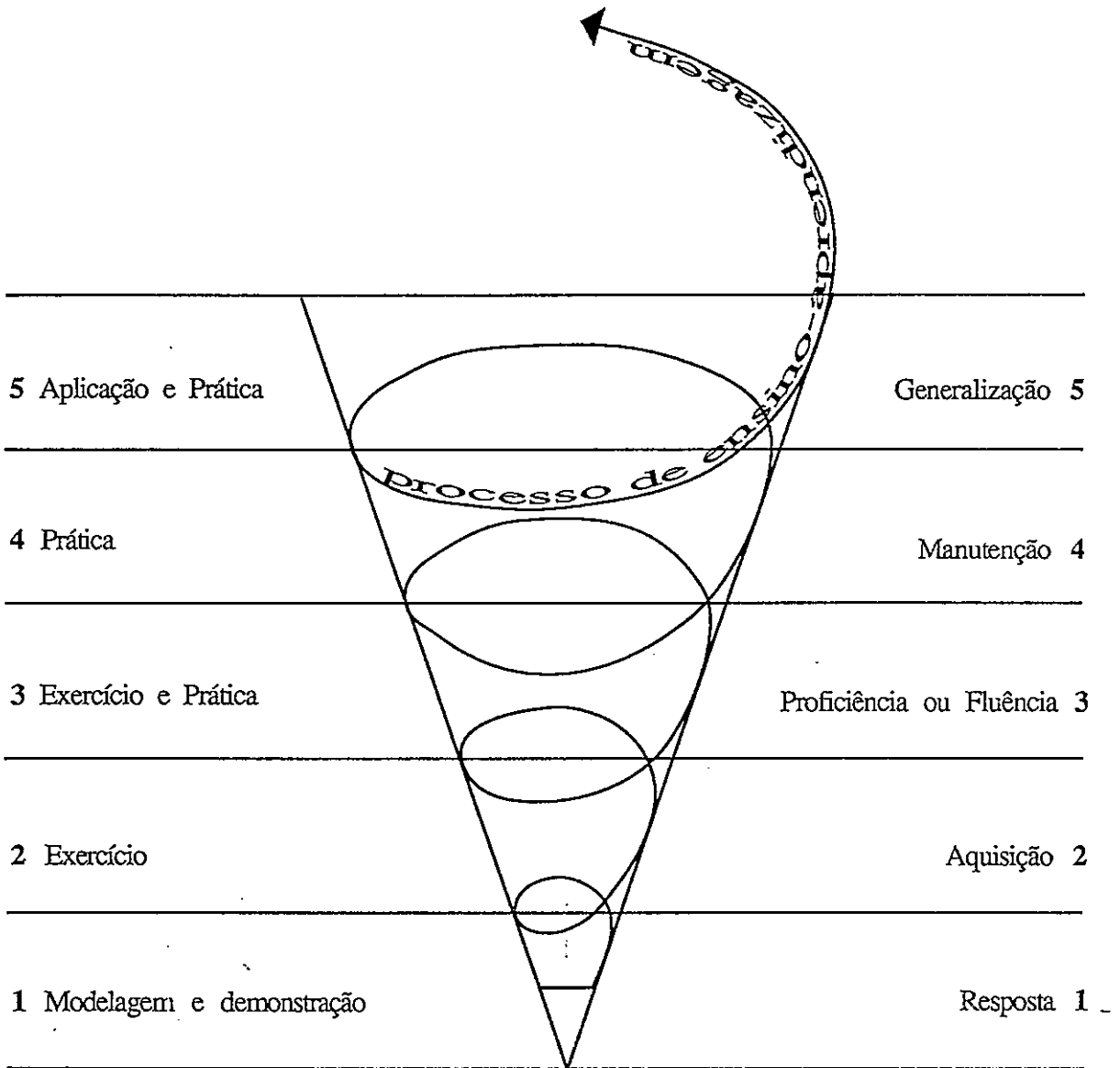
Fases de ensino-aprendizagem e suas características.

Fases de ensino-aprendizagem

	Aquisição	Fluência	Generalização	Adaptação
Descrição	Período entre o primeiro aparecimento do comportamento até à sua realização precisa.	Período que se segue à realização da competência com precisão e que termina quando a competência é realizada de forma fluente (i.e. com velocidade).	Período em que se trabalha a realização da competência em situações novas e complexas.	Período em que se ensinam os alunos a adaptarem as suas respostas a situações novas.
Objectivo	Ensinar uma nova resposta até esta atingir o nível de precisão exigido.	Ensinar uma resposta até que esta seja, não só exacta, mas também suficientemente rápida e eficaz	Ensinar a dar resposta (aprendida anteriormente até à fase de fluência) quando são apresentados novos estímulos.	Ensinar a adaptar a resposta apropriada do seu repertório comportamental a situações novas.
Estratégias	Modelagem ou demonstração; "leading"; imitação; instruções; pistas e ajudas (moldagem); desvanecer; encadeamento; feedback; reforços	Exercício; prática; feedback; reforço positivo.	Prática em novos contextos, com materiais e pessoas diferentes. - treino de discriminação e treino de diferenciação.	Resolução de problemas e realização de simulações.
Tarefa	Tarefa exigindo competências da mesma área.	Tarefa exigindo competências da mesma área.	Tarefas exigindo o uso de competências de duas ou mais áreas.	Tarefas exigindo o uso de competências de várias áreas para dar resposta a novas situações.
Contacto professor/aluno	Alto.	Baixo.	Alto.	Baixo.

(adaptado de Solity e Bull, 1987, p. 90)

Hierarquia de ensino - aprendizagem: estratégias de ensino e fases de aprendizagem.



(in Haring e Gentry, 1976, p. 101)⁽¹⁾

⁽¹⁾ Esta é a conceptualização apresentada por Haring e Gentry em 1976. Embora a hierarquia de ensino-aprendizagem por nós descrita seja uma reformulação posterior (Haring e Eaton, 1978), não quisemos deixar de apresentar este esquema exemplar e elucidativo.

2.7. O ENSINO PRECISO

O ensino preciso foi desenvolvido por Ogden Lindsley em anos 60 na Universidade do Kansas (E. U. A.). Lindsley, que tinha sido aluno de Skinner, interessou-se pela aplicação da psicologia comportamental ao comportamento académico e social dos alunos na sala de aula. Ele propõe a medida da frequência ("rate measurement") como uma forma dos professores do ensino especial avaliarem o progresso diário dos alunos e, consequentemente, o êxito dos seus programas de ensino.

Os princípios orientadores do Ensino Preciso têm as suas raízes na análise experimental do comportamento de Skinner :

- O aluno é quem sabe (i.e: se o aluno progride é porque o programa é adequado; se não progride, então há que alterar o programa);
- O alvo a considerar é o comportamento directamente observável;
- A frequência é utilizada como a medição universal do comportamento;
- A avaliação de padrões de aprendizagem é realizada através dum gráfico padronizado;
- As condições ambientais que influenciam o comportamento são descritas sistematicamente e analisadas (Lindsley, citado por White, 1986).

O ensino preciso, também apelidado de "Medida directa diária" (Direct Daily Measurement) ou "Medida educacional precisa" (Precise Educational Measurement), não é um método de ensino. É um conjunto de procedimentos para a medida directa e diária, o registo e a avaliação do progresso do aluno em relação à mestria de tarefas educativas específicas. Proporciona também feedback diário sobre a eficácia do ensino, ajudando a descobrir "o que ensina melhor" (Raybould, 1981).

Embora o ensino preciso possa ser utilizado com qualquer aluno, o seu objectivo original principal consistiu em ajudar os professores de crianças com N. E. E. . Estas são crianças com necessidade dum ritmo de aprendizagem acelerado para que as possibilidades de alcançar os colegas e o currículo sejam reais.

Durante o processo de ensino-aprendizagem surgem frequentemente dúvidas ao professor. Será que a criança está a aprender? E será que está a aprender suficientemente depressa? A tarefa será adequada? O que fazer se a aprendizagem não estiver a ser suficientemente rápida? Quando se pode considerar que uma tarefa está dominada, permitindo a mudança para uma próxima tarefa?

O ensino preciso pretende responder a estas perguntas, utilizando uma metodologia que envolve cinco componentes básicas:

- (1) Especificar a realização desejada do aluno em termos observáveis e mensuráveis;
- (2) Registrar a realização numa base diária;
- (3) Registrar num gráfico a realização numa base diária;
- (4) Registrar o comportamento do professor ou a abordagem de ensino em relação à realização do aluno;
- (5) Analisar os dados para determinar
 - (a) se o progresso é ou não satisfatório;
 - (b) se são necessárias modificações no comportamento do professor ou na abordagem de ensino para manter ou acelerar o progresso.(Raybould, 1981).

2.7.1. ESPECIFICAR A REALIZAÇÃO DESEJADA

O primeiro passo a percorrer consiste na formulação do que vai ser ensinado em termos de objectivo comportamental.

Segundo William et al., um objectivo comportamental deve incluir quatro elementos: materiais, instruções, comportamento do aluno e critério.

Exemplo de um objectivo comportamental:

Materiais	Instruções	Comportamentos do aluno	Critério
Cartão com 50 adições sem transporte cujo resultado não excede 10	"Escreve os resultados destas adições. Começa aqui." (apontar)	Escreve os resultados	20 adições por minuto não dando mais do que 1 erro

adaptado de William et. al. (p. 11)

Um objectivo escrito desta forma é também um teste com referência a critério (T. R. C.).

A descrição contida na coluna "Materiais" corresponde à descrição do tipo de teste utilizado no ensino preciso, a Prova.

2.7.2. REGISTAR O PROGRESSO NUMA BASE DIÁRIA

Para avaliar o progresso do aluno numa base diária são utilizadas as já referidas "Provas". Uma prova é um teste diário que pretende avaliar a realização dum aluno numa pequena amostra de tarefas implicando a competência específica ensinada. O tempo de aplicação duma prova é curto (cerca de 1 a 3 minutos) e exacto, sendo registada a realização do aluno todos os dias.

A duração fixa da prova permite contar o número de respostas correctas e incorrectas e traduzi-las em termos de "frequência por minuto". Desta forma, avalia-se não só o que o aluno é capaz de fazer (a precisão da resposta), mas também a sua rapidez (a fluência ou mestria da resposta). Uma avaliação desta natureza permite detectar mudanças mínimas no comportamento do aluno.

Actualmente, já existem provas construídas em áreas como a leitura, escrita e matemática. No entanto, o seu número é limitado e, frequentemente, é necessário construir provas que dêem resposta às necessidades existentes. Geralmente, uma prova envolve a apresentação dum número de exemplos de tarefas superior ao que a criança pode completar no tempo disponível previsto. Aquando da construção da prova é importante definir a sua forma de apresentação, as instruções a serem dadas, o método de respostas escolhido, o tipo de registo a ser feito e a duração prevista para a realização da prova. A figura seguinte apresenta um exemplo duma prova na área da matemática.

Exemplo de prova na matemática

4+4=	2+6=	4+1=	1+9=	6+3=	3+7=	1+7=	1+1=	4+6=	9	27
7+3=	1+8=	1+6=	7+2=	5+4=	8+1=	6+4=	2+5=	3+2=	18	36
9+1=	3+3=	2+7=	5+3=	2+8=	5+1=	1+4=	3+6=	6+2=	27	45
4+5=	2+4=	1+2=	8+2=	2+2=	2+3=	1+5=	3+5=	7+1=	36	9
3+1=	4+2=	2+1=	4+3=	6+1=	1+3=	5+5=	5+2=	3+4=	45	18

Apresentação: Lista visual

Instruções: Tens aqui uma série de adições. Quando eu disser "Agora!", deves começar a fazer as adições (apontar) e continuar até eu dizer "Pára!".

Método de

resposta: Escrever os resultados na folha.

Registo: 1 $\checkmark$ por cada resposta correcta;

1 x por cada resposta errada.

Duração: 2 minutos

(in William et. al, p. 18)

2.7.3. REGISTAR NUM GRÁFICO A REALIZAÇÃO DIÁRIA

O registo das frequências de respostas correctas e incorrectas num gráfico proporciona ao professor uma informação imediata sobre o progresso do aluno. Funciona ainda como uma potencial fonte de motivação para o aluno, podendo ser este a registar o seu comportamento.

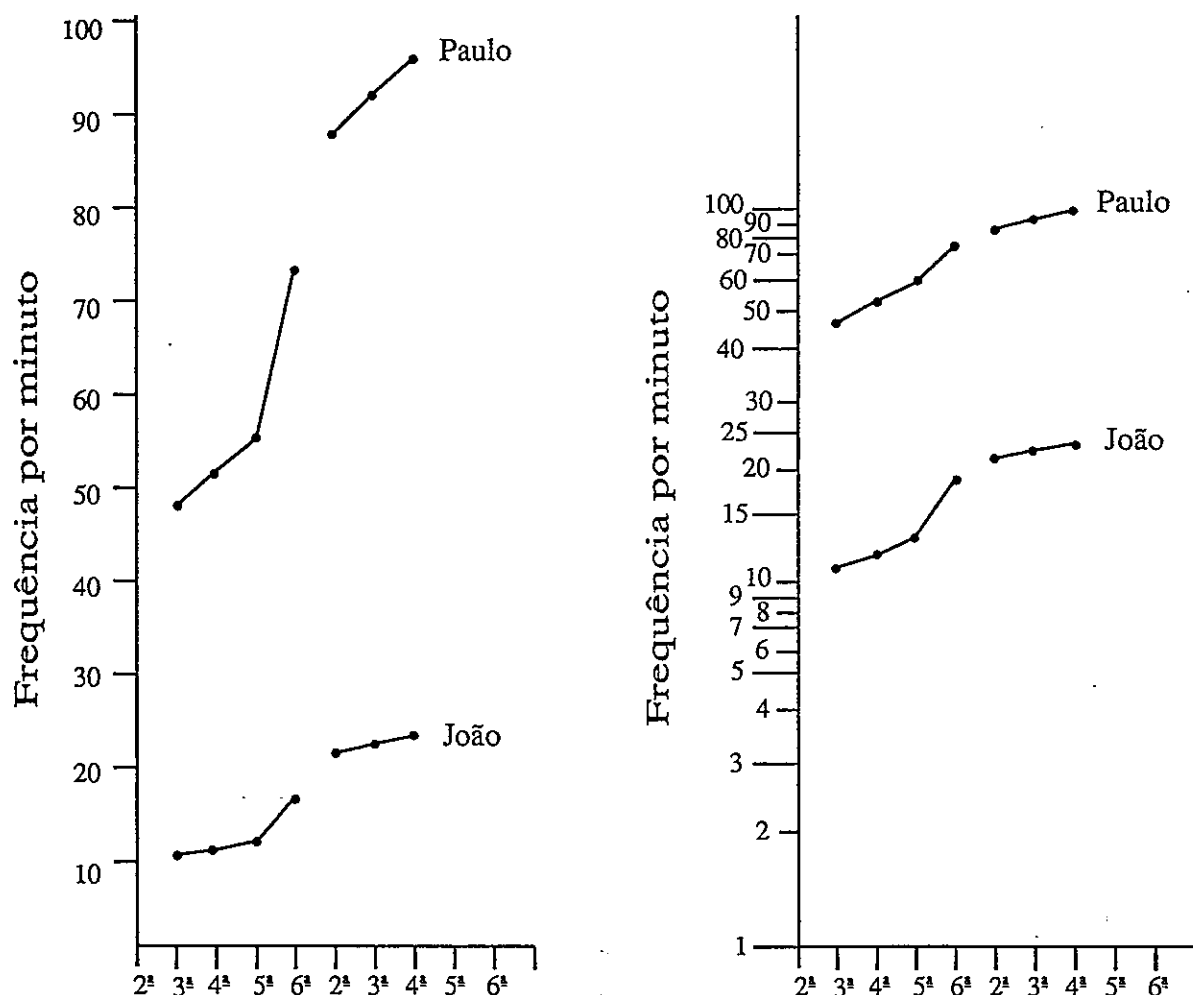
Inspirando-se em Skinner, Lindsley propôs um tipo de gráfico padronizado, o "Standard Celeration Chart". É um gráfico cujo eixo horizontal intervalar indica os diferentes dias. O seu eixo vertical é constituído por uma escala logarítmica indicando a frequência do comportamento por minuto. É esta tabela semi-logarítmica que permite representar o progresso dum aluno ao longo do tempo sem referência ao seu nível de competência inicial. O exemplo seguinte (retirado de Raybould, 1981) apresenta resultados obtidos por dois alunos ao longo de 7 dias e a quem foi ensinada a mesma tarefa.

Exemplo: Frequência de respostas correctas por minuto

João	12	13	14	18	22	23	24
Paulo	48	52	56	72	88	92	96

Como se pode verificar nos dois gráficos a seguir apresentados, enquanto no gráfico intervalar há um aumento da discrepância entre os dois alunos, no gráfico semi-logarítmico as duas curvas de aprendizagem são idênticas, revelando uma proporcionalidade de ganhos nos dois alunos.

Comparação da realização de dois alunos em dois tipos de gráficos diferentes⁽¹⁾.



(in Raybould, 1981, p. 47)

Há vários tipos de tabelas semi-logarítmicas utilizadas de acordo com as necessidades e situações. O tipo de tabela mais frequente é o "Standard Behaviour Chart" ou "Standard Celeration Chart" constituído por 6 ciclos e permitindo a apresentação de comportamentos num leque de frequência por minuto desde .000 695 (i.e: 1 comportamento em 24

⁽¹⁾ De salientar que o objectivo do registo em gráfico não é a comparação entre diferentes alunos, mas sim a análise individual dos dados.

horas) até 1 000 (i.e: 1 000 comportamentos por minuto). Este gráfico é especialmente adequado quando se pretende comparar comportamentos de alta frequência com comportamentos de baixa frequência. Há ainda outros tipos de tabelas semi-logarítmicas com apenas 1, 2 ou 3 ciclos, escolhidos para cobrir a frequência mais provável e adequada ao tipo de comportamento observado.

2.7.4. REGISTAR O COMPORTAMENTO DO PROFESSOR OU A ABORDAGEM DE ENSINO

Este passo diz respeito a mudanças planeadas e sistemáticas que o professor pode introduzir:

- 1) na sua gestão da aprendizagem da criança (p. ex: o uso de elogios, atenção e outras recompensas, a altura e duração do ensino, etc.);
- 2) na natureza do programa de ensino (p. ex: exigências da tarefa, nível de dificuldade, método de ensino, etc.) (Raybould, 1981).

O professor deverá anotar qualquer alteração efectuada, indicando-a no gráfico através duma linha vertical entre os 2 dias em que a modificação surgiu.

É importante que apenas uma modificação seja introduzida de cada vez para assim se poder relacionar com a realização do aluno.

(5) ANALISAR OS DADOS

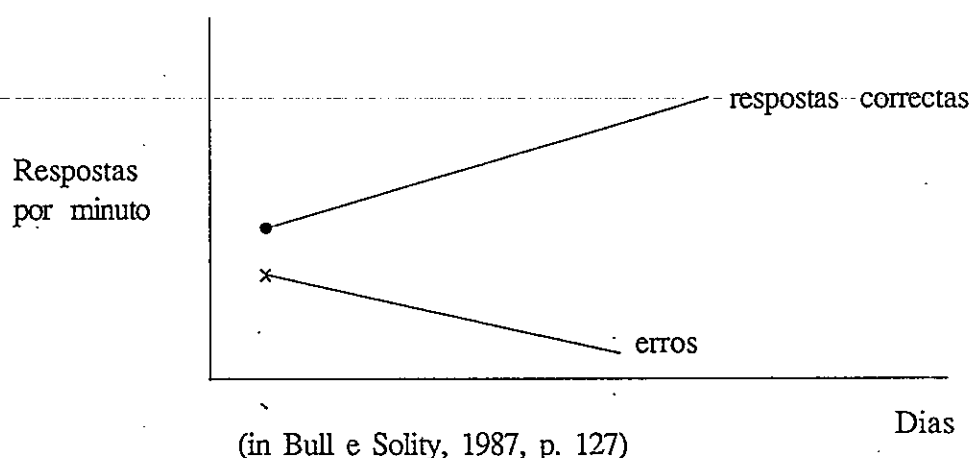
Uma análise cuidadosa dos dados permite ao professor saber se o aluno atingiu ou não os níveis de mestria (1) e se o ritmo do seu progresso é satisfatório (2).

Para se considerar que um aluno domina uma tarefa, não basta que ele a execute com precisão. Terá também que ser capaz de a executar fluentemente (i.e: com certa velocidade). O nível de fluência ou mestria depende da tarefa e do que se pretende com a tarefa. Embora não haja respostas definitivas sobre o critério necessário para se considerar que um

aluno domina uma tarefa, o ensino preciso dá uma série de directrizes para ajudar a determinar níveis de fluência adequados:

É possível estabelecerem-se comparações com as frequências de resposta do aluno em tarefas similares; pode utilizar-se como termo de comparação resultados obtidos por alunos competentes; através da aplicação de provas pode verificar-se a manutenção da tarefa e, conseqüentemente, a adequação ou não do seu nível de mestria.

O ensino preciso dá igualmente orientações que ajudam o professor a decidir se o aluno está ou não a progredir satisfatoriamente. No início dum programa de ensino preciso, há um período para determinação da linha de base do aluno. É um período (cerca de 10 dias) em que se testa e regista o comportamento sem causar qualquer alteração nas condições de ensino ou aprendizagem. Pretende determinar-se o nível de realização do aluno para o comparar com mudanças posteriores. A fim de avaliar se o progresso da linha de base é satisfatório, há que estabelecer o grau de progresso mínimo a esperar do aluno. Este grau de progresso mínimo é expresso nas linhas de progresso mínimo para as respostas correctas e para os erros⁽¹⁾:



Quando o aluno está a responder de acordo com as expectativas do professor, as respostas correctas situar-se-ão acima da linha de progresso mínimo para as respostas correctas e as respostas erradas abaixo da linha de progresso mínimo para os erros.

Considera-se que a tarefa está dominada quando o aluno atinge o nível de fluência definido por 3 dias consecutivos. Nessa altura, pode passar-se ao ensino da próxima

⁽¹⁾ Para estabelecer estas linhas de progresso mínimo, há que determinar previamente o nível de fluência a atingir e a data em que esse nível deverá ser alcançado.

tarifa. O professor deverá, no entanto, continuar a praticar a competência dominada, integrando-a em tarefas mais complexas.

Caso o aluno obtenha resultados inferiores à linha de progresso mínimo durante 3 dias, o professor terá que optar por uma de três alternativas:

- Alterar a linha de progresso mínimo;
- Alterar a prova;
- Alterar o seu comportamento ou a abordagem de ensino.

3. A AVALIAÇÃO ATRAVÉS DO ENSINO

Para o professor decidir o que vai ensinar ao seu aluno, tem que saber aquilo que o aluno já sabe. Sendo o ensino-aprendizagem um processo contínuo, torna-se necessária não só uma medida directa, mas também contínua da aprendizagem realizada. A avaliação deixa de aparecer como um passo independente do ensino, mas é redefinida para se tornar numa avaliação através do ensino (Raybould, 1981; Pearson e Tweddle, 1984) ou avaliação com base no currículo (Solity e Bull, 1987). Há uma descentração do aluno que dá lugar a uma ênfase cada vez maior ao acto de ensinar. O foco deixa de ser a criança, para passar a ser a tarefa:

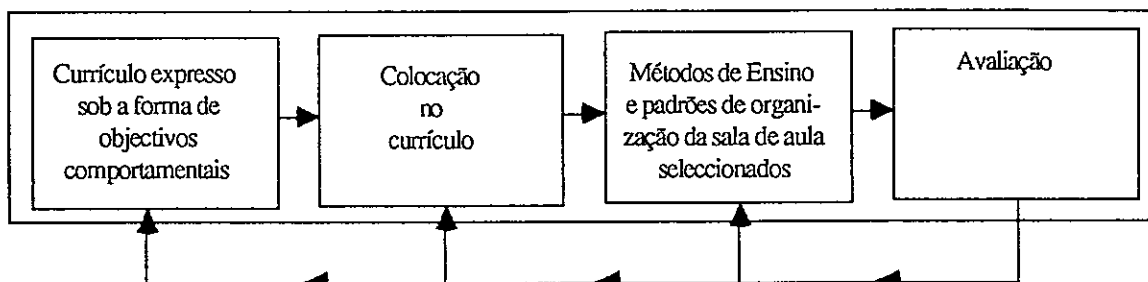
- O que deve ser ensinado?
- Qual a ordem por que deve ser ensinado?
- Que métodos e materiais de ensino utilizar?
- Que registos da aprendizagem deverão fazer-se?

Para responder a todas estas perguntas, o currículo tem que se tornar teste e o teste currículo (Pearson e Tweddle, 1984).

Segundo Blankenship e Lilly (citados por Solity e Bull, 1987) a avaliação com base no currículo consiste na prática de obter medidas directas e frequentes da realização dum aluno numa série de objectivos sequenciais, derivados do currículo utilizado na sala de aula. Glaser (citado por Solity e Bull, 1987) propõe uma forma de descrever este tipo de avaliação:

- O currículo é definido como sendo uma série de tarefas sequenciadas e expressas sob a forma de objectivos comportamentais;
- A colocação no currículo identifica as competências aprendidas e aquelas que precisam de ser ensinadas no futuro;
- Os métodos de ensino, os materiais e padrões de organização da sala de aula são seleccionados;
- A avaliação dos progressos dos alunos é realizada e relacionada com a selecção de métodos de ensino, padrões de organização da sala de aula e escolha do currículo.

Avaliação com base no currículo



(in Solity e Bull, 1987, p. 36)

A avaliação com base no currículo proporciona o contexto para a aplicação na sala de aula da abordagem comportamental. É na avaliação com base no currículo ou avaliação através do ensino que podemos realizar a integração dos Modelos de Análise de Tarefas, Ensino Directo, Ensino Preciso e Hierarquia de Ensino-Aprendizagem.

A Análise de Tarefas e o Ensino Directo oferecem linhas de orientação para a preparação do currículo (Solity e Bull, 1987). Ambos os modelos oferecem directrizes para a escolha dos conceitos a trabalhar e da ordem por que devem ser ensinados. Na análise de tarefas, depois da escolha dos conceitos-chave de determinada área, há que definir para os diferentes conceitos os vários níveis de ensino. É a partir dos conceitos que são determinadas as metas a atingir, i.e, as competências finais a serem aprendidas. Para cada meta são estabelecidos objectivos comportamentais que dão origem a sequências de ensino. No ensino directo, a análise conceptual dá origem à definição de domínios e hierarquias de conceitos. Permite igualmente examinar a estrutura dum conjunto de objectivos, contribuindo de forma decisiva para o planeamento de sequências de ensino. São construídas sequências de ensino incluindo objectivos terminais, competências componentes e pré-competências.

O currículo é assim expreso sob a forma de objectivos comportamentais cuidadosamente sequenciados.

O Ensino Preciso concretiza uma série de princípios que ajudam a colocar a criança com precisão no currículo e a avaliar os seus progressos em resposta a um ensino cuidadosamente planeado e sistemático (Solity e Bull, 1987). O ensino preciso utiliza como

instrumento de avaliação as provas que são aplicadas numa base diária. A realização do aluno é avaliada não só em termos de precisão, mas também de fluência na resposta, aspecto enfatizado também por outros modelos. O facto do comportamento do professor e da abordagem de ensino serem sempre registados, permite a implementação dum ensino experimental. Se o progresso dum aluno não é satisfatório, o professor tomará decisões no sentido duma manipulação sistemática das características da tarefa, da abordagem de ensino e, se necessário, do contexto mais lato da sala de aula (Raybould, 1981).

O Ensino Preciso contribui assim para a colocação no currículo e avaliação de todo o processo de ensino-aprendizagem.

A Hierarquia de Ensino-Aprendizagem ajuda a seleccionar os métodos de ensino, os materiais e padrões de organização de sala de aula adequados (Solity e Bull, 1987). Haring e Eaton (1978) salientam a importância de trabalhar uma dada competência de acordo com vários níveis de aprendizagem. Não basta, referem, que o aluno seja capaz de dar uma resposta precisa. Tal como o ensino directo e o ensino preciso haviam salientado, é necessário que uma competência seja fluente, para depois se poder generalizar e adaptar. A conceptualização de Haring e Eaton aponta para a necessidade de trabalhar as diferentes competências a vários níveis (aquisição → fluência → generalização → adaptação), podendo constituir a "3ª dimensão" do processo de ensino-aprendizagem. Para cada nível são propostos métodos de ensino e padrões de organização da sala de aula que a investigação tem demonstrado serem mais eficazes.

* —————

A questão que, finalmente, Pearson e Tweddle (1984) colocam, diz respeito à viabilidade da avaliação através do ensino em escolas do ensino regular. Será que os professores do ensino regular estão dispostos a um tal investimento de tempo e esforço? Segundo os mesmos autores, haverá essencialmente duas alternativas possíveis:

- Ensinar os professores a escreverem os seus próprios programas e a construir o material necessário;
- Construir um banco de programas de ensino por objectivos, ensinando ao professor a utilização desses recursos.

Tal como Pearson e Tweddle, pensamos que o ideal seria a conciliação dos dois objectivos. Os professores deveriam possuir os quadros de referência conceptuais e instrumentais para construir os seus próprios programas, embora podendo ter acesso a um banco de recursos que saberiam utilizar de forma adaptada se necessário.

*Contributos para o ensino e a
aprendizagem de conceitos
matemáticos elementares*

1. INTRODUÇÃO - A ORIGEM DO PROJECTO

O insucesso escolar é actualmente um tema muito falado e debatido. Qual a natureza do apoio pedagógico a ser prestado para dar resposta aos pedidos da Escola e dos Professores é uma questão fundamental.

Um apoio pedagógico centrado apenas nas crianças e nos métodos reeducativos só contribuiria para a manutenção de um sistema educativo rígido, factor de desintegração e marginalização das crianças. Uma das possíveis opções para a prevenção do insucesso escolar passa pela promoção de práticas educativas favorecendo a individualização do ensino e a sua adequação às necessidades de cada criança.

Com estes pressupostos subjacentes e defendendo que a investigação no âmbito da Educação deve estar estreitamente ligada à prática, surgiu no Porto, em 1983/84, um projecto conjunto entre a Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação (FPCE) e uma das unidades do Serviço de Apoio e Dificuldades de Aprendizagem (S. A. D. A.). O seu objectivo principal consistia na redução das elevadas taxas de insucesso escolar verificadas em duas escolas primárias da zona. Dois anos mais tarde (em 1985/86), o S. A. D. A. sofreu uma reformulação, passando a assegurar a centralização de pedidos de pais, professores e educadoras de infância da 1ª Delegação Escolar do Porto. A assim formada Unidade de Orientação Educativa (U. O. E.) visava uma abordagem multidisciplinar do atendimento, avaliação e encaminhamento de crianças.

Durante este período (de 1983/84 a 1986/87), o psicólogo trabalhou sempre em equipa com os professores de apoio (professores do ensino primário em regime de destacamento) do SADA/U. O. E. . Nas reuniões periódicas eram apresentados e discutidos os programas de crianças em acompanhamento. Deste trabalho em equipa, centrado nos comportamentos da criança e no currículo escolar, foi surgindo uma linguagem comum entre psicólogo, professor de apoio e professor regular.⁽¹⁾

No ano lectivo de 1987/88 foi estabelecido entre a F. P. C. E. - U. P. e a Direcção Geral de Ensino Básico e Secundário (agora Direcção Regional de Educação do Norte) um protocolo com o objectivo de implementar um projecto de trabalho do psicólogo em

⁽¹⁾ Para uma descrição detalhada desta "Experiência Psicopedagógica no Ensino Primário" reenviamos para a leitura do seguinte artigo: Pinto, A. I., Leal, T. M., e Bairão, J. (1989). Uma experiência psicopedagógica no ensino primário. In J. Cruz, R. Gonçalves e P. Machado (Eds.), Psicologia e Educação. Investigação e intervenção. Porto: Associação dos Psicólogos Portugueses.

colaboração com os professores regulares e de apoio, tendo em vista a melhoria das condições de integração e solução de problemas dos alunos no contexto da escola.

Entre outras estratégias (nomeadamente a dinamização do Conselho Escolar), foram implementados vários Programas Individualizados de Ensino (P. I. E.)⁽¹⁾. Psicólogo e professor regular (por vezes o P. I. E. envolvia igualmente o professor de apoio das Equipas de Ensino Integrado da Divisão do Ensino Especial) avaliavam as necessidades educativas de cada criança com o objectivo de elaborar um programa de ensino adequado. Semanalmente, as actividades realizadas eram avaliadas com base nos produtos e registos do comportamento da criança. Eram em seguida preparadas as actividades a desenvolver durante a semana, assim como o material necessário a essas actividades.

Embora a implementação dum P. I. E. seja, na sua essência, uma abordagem da casuística individual, um outro objectivo esteve sempre presente na nossa intervenção. Este objectivo, mais ambicioso, dizia respeito à mudança de práticas educativas, em que o P. I. E. seria, por assim dizer, um dos factores desencadeadores. No entanto a avaliação do trabalho realizado ao longo de dois anos não apontava nesse sentido. Práticas educativas utilizadas em determinado momento com determinado aluno (durante a implementação do P. I. E.) dificilmente eram generalizadas a outros alunos e a outros momentos.

Várias questões se colocaram. Será que o problema reside numa natural resistência à mudança? Ou será que esta "resistência à mudança" é apenas sinal de algo mais fundamental? Será que há necessidade de repensar o modelo de intervenção até aqui utilizado?

O modelo utilizado durante estes dois anos de intervenção consistiu no trabalho conjunto do psicólogo e do professor, tendo o psicólogo uma intervenção essencialmente indirecta. Psicólogo e professor reuniam periodicamente (em geral, semanalmente) para avaliação e programação tendo em vista as dificuldades dos alunos.

A avaliação do trabalho realizado centrava-se, essencialmente, nas necessidades das crianças, não havendo um trabalho explícito a nível das dificuldades dos professores na implementação do programado. De salientar ainda que, na maioria dos casos, o material necessário à realização das actividades era fornecido pelo próprio psicólogo. Este tipo de funcionamento poderá ter vindo a ocultar as verdadeiras necessidades dos professores. Será que se esteve a "dar o peixe sem se ensinar a pescar"?

⁽¹⁾ Nesta estratégia, avaliação e intervenção realizam-se na sala de aula através da intervenção do professor regular. Implica um trabalho conjunto entre o professor regular e um técnico de apoio (psicólogo e/ou professor de apoio), em que é estabelecido um programa adaptado às N.E.E. da criança. Este programa envolve, frequentemente, os vários contextos de socialização da criança - casa, A.T.L., etc.

A hipótese por nós formulada é de que a dificuldade de generalização de práticas educativas inovadoras reside na ausência de quadros de referência conceptuais e instrumentais que permitam ao professor tomadas de decisão críticas acerca do seu ensino.

É esta a hipótese que o nosso projecto de investigação pretende analisar.

Surge-nos, no entanto, a questão da especificidade das diferentes áreas de ensino. Provavelmente, quadros de referência conceptuais e instrumentais para a leitura e a escrita terão características diferentes de quadros de referência para o ensino e a aprendizagem da matemática. Vergnaud (1986) refere a necessidade dos psicólogos terem em consideração os problemas cognitivos e epistemológicos específicos levantados por cada objecto de ensino. Acrescenta ainda que se tem que apreciar em profundidade a natureza dos conhecimentos sobre os quais se estudam a aprendizagem e a epistemologia.

Concordando com esta afirmação, optamos por limitar a nossa análise a uma área curricular específica - a matemática.

Até que ponto quadros de referência conceptuais e instrumentais estão presentes na prática do ensino e aprendizagem da matemática? Concretizando, pretendemos verificar se o professor possui instrumentos de avaliação adequados(1), meios de transmissão eficazes(2) e instrumentos que lhe permitam levantar mapas cognitivos ricos e claros(3).

As próximas páginas irão fazer uma breve síntese e ponto da situação do estado da investigação sobre o ensino e a aprendizagem da matemática relacionada com os aspectos acima referidos (instrumentos de avaliação; meios de transmissão; construção de mapas cognitivos).

2. BREVE SÍNTESE DA INVESTIGAÇÃO SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Romberg e Carpenter (1986), ao fazerem o ponto da situação sobre o ensino da matemática geralmente ministrado hoje em dia, referem o que consideram ser as suas maiores limitações. A primeira, diz respeito à concepção da matemática como disciplina estática, em que são ensinados conceitos e competências de forma isolada. Esta fragmentação da matemática contradiz a própria essência desta disciplina caracterizada exactamente pela abstracção, invenção, verificação e aplicação. Outro factor limitativo consiste na ênfase dada ao acúmulo de informação em detrimento da construção do significado dos conhecimentos. O próprio professor desempenha geralmente um papel passivo, limitando-se a seguir o programa e/ou o manual, não transmitindo uma concepção do conhecimento matemático nem tentando compreender o seu processo de aprendizagem.

Entretanto, existe um grande desfasamento entre o ensino da matemática e aquilo que se sabe da sua aprendizagem. Por outras palavras, os conhecimentos sobre a aprendizagem da matemática pouco têm influenciado os programas de ensino de competências e conceitos matemáticos.

2.1. INVESTIGAÇÃO SOBRE A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

A maior parte do trabalho mais promissor sobre a aprendizagem da matemática inscreve-se no quadro de referência das teorias do processamento da informação. Siegler (1983) divide as teorias de processamento da informação em dois grandes grupos. Aquelas que se centram explicitamente na natureza do sistema de processamento de informação e as que analisam como o sistema opera em situações particulares. É este último grupo que parece ter maior potencial para compreender como a matemática se aprende.

Passaremos agora a descrever alguns aspectos da investigação sobre os processos da aprendizagem da matemática com implicações para uma prática de ensino.

Processos cognitivos utilizados na resolução de problemas

Um dos paradigmas para estudar os processos cognitivos das crianças na resolução de tarefas matemáticas é a análise cronométrica. Esta consiste na decomposição duma operação matemática numa série de pequenos passos. Pressupõe-se que o tempo exigido para resolver um dado problema, utilizando determinada estratégia, é uma função linear do número de passos necessários para encontrar a solução. Formulam-se várias hipóteses de modelos de resolução do problema e são previstos tempos de latência para a realização dos problemas segundo os diferentes modelos. Estes tempos são depois comparados com os tempos de realização observados em crianças, a fim de encontrar o modelo que parece adequar-se aos tempos de latência dos sujeitos.

Os resultados encontrados a partir da análise cronométrica da resolução de adições e subtracções sugerem que as crianças utilizam, com frequência, estratégias que não foram ensinadas e que são resultado da sua invenção.

Uma outra linha de investigação utiliza as entrevistas clínicas e as análises do erro para avaliar os processos de resolução utilizados pela criança em situações problemáticas simples envolvendo a adição e subtracção⁽¹⁾. Esta linha de investigação discrimina vários tipos de situações problemáticas a partir das suas características semânticas. Com base nas estratégias utilizadas pelas crianças na resolução dos vários tipos de problema, torna-se possível descrever as várias fases de desenvolvimento de conceitos e competências por que passam as crianças. Pretende-se construir modelos que especifiquem os conhecimentos necessários à criança em cada estágio do conceito ou competência.

Concluindo, os resultados da investigação apontam para a necessidade de considerar os sistemas informais de matemática das crianças como ponto de partida para o ensino. Infelizmente, os currículos de matemática actuais pouco aproveitam estes conhecimentos informais, considerando o aluno como um receptáculo passivo de conhecimentos e não alguém com quadros de referência cognitivos definidos, capaz de estruturar a informação obtida e de realizar a sua integração.

(1) Nos estudos clínicos é possível inferir-se a estratégia utilizada a partir da observação das acções da criança, das suas explicações sobre o modo de resolver o problema e da verbalização do seu raciocínio. Quanto à análise do erro, esta baseia-se no pressuposto que certas estratégias dão origem a certos padrões de erro. Observando-se o padrão dos erros duma criança, é possível inferir a estratégia por ela utilizada.

A investigação revela igualmente que as crianças passam por diferentes fases no desenvolvimento de conceitos e competências. Houve já tentativas com êxito para ensinar com base nestes estádios sucessivos. No entanto, há também quem questione se o ensino deverá seguir exactamente os mesmos passos do desenvolvimento natural de um conceito. Uma alternativa consiste em saltar níveis intermédios e ensinar, de imediato, processos mais avançados. As técnicas dum principiante não são, necessariamente, pré-requisitos para as técnicas utilizadas por um adulto ou especialista. De qualquer modo, o conhecimento da evolução das estratégias das crianças permite uma avaliação precisa do seu nível de funcionamento e possibilita pensar em sequências de ensino alternativas.

Uma terceira linha de investigação na aprendizagem da matemática diz respeito à análise dos erros dados pelas crianças na resolução de problemas. Segundo esta linha, muitos erros são o resultado da aprendizagem do algoritmo errado. Brown et. al (citado por Romberg e Carpenter, 1986) desenvolveram uma teoria generativa para explicar a origem destes erros. Estes autores afirmam que os alunos são frequentemente confrontados com problemas para os quais os algoritmos aprendidos são inadequados. Para ultrapassar a dificuldade sentida, os alunos tendem a modificar o algoritmo. Se este é apenas um conjunto de competências sem significado (o que acontece não raras vezes), a sua modificação poderá originar um algoritmo errado. Brown et. al. realizaram a análise do algoritmo da subacção:

Decompuseram a subacção nos seus elementos primitivos, elaborando assim uma lista de regras ou processos. Construíram assim um modelo para o algoritmo da subacção. De seguida, retiraram ao modelo uma determinada regra, simulando situações em que o aluno teria esquecido ou não teria aprendido essa regra. Desta forma, o modelo era colocado numa situação de impasse que tentava ultrapassar aplicando uma "regra de reparação". Era a aplicação desta última que iria dar origem ao erro.

Embora esta análise se tenha centrado na subacção, tudo indica ser um processo generalizável a outros domínios. As implicações para o ensino são evidentes:

Permite, por um lado, a construção de instrumentos eficazes de diagnóstico e correcção de erros. Por outro lado, pode contribuir para a organização do ensino de forma a evitar que estes erros apareçam. Resnick (citada por Romberg e Carpenter, 1986), estudando os efeitos dum programa de ensino, verificou que os erros identificados por Brown resultavam dum "corte" no processo de ensino. O facto de nem todas as regras (ou processos) de subacção serem ensinadas passo a passo e com uma preocupação de transmissão do seu significado, levava à aprendizagem do algoritmo errado.

• A organização da memória a longo prazo

Uma outra área de investigação, de natureza diferente da investigação já referida, é aquela que diz respeito à organização do conhecimento na memória a longo prazo.

Há um certo consenso em afirmar que os conceitos estão armazenados na memória a longo prazo de acordo com uma determinada estrutura. Quando a estrutura é rica, i.e quando as interrelações entre conceitos são muitas, estes são mais acessíveis. A acessibilidade da informação interrelacionada permite uma resolução eficaz dos problemas.

Foram efectuados alguns estudos tentando descrever relações entre conceitos em áreas específicas da matemática. Geralmente, esta análise da estrutura e organização de conceitos realizou-se a partir de protocolos verbais de resolução de problemas, de técnicas de associação de palavras e da construção de mapas de conceitos (previamente ensinada aos alunos). Estas estratégias permitiram a construção de redes semânticas especificando a relação entre os vários conceitos. O grau de integração de conceitos relacionados, o número de conexões com conceitos de outras áreas e a correspondência da rede semântica com a proposta por "especialistas"⁽¹⁾ permitiram avaliar a organização cognitiva e o grau de compreensão do aluno em áreas específicas da matemática.

Os protocolos verbais de resolução de problemas, as técnicas de associação de palavras e os mapas de conceitos são pois óptimos instrumentos de avaliação da compreensão que um aluno tem de determinado tema. São instrumentos que permitem detectar falsas concepções e corrigi-las. A investigação sugere que a melhor forma de corrigir falsas concepções consiste na identificação de conceitos omitidos que serão depois integrados no quadro de referência conceptual do aluno.

De referir ainda que os mapas de conceitos construídos por especialistas, proporcionam um óptimo quadro de referência para a organização de todo o processo de ensino.

⁽¹⁾ Muitos estudos têm estabelecido comparações entre a organização da informação em "especialistas" e "não especialistas". Os "especialistas" tendem a organizar a sua informação em unidades maiores e estruturam a informação segundo princípios mais gerais que os "não especialistas".

- Aspectos metacognitivos implicados na resolução de problemas matemáticos

Ainda outra linha de investigação com implicações para o ensino da matemática é aquela que se centra nos seus aspectos metacognitivos (i.e: aspectos que dizem respeito ao conhecimento do sujeito sobre os seus próprios processos de pensamento). A capacidade de planear e seleccionar os processos mais adequados à resolução de situações, é tão importante como a aplicação desses mesmos processos.

As diferenças encontradas entre o tipo de resolução de problemas por parte de especialistas e não-especialistas, prendem-se com diferenças na natureza dos processos de avaliação e controlo do seu próprio pensamento. Os especialistas procuram estruturar a informação aquando da sua codificação, enquanto os não especialistas se prendem mais facilmente com detalhes. A partir da investigação realizada sobre os processos metacognitivos utilizados por "especialistas", é possível delinear programas de ensino de estratégias metacognitivas para a resolução de problemas matemáticos. Por exemplo, ensinar os alunos a construir mapas de conceitos tem-se revelado eficaz: um mapa de conceitos pode servir como uma espécie de "mapa de estradas" que indica visualmente os caminhos a percorrer para realizar determinada tarefa (Novak e Gowin, 1984).

2.2. INVESTIGAÇÃO SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA

Não é só a investigação sobre a aprendizagem que tem poucas implicações para as práticas de ensino; também a investigação sobre o ensino poucas repercussões tem na prática diária do professor.

A maior parte dos estudos centrados no ensino pouco têm a ver com a matemática. E aqueles que dizem respeito à matemática têm em geral por objectivo melhorar o ensino "vigente", tradicional, sem pretender inovações. Esta é uma das limitações dos estudos efectuados. Uma outra diz respeito à ausência de conceptualização da investigação realizada. Esta ausência duma teoria do ensino, leva os investigadores a centrarem-se em questões estritamente metodológicas. Preocupam-se com o aperfeiçoamento de desenhos ex-

perimentais, com a definição operacional das variáveis, com a elaboração de melhores técnicas para o registo do comportamento dos professores no seu ensino, etc. No entanto, o estudo exclusivo dos processos metodológicos, pode limitar a definição e a conceptualização dum determinado problema. Por exemplo, pressupõe-se que as práticas de ensino possam ser descritas apenas em termos de comportamentos quantificáveis e exclusivamente centrados nos professores. Porém, não há nada que nos diga que um número elevado de questões colocadas pelo professor seja mais eficaz que uma única questão no momento certo.

Em todos estes estudos a principal variável dependente utilizada tem vindo a ser a realização dos alunos. Geralmente, são utilizados testes de realização padronizados que, raramente, reflectem o que o professor ensinou na sala de aula. São testes que não permitem obter informação sobre os processos de resolução utilizados e que pouco úteis são para o ensino. Há portanto necessidade de considerar instrumentos alternativos, nomeadamente, testes com referência a critério sobre uma determinada unidade curricular, assim como instrumentos com base na psicologia cognitiva.

Uma das linhas de investigação a nível do ensino da matemática centra-se no estudo da parte da aula que se dedica ao desenvolvimento de conceitos e competências. O desenvolvimento de um conceito consiste no ensinodesse conceito, salientando as suas características relevantes e confrontando-as com características de outros conceitos; o desenvolvimento de uma competência diz respeito ao ensino centrado na explicação do funcionamento do algoritmo, nas características de determinada competência e nas suas relações com outras competências.

Em geral, o tempo dispendido pelos professores no desenvolvimento de conceitos e competências é muito reduzido. No entanto, o tipo de ensino efectuado a este nível diferencia professores eficientes de não eficientes. Professores eficientes são aqueles que dedicam mais tempo das suas aulas a trabalhar estes aspectos com os seus alunos (Good e Grouws, citados por Romberg e Carpenter, 1986).

Uma outra linha de investigação defende a perspectiva que o tipo de ensino se deve adequar à natureza do conteúdo a ensinar (Cooney, Davis, e Henderson, citados por Romberg e Carpenter, 1986). Na matemática, poder-se-á considerar dois grandes grupos de conteúdos: os conceitos e os princípios. Um conceito tem como referente um conjunto de objectos; um princípio é uma generalização que se aplica a um procedimento matemático geral.

Para ensinar estes dois tipos de conteúdo (princípios e conceitos), haverá

que escolher as estratégias mais adequadas ao seu ensino. Por exemplo, para o ensino de conceitos poderá considerar-se duas grandes categorias de estratégias:

as estratégias de caracterização e as estratégias de exemplificação.

As primeiras consistem em descrever a natureza de um conjunto de referentes para um determinado conceito. Quanto às segundas, elas consistem na identificação e apresentação de exemplos de aquilo que o conceito é e não é.

A investigação tem revelado que os professores utilizam um conjunto limitado e rígido de estratégias de ensino. Pensa-se, no entanto, que um trabalho com os professores de discussão e aplicação de estratégias várias (nomeadamente estratégias de caracterização e exemplificação), poderá enriquecer o leque de meios geralmente utilizados no ensino de conceitos e competências.

Feita esta muito breve revisão de alguns dos aspectos mais relevantes da investigação sobre a aprendizagem e o ensino da matemática, gostaríamos de concluir referindo as directrizes dadas por Romberg e Carpenter (1986) para o que eles consideram que deverá ser a investigação sobre a matemática nos próximos tempos:

- Tomar a investigação sobre a aprendizagem da matemática mais abrangente, não a limitando a um contexto laboratorial, mas realizando-a, igualmente, em contexto de sala de aula;
- Considerar os processos de aprendizagem na realização de investigação sobre o ensino da matemática;
- Construir modelos dinâmicos que estabeleçam a ligação entre ensino e aprendizagem, permitindo captar todo o processo de construção do significado do conhecimento em contexto de sala de aula;
- Considerar o papel dos computadores e da nova tecnologia na investigação sobre a matemática;
- Desenvolver novos instrumentos de avaliação que permitam avaliar não só a produção de respostas correctas, mas também os conhecimentos anteriores e as estratégias dos alunos;
- Implementar programas de investigação em equipa e em continuidade, pois só assim será possível responder a questões necessariamente complexas.

3. OBJECTIVOS DO TRABALHO

A hipótese por nós já formulada é de que as dificuldades de generalização de práticas educativas inovadoras se prendem com a ausência de quadros de referência conceptuais e instrumentais que permitam ao professor tomadas de decisão críticas acerca do seu ensino.

Assim, pretendemos verificar a ausência ou não de quadros de referência conceptuais e instrumentais na prática de ensino da matemática. Os nossos objectivos serão os seguintes:

- 1- Verificar se o professor possui os instrumentos⁽¹⁾ necessários para avaliar a "distância/proximidade"⁽²⁾ dos alunos em relação aos conceitos ensinados.
- 2- Verificar se o professor detem os instrumentos que lhe permitam uma transmissão clara e completa dos conceitos a ensinar.
- 3- Verificar se o professor possui os instrumentos que lhe permitam levantar mapas cognitivos claros e ricos.

⁽¹⁾ Instrumentos deverão ser entendidos no sentido de organização conceptual e metodológica do processo de ensino-aprendizagem.

⁽²⁾ Por distância/proximidade entenda-se a familiaridade, compreensão e envolvimento numa criança em relação a determinado conteúdo de aprendizagem.

4. METODOLOGIA

4.1. JUSTIFICAÇÃO DA ESCOLHA REALIZADA - A INVESTIGAÇÃO - ACÇÃO

Esteves (1986) define metodologia da seguinte forma:

"Pensamos [...] que a metodologia corresponde a um corpo misto de conhecimentos onde se interligam, para além das técnicas próprias de uma disciplina científica ou apropriáveis por ela, elementos teóricos e epistemológicos subjacentes quer àquelas quer à prática no seu conjunto da investigação disciplinar, de modo a traçar a lógica de aproximação à realidade." (p. 252)

Para alcançar os objectivos que nos propusemos, pretendemos uma "aproximação à realidade" que permita captar o processo de ensino-aprendizagem em toda a sua complexidade e no seu contexto natural, a sala de aula.

Parece-nos ainda, que um dos meios mais eficazes para a compreensão do acto educativo reside na avaliação dos efeitos de modificações cuidadosamente planeadas sobre o processo de ensino-aprendizagem. Dearborn dizia a Bronfenbrenner: "Bronfenbrenner, quando quiser compreender alguma coisa, procure mudá-la" (Evans, 1985).

Todos estes aspectos levaram-nos a considerar a investigação-acção como a metodologia apropriada ao nosso objectivo de estudo.

A investigação-acção é uma intervenção em pequena escala no funcionamento do mundo real e uma análise próxima dos efeitos dessa intervenção (Cohen e Manion, 1980). Segundo os mesmos autores, ela é situacional, colaborativa, participativa e auto-avaliativa.

É situacional, porque está preocupada em diagnosticar um problema num contexto específico e em tentar resolvê-lo nesse contexto.

Geralmente é colaborativa, na medida em que equipas de investigadores e práticos trabalham em conjunto num determinado projecto.

É participativa, porque os próprios membros da equipa participam directa ou indirectamente na implementação da investigação.

É auto-avaliativa, já que são avaliadas as modificações surgidas em consequência da acção realizada e são determinadas as fases posteriores em função dos dados recolhidos. A avaliação é contínua e formativa, permitindo uma acção adaptada às necessidades das pessoas em questão (Pourtois, 1984).

4.2. INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS UTILIZADOS

4.2.1. INTRODUÇÃO

Seguindo as directrizes do modelo de intervenção habitual, será realizado um trabalho de equipa envolvendo uma psicóloga e uma professora do 1º Ciclo do Ensino Básico. O trabalho centrar-se-á na área curricular da matemática, sendo o foco da intervenção a turma em geral.

A turma em questão é uma turma em continuidade do 2º ano da 2ª fase, sendo constituída por 19 alunos, dois dos quais repetentes.

A razão da escolha desta turma prende-se, essencialmente, com a sua professora. Tendo já trabalhado com a Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação na implementação dum Programa Individualizado de Ensino, manifestou interesse em manter essa colaboração. Aderiu prontamente à realização deste estudo.

Com base no Modelo de Análise de Tarefas do Desenvolvimento Curricular e a partir dos objectivos específicos do programa do 1º Ciclo do Ensino Básico para o 2º ano da 2ª fase (ver Anexo I), psicóloga e professora seleccionaram os seguintes conceitos-chave para o desenvolvimento da intervenção:

- O Milhão;
- Os Números Decimais;
- A Área;
- O Volume.

A psicóloga elaborou quatro instrumentos para a avaliação-intervenção do processo de ensino-aprendizagem destes quatro conceitos.

Os instrumentos baseiam-se nos modelos de avaliação-intervenção que, até este momento, têm orientado a nossa prática como psicólogos:

- O modelo da análise de tarefas;
- O modelo do ensino directo;
- A hierarquia de ensino-aprendizagem;
- O ensino preciso.

Embora tendo consciência de que estes instrumentos são uma forma (entre muitas) de "captar" o acto educativo, pretendemos avaliar a sua adequação e utilidade para a prática do ensino da matemática. Este será um objectivo a acrescentar aos já referidos (ver ponto 3.).

4.2.2. INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Instrumento 1 - Hierarquia de competências

Para cada conceito-chave será elaborada uma hierarquia de competências segundo as directrizes da análise de tarefas e do ensino directo. Serão definidas as competências necessárias à introdução do novo conceito (pré-competências). Serão igualmente identificadas as competências componentes do conceito⁽¹⁾, assim como as suas interrelações e interdependências (representadas através de setas). Comparar-se-á a hierarquia proposta com a hierarquia observada, a fim de detectar possíveis lacunas no processo de ensino-aprendizagem.

⁽¹⁾ Para cada conceito-chave são definidas competências terminais ou objectivos cognitivos terminais. É com base na análise de cada um destes objectivos que são identificadas as competências componentes (que poderão envolver conjuntos relacionados de conceitos e operações).

Instrumento 2 - Introdução do conceito

Será realizada uma observação naturalista na aula de introdução a cada um dos conceitos-chave, registo esse que permitirá estabelecer a sequência de ensino seguida pela professora. O objectivo consiste pois em avaliar os moldes em que o conceito é introduzido: Há revisão de pré-competências? Como é introduzido o conceito? Que estratégias são utilizadas?

De acordo com o modelo do ensino directo, antes de introduzir um novo conceito ter-se-á de verificar a mestria das pré-competências. Nesta linha, pretende-se verificar se as pré-competências foram revistas pela professora e são dominadas pelos alunos (a).

O conceito deverá ser introduzido a partir de exemplos adequados e variados daquilo que o conceito é, exemplos positivos, e daquilo que o conceito não é, exemplos negativos. Os exemplos positivos deverão possuir todas as características relevantes do conceito, enquanto que os exemplos negativos, só deverão ter algumas ou nenhuma dessas características (b).

Ainda segundo orientação do ensino directo, as diferentes competências deverão ser introduzidas e trabalhadas passo a passo sucessivamente. Relativamente às estratégias de ensino a utilizar, tanto o ensino directo como o modelo da hierarquia de ensino-aprendizagem, preconizam uma situação de ensino-aprendizagem estruturada e centrada na professora (c).

Instrumento 3 - Hierarquia de ensino-aprendizagem

Considerando que o ciclo de aprendizagem só está completo, quando uma competência é utilizada de forma modificada e adaptada em resposta a novos problemas e situações (Haring e Eaton, 1978x), o trabalho a nível de cada conceito será analisado em função de quatro fases de aprendizagem:

- Aquisição (em que o objectivo consiste no ensino duma nova resposta até esta atingir o nível de precisão exigido);
- Fluência (em que se pretende ensinar uma resposta até que esta seja, não só exacta, mas também suficientemente rápida e eficaz);

- Generalização (com o objectivo de ensinar a dar a resposta aquando da apresentação de novos estímulos);
- Adaptação (em que se procura ensinar a adaptar a resposta a situações novas).

Pretende avaliar-se até que ponto existe um trabalho intencional por parte da professora a nível destas diferentes fases por que passa o ensino e a aprendizagem de um conceito.

Instrumento 4 - Avaliação (provas) e Análise do erro

Serão elaboradas Provas para avaliar as competências-chave de cada conceito (com excepção do milhão). Estas provas serão uma adaptação das provas utilizadas no ensino preciso. Construir-se-ão testes com o objectivo de avaliar a realização dos alunos em pequenas amostras de tarefa implicando competências específicas. Dadas as características dos alunos e dos conteúdos a ensinar, optou-se por testes frequentes (mas não diários) e sem tempo limite. Foi seleccionado como critério de sucesso aquele que é mais frequentemente utilizado - 80%.

As respostas às provas serão analisadas no sentido de verificar a mestria de determinada competência. Serão realizadas análises dos erros dados para detectar padrões de erro e suas causas possíveis.

As provas permitirão assim identificar eventuais lacunas no processo de ensino-aprendizagem e seleccionar processos alternativos de ensino. Facilitarão ainda, já que a sua elaboração última pertencerá à professora, compreender os seus quadros de referência conceptuais.

4.2.3. FASES DE IMPLEMENTAÇÃO DO PROJECTO

A professora e a psicóloga reunir-se-ão periodicamente, sendo a intervenção da psicóloga sempre indirecta e competindo à professora dar as aulas, construir os instrumentos de avaliação dos alunos ("Provas") e realizar as respectivas correcções.

Numa 1ª fase será avaliado o processo de ensino-aprendizagem de um conceito (o Milhão) sem qualquer intervenção da psicóloga que se limitará a observar. Nesta fase, não haverá pois reuniões entre psicóloga e professora. Será realizada a observação da aula de introdução ao conceito em causa. Não serão aplicadas provas, mas apenas analisadas fichas de avaliação aplicadas pela professora por sua própria iniciativa. Os dados obtidos serão analisados à luz da hierarquia de competências (Silbert, Carnine e Stein, 1981) e da hierarquia de ensino-aprendizagem (Haring e Eaton, 1978).

Numa 2ª fase avaliar-se-á o processo de ensino-aprendizagem de um conceito (os Números Decimais), sendo propostos instrumentos de avaliação da aprendizagem dos alunos. Nesta fase, as reuniões verificar-se-ão apenas após a aula de introdução do conceito para definição do tipo de provas a construir e para discussão dos resultados obtidos. A observação da aula de introdução do conceito será realizada, serão aplicadas provas e será feita a sua análise do erro. Os resultados obtidos serão avaliados à luz das hierarquias de competências e de ensino-aprendizagem.

Com a introdução das PROVAS pretende-se essencialmente atingir três objectivos:

- 1- Obter informação mais detalhada sobre o processo de ensino-aprendizagem sem haver necessidade duma observação contínua de todas as aulas;
- 2- Detectar as competências adquiridas e não adquiridas dos alunos, isto é, a sua "distância / proximidade" em relação aos conceitos ensinados;
- 3- Avaliar até que ponto a utilização destes instrumentos irá colmatar as lacunas do ensino-aprendizagem.

Numa 3ª e última fase será avaliado o ensino-aprendizagem de dois conceitos (a Área e o Volume), sendo utilizados os instrumentos de avaliação propostos e estudadas formas de transmissão eficazes desses conceitos. Nesta fase, haverá uma reunião de preparação para a introdução e o desenvolvimento de cada conceito. Seguir-se-ão encontros para determinação do tipo de provas a construir e discussão dos resultados obtidos pelos alunos. Nesta última fase é elaborada em conjunto com a professora a hierarquia de competências. É também discutida a necessidade de trabalhar estas competências a nível das diferentes fases de aprendizagem, enfatizando-se a aquisição e a generalização⁽¹⁾. Ainda na reunião de preparação são definidas as pré-competências a trabalhar e são discutidas formas de introdução do conceito que explicitem as suas características mais relevantes. Salientando-se a necessidade de estrutura numa fase de aquisição inicial, são apontadas estratégias de ensino adequadas.

Nesta 3ª fase, para além dos 3 objectivos da fase anterior, existe ainda um quarto objectivo:

Avaliar até que ponto reuniões de programação em que se definem meios adequados de transmissão de conceitos, permitem colmatar as lacunas do processo de ensino-aprendizagem.

⁽¹⁾ Um trabalho a nível da fluência não se adequa a grande parte das tarefas exigidas a um 4º ano de escolaridade, pois são já tarefas relativamente complexas. Quanto à adaptação, embora inicialmente estivesse previsto um trabalho a esse nível, a falta de tempo (em parte devida às dificuldades sentidas pelos alunos nas fases anteriores de aquisição e generalização) não o permitiu.

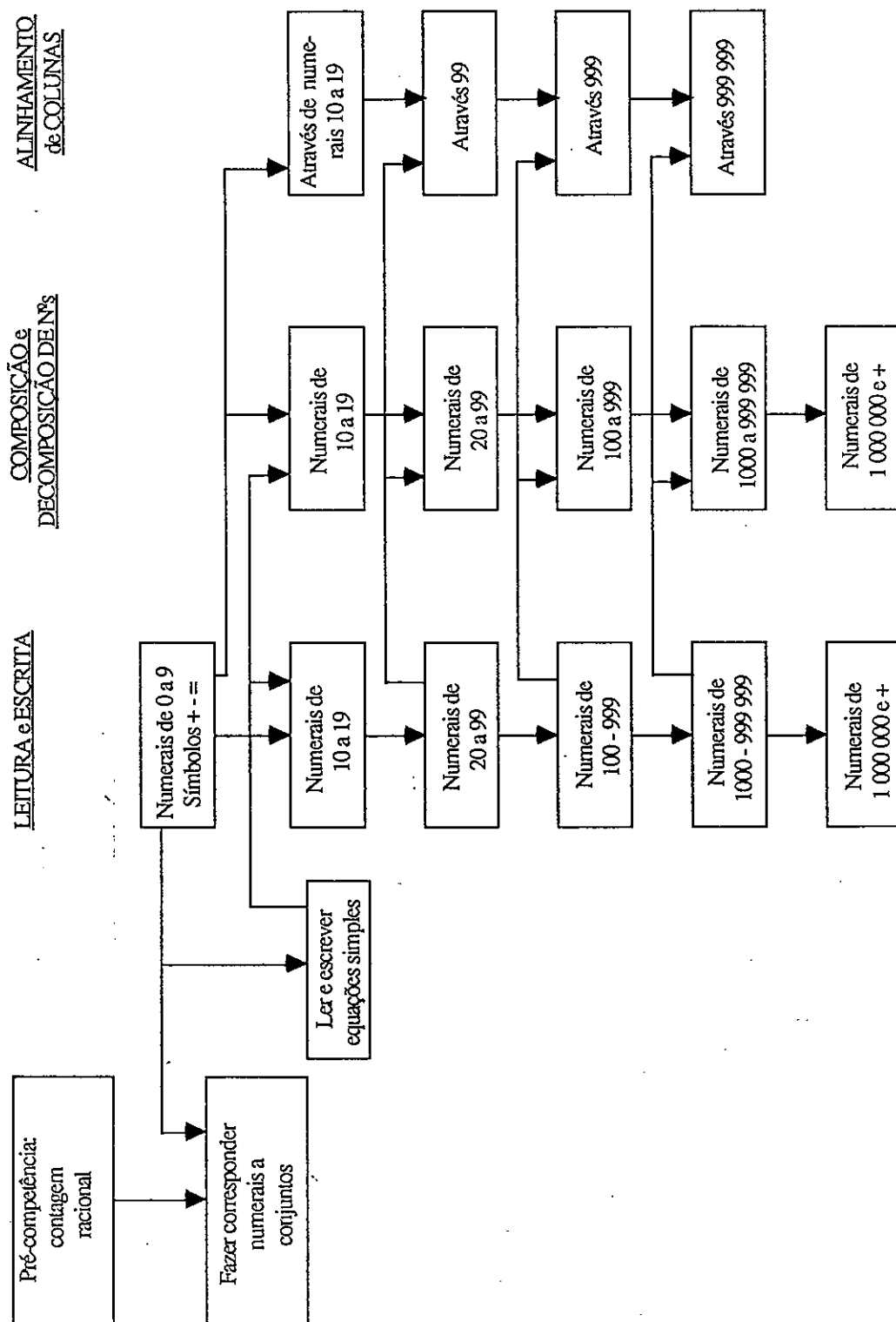
5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1. O MILHÃO

HIERARQUIA DE COMPETÊNCIAS

(ADAPTADO DE SILBERT, CARNINE, E STEIN, 1981)

SÍMBOLOS NUMÉRICOS, SEU VALOR ABSOLUTO E RELATIVO



Silbert, Carmine e Stein (p. 80) consideram que o domínio dizendo respeito aos "SÍMBOLOS NUMÉRICOS, SEU VALOR ABSOLUTO E RELATIVO" é constituído por três grandes vertentes:

- (a) Leitura e escrita de numerais;
- (b) Alinhamento de colunas;
- (c) Composição e decomposição de números.

A pedra base de toda a hierarquia consiste na leitura e escrita de numerais de 0 a 9 (que implica, necessariamente, a composição e decomposição de quantidades).

A introdução da composição e decomposição de números, assim como do alinhamento de colunas é feita em paralelo, após a leitura e escrita de numerais. Depois de o aluno, por exemplo, saber ler e escrever numerais de 20 a 99, o professor trabalhará as outras duas vertentes. A composição e decomposição de números consiste na escrita do numeral sob a forma duma soma, em que o valor de cada dígito se exprime como uma parcela da soma (por exemplo: $42 = 40 + 2$). O alinhamento de colunas diz respeito à escrita dos numerais na vertical, de forma a que unidades, dezenas, centenas se disponham em colunas (por exemplo, $426 + 32$ escreve-se 426 e não 426).

$$\begin{array}{r} + 32 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} + 32 \\ \hline \end{array}$$

Para introduzir o conceito de MILHÃO, há então a considerar estas vertentes. É também necessário verificar se o nível anterior da Hierarquia (numerais de 1000 a 999999) é dominado, em todas as suas vertentes, pelos alunos.

II - INTRODUÇÃO DO CONCEITO

A- SEQUÊNCIA DE ENSINO

COMO FOI	COMENTÁRIOS
— Revisão das pré-competências necessárias ao ensino do novo conceito que é o "MILHÃO": - A professora escreve as seguintes equivalências no quadro $10\text{ u} \rightarrow 1\text{ d}$ $10\text{ d} \rightarrow 1\text{ c}$ $10\text{ c} \rightarrow 1\text{ M}$ Explica as equivalências acima referidas concretizando com a ajuda do Material de Apoio Multibásico (M.A.B.). - A professora revê as noções de ordem, classe e numeração decimal. - É realizada a escrita e leitura (em extensão, por classes e ordens) de 2 números - MILHARES (a dezena de milhar, a centena de milhar) - A detecção dum aluno que erra a escrita de dez dezenas de milhar leva a professora a recuar na sequência de ensino até às dezenas / unidades (20 unidades ou 2 dezenas). - Vide Hierarquia de Competências, Ponto I - A professora avança na sequência de ensino, voltando o aluno a hesitar na classe dos MILHARES (ausência de precisão de resposta).	A professora faz uma breve revisão de algumas competências necessárias à introdução do novo conceito: - Realiza 2 exercícios de leitura e escrita de milhares em extensão. - Realiza também a leitura por ordens e classes desses mesmos números, o que poderá ser considerado composição e decomposição de números, tal como Silbert, Carmine e Stein referem (1981). - Não é feito qualquer tipo de revisão para a escrita de números em algoritmo ("alinhamento de colunas" - vide Hierarquia de Competências, Ponto I). É detectado um aluno que parece não dominar a leitura e escrita de milhares. A professora recua na sequência de ensino para lhe reensinar esta competência. Quando a professora avança novamente, o aluno hesita, parecendo não dominar a competência de ler milhares.

COMO FOI

COMENTÁRIOS

—Introdução do novo conceito:

- escrita e leitura da centena de milhar (em extensão, por classes e ordens);
- escrita e leitura de dez centenas de milhar (em extensão e por classes); a classe do MILHÃO.
- Os alunos realizam exercícios no lugar - escrever, por extenso, 5 números (milhões) escritos numericamente pela professora no quadro. De referir que todos esses números são milhões e 3 deles têm zeros intermédios. (ex: 2000100; 9001500).
- Uma aluna vai ao quadro fazer os 5 exercícios acima referidos, revelando dificuldade nos 4º e 5º números (ambos com zeros intermédios).
- A professora ajuda a aluna em dificuldades, levando-a a fazer uma leitura do número por ordens, depois em extensão e, finalmente, levando-a a escrevê-lo por extenso.
- A professora representa números (2 exercícios) num ábaco desenhado no quadro, tendo os alunos que
 - 1) escrever o nº;
 - 2) separar o nº por classes;
 - 3) ler o nº;
 - 4) escrever o nº por extenso.
- A professora manda 1 aluna ao quadro para realizar o 1º exercício e uma 2ª aluna para realizar o 2º exercício;
- Os restantes alunos realizam os 2 exercícios no lugar.

A introdução do MILHÃO é realizada através dum exercício - escrita de dez centenas de milhar e leitura posterior por classes (unidades; milhares; milhões).

A professora passa imediatamente à realização de exercícios individuais de escrita de números - MILHÕES - por extenso.

Mesmo sendo uma aula de introdução, três dos exercícios contêm zeros intermédios que, provavelmente, tornarão a tarefa mais complexa.

A professora detecta dificuldades na aluna que vai ao quadro, o que a leva a estruturar a situação de ensino-aprendizagem. Através de ajudas verbais, proporciona a realização do exercício passo a passo (leitura por ordens e classes, leitura em extensão e escrita do nº por extenso).

Nestes 2 exercícios a professora dá ajudas verbais às 2 alunas que vão ao quadro.

De referir que, também aqui, os números têm zeros intermédios, no 1º caso um, no 2º dois (e é a este nível que a aluna revela dificuldades).

B- PRÉ-COMPETÊNCIAS:

De acordo com a Hierarquia de Competências já apresentada, haveria que considerar 3 grandes grupos de pré-competências para a introdução do MILHÃO:

- Leitura e Escrita de Números até aos Milhares, inclusivé;
- Composição e Decomposição de Números até aos Milhares, inclusivé;
- Alinhamento de Colunas de Números até aos Milhares, inclusivé.

A aula observada começa com uma breve revisão de pré-competências, sendo realizados dois exercícios com números da classe dos MILHARES. Nestes exercícios foram exigidas competências de Leitura e Escrita de números em extensão, mas também por classes e ordens. Poder-se-á considerar que este último tipo de leitura e escrita implica a Composição e Decomposição de números (referida na Hierarquia). Não é feita qualquer revisão a nível do Alinhamento de Colunas.

Embora durante a revisão seja detectado, pelo menos, um aluno não dominando as pré-competências, o conceito é introduzido.

C- INTRODUÇÃO DO CONCEITO

O conceito é introduzido através dum único exemplo - escrita de dez centenas de milhar e sua leitura posterior por classes.

Provavelmente a inclusão de mais e variados exemplos teria sido proveitosa para uma maior clarificação do conceito.

Também não foram apresentados exemplos de números que não fossem milhões, como, por exemplo, milhares, o que poderia facilitar a discriminação entre conceitos.

Na mesma linha do trabalho a nível das revisões, foi realizada a Leitura e Escrita de números por extenso e também por ordens e classes. Embora a leitura e escrita de números por ordens e classes implique uma composição e decomposição de números, não leva a um trabalho explícito em que se reescreve o número como um problema de adição. Não foi feito nenhum trabalho a nível do Alinhamento de Colunas.

D- ESTRATÉGIAS

Nesta aula passou-se da introdução do conceito à realização de exercícios com supervisão da professora. Os alunos passaram quase de imediato para um contexto de ensino-aprendizagem pouco estruturado, em que vários passos são realizados sem orientação do professor e em que este não recebe feedback dos diferentes passos que os alunos dão.

Quando é detectado um aluno com dificuldades, a professora ajuda o aluno na realização dos exercícios, proporcionando-lhe a estruturação necessária. Provavelmente a introdução de ajudas e maior estruturação na sequência normal do ensino (e não apenas como estratégia de recurso quando os alunos estão em dificuldades) promoveria a aquisição e mestria das competências. Assim, numa fase inicial, a professora daria as ajudas, moldando as respostas dos alunos. À medida que a precisão e a fluência de resposta aumentassem, seriam retiradas estas ajudas. Passar-se-ia então à realização de exercícios de forma independente.

III - FASES DE APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO

Até este momento, os instrumentos utilizados foram apenas de observação-avaliação. No entanto, o nosso objectivo é mais ambicioso. Pretendemos avaliar não apenas o início de todo o processo de ensino de um conceito, mas também o impacto que este ensino tem na aprendizagem dos alunos. Foi com este fim que analisamos as FICHAS DE AVALIAÇÃO utilizadas pela professora dizendo respeito ao conceito de "MILHÃO" e suas pré-competências (2 fichas de avaliação, uma de 24.11.89 e outra de 31.1.90).

Silbert, Carnine e Stein (1981) consideram três vertentes no ensino e aprendizagem do "MILHÃO".

- a sua leitura e escrita (a); a sua composição e decomposição (b); e o alinhamento de colunas (c).

Verificamos, porém que as Fichas aplicadas permitem apenas uma avaliação demasiado global:

A primeira ficha pede a decomposição em ordens de 3 números (MILHARES), não sendo feito qualquer pedido em relação aos "MILHÕES". Os alunos têm de completar os seguintes exercícios:

- 2834 = _____ milhares + _____ centenas + _____ dezenas + _____ unidades.
- 5716 = _____ centenas + _____ unidades
- 9684 = _____ dezenas + _____ unidades

A partir da análise dos erros dados e tendo em conta o número restrito de exemplos, poder-se-á formular a hipótese de que a escrita de milhares por ordens está adquirida (todos os alunos realizam correctamente o primeiro exercício), mas ainda não está generalizada (grande percentagem de erros nos 2º e 3º exercícios).

Na segunda ficha é pedida a leitura e escrita por extenso de Milhões, sendo apenas apresentados dois exercícios (escrita de 35 072 328 e de 4 008 600).

MILHÃO

Fichas de avaliação de 24/11/1989 (3 itens) e de 31/1/1990 (2 itens).

Nº de respostas correctas por aluno / % de respostas correctas por aluno

ALUNOS	24-11-89		31-1-90	
	3 itens		2 itens	
1	3/3	100%	0/2	0%
2	3/3	100%	2/2	100%
3	2/3	67%	2/2	100%
4	-	-	2/2	100%
5	1/3	33%	2/2	100%
6	3/3	100%	1/2	50%
7	2/3	67%	2/2	100%
8	1/3	33%	2/2	100%
9	1/3	33%	0/2	0%
10	-	-	-	-
11	1/3	33%	2/2	100%
12	2/3	67%	2/2	100%
13	1/3	33%	1/2	50%
14	1/3	33%	2/2	100%
15	3/3	100%	1/2	50%
16	3/3	100%	2/2	100%
17	3/3	100%	0/2	0%
18	1/3	33%	2/2	100%
19	2/3	67%	0/2	0%
Nº de alunos que atingiram o critério (80%)	6		11	
Nº de alunos com menos de 80%	11		7	

Onze dos dezoito alunos que realizaram a ficha responderam correctamente aos dois itens. No entanto, quatro alunos erraram ambos os itens, revelando dificuldades a nível da escrita de milhões.

Como se pode verificar, a nível da avaliação da aquisição e aplicação do conceito de "Milhão", a informação é reduzida, limitando-se à vertente (a) referida por Silbert, Carmine e Stein (1981) e mesmo esta só a partir de dois exercícios.

O facto de não ser possível detectar quais as competências específicas adquiridas, assim como as lacunas existentes, leva-nos a repensar a forma usual de avaliação do processo de ensino-aprendizagem. Parece revelar-se necessária uma avaliação contínua e formativa, permitindo identificar as competências não adquiridas.

IV- MILHÃO - ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

SOBRE A AVALIAÇÃO E TRABALHO A NÍVEL DAS PRÉ-COMPETÊNCIAS NECESSÁRIAS AO CONCEITO

É realizada uma breve revisão das pré-competências necessárias a nível da "Leitura e Escrita" e da "Composição e Decomposição de Números". Não é feita qualquer revisão a nível da 3ª vertente referida por Silbert, Carmine e Stein, o "Alinhamento de Colunas".

Embora seja detectado um aluno não dominando as pré-competências necessárias, o conceito é introduzido.

SOBRE A INTRODUÇÃO DO CONCEITO

O conceito de Milhão é introduzido a partir dum exemplo único. A ausência de exemplos variados do que é o Milhão, assim como a sua não discriminação de exemplos negativos, poderão dificultar a compreensão clara e completa do conceito. A introdução conceptual centra-se, essencialmente, na "Leitura e Escrita de Números", sendo dada pouca ênfase à sua Composição e Decomposição e não sendo feita qualquer referência ao "Alinhamento de Colunas".

SOBRE AS ESTRATÉGIAS UTILIZADAS NA INTRODUÇÃO CONCEPTUAL

Após a introdução do conceito há uma passagem quase imediata para um contexto de ensino-aprendizagem pouco estruturado. Sempre que é detectado um aluno com dificuldades, é-lhe proporcionada a estruturação necessária através de ajudas adicionais fornecidas pela professora.

SOBRE A AVALIAÇÃO REALIZADA

A única informação disponível diz respeito a dois itens duma Ficha de Avaliação sobre a "Leitura e Escrita" de milhões. O número reduzido de itens fornece pouca informação sobre as eventuais lacunas na aprendizagem dos alunos, não havendo quaisquer

dados sobre as competências de "Composição e Decomposição de Números" e "Alinhamento de Colunas".

A avaliação realizada não permite igualmente verificar até que ponto há generalização e adaptação das competências. No entanto, os resultados obtidos na primeira ficha revelam dificuldades na generalização da escrita de milhares, sugerindo a possibilidade do mesmo acontecer na escrita de milhões, competência mais complexa.

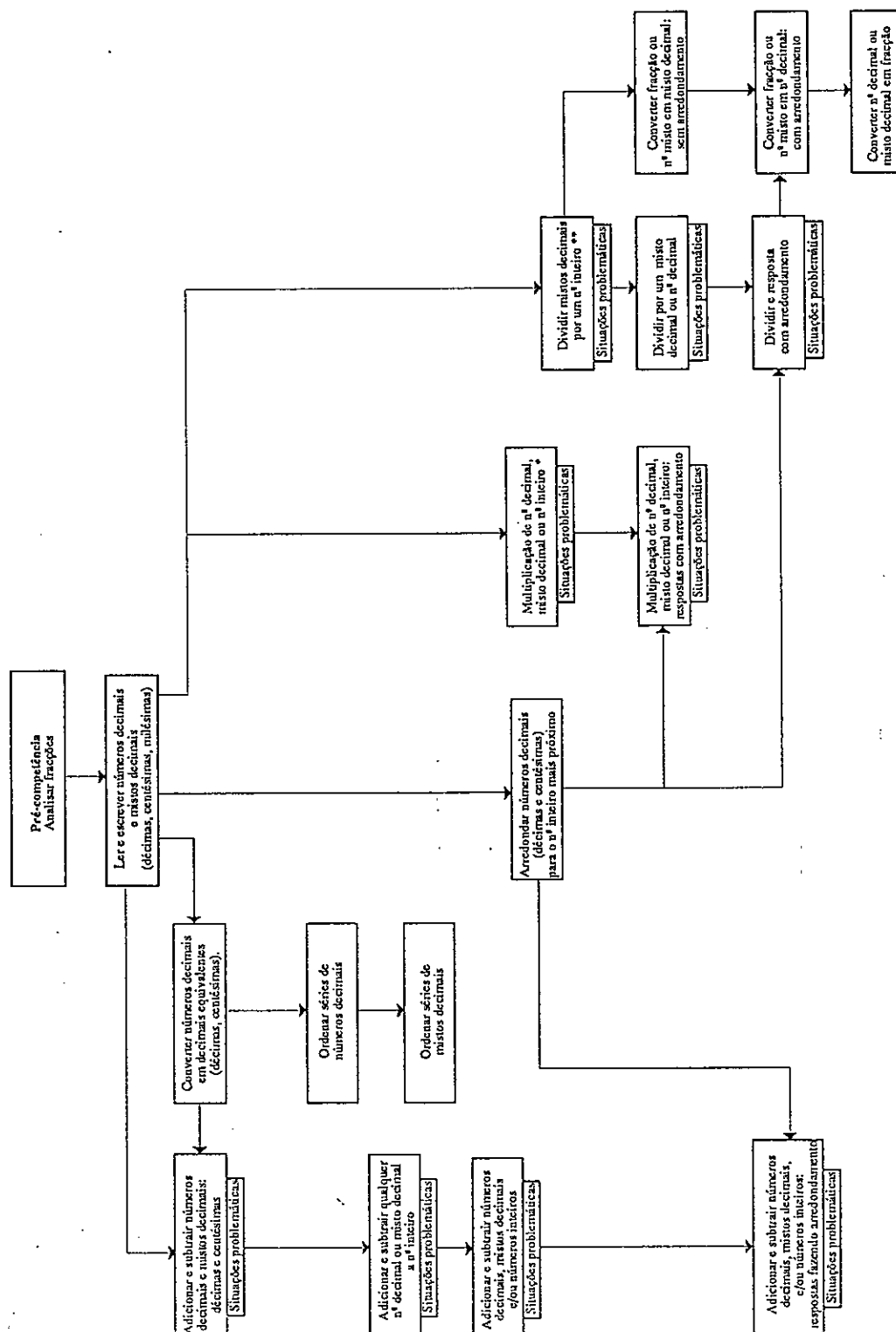
A conclusão de que a avaliação disponível não permite detectar as competências específicas adquiridas, assim como possíveis lacunas, leva-nos a repensar as formas de avaliação utilizadas usualmente no processo de ensino-aprendizagem.

5.2. OS NÚMEROS DECIMAIS

HIERARQUIA DE COMPETÊNCIAS

(ADAPTADO DE SILBERT, CARNINE, E STEIN, 1981)

NÚMEROS DECIMAIS



- * Para a realização da "Multiplicação de números decimais, mistos decimais ou números inteiros", há que realizar, previamente, o seguinte passo:
 - Multiplicação de números decimais e mistos decimais por número inteiro (em que, numa primeira fase, se realizam multiplicações por 10, 100 e 1000).
- ** Para a realização da "Divisão de números mistos decimais por um número inteiro" convém realizar, numa fase inicial, divisões por 10, 100 e 1000.

Os alunos deverão observar que multiplicar por 0,1 / 0,01 / 0,001 equivale a dividir por 10 / 100 / 1000. Deverão igualmente, verificar que dividir por 0,1 / 0,01 / 0,001 equivale a multiplicar por 10 / 100 / 1000.

O ensino de NÚMEROS DECIMAIS abarca sete grandes áreas (Silbert, Carnine e Stein, 1981):

- 1 - Ler e escrever números decimais e números mistos decimais;
- 2 - Converter números decimais em decimais equivalentes;
- 3 - Adicionar e subtrair números decimais;
- 4 - Arredondar números decimais;
- 5 - Multiplicar números decimais;
- 6 - Dividir números decimais;
- 7 - Realizar conversões entre o sistema de notação decimal e o sistema de notação fraccionário.

"Analisar fracções" é considerada a pré-competência necessária à introdução dos números decimais. Embora o currículo português do 1º Ciclo do Ensino Básico não contemple operações com números fraccionários, nada impede um trabalho a nível das competências componentes implicadas na análise de fracções (analisar o todo e as partes do todo e estabelecer relações).

A Hierarquia de Competências dos Números Decimais tem como pedra de base a Leitura e Escrita de números decimais e mistos decimais. Sem uma prática suficiente a este nível, os alunos terão grandes dificuldades em competências mais complexas envolvendo números decimais.

II - INTRODUÇÃO DO CONCEITO

A- SEQUÊNCIA DE ENSINO

COMO FOI

- A professora começa por introduzir a décima ("um dos 10 bocados em que se divide a unidade"), sem fazer uma revisão prévia das pré-competências⁽¹⁾.

São dados exemplos do que é uma décima- um cubo de uma barra de 10 cubos; um decímetro do metro; uma das dez partes em que um diagrama está dividido.

- A professora introduz a escrita de uma décima.

- Os alunos inventam situações problemáticas com números decimais:

- * As situações problemáticas implicam
 - adição de números decimais;
 - subtração de números decimais a uma unidade;
 - divisão de números decimais por números inteiros.

* Algumas das situações problemáticas inventadas pelos alunos levantam algumas questões:

1) Situação que implica a adição de dois números decimais, cuja soma é superior à unidade ($0,5 + 0,8 > 1$). A professora refere que tal situação problemática não é possível.

⁽¹⁾ De referir que o conceito já tinha sido introduzido no final do ano lectivo anterior.

COMENTÁRIOS

Não é feita uma revisão das pré-competências - a profª não revê a divisão da unidade em partes inteiras e iguais (i. e: em 2, 3, 4... até chegar à divisão em 10 partes).

Seria provavelmente útil dar mais exemplos do que é a divisão em 10 partes, alargando posteriormente a outros números decimais (p.ex: 0,2; 0,3; etc). Seria importante o exemplo de unidades diferentes e de tamanhos diferentes para que não se venha a associar uma unidade ou as suas partes a dimensões padrão.

A passagem de "1 bocado em 10" ou "uma décima" para a escrita de uma décima ("0,1") não é explicitada:

$$\begin{array}{r|l} 1,0 & 10 \\ 0,0 & 0,1 \end{array}$$

A resposta da professora poderá não ter sido a mais adequada, já que é possível a adição de 2 números decimais cuja soma seja superior à unidade. (ver anexo III).

COMO FOI

COMENTÁRIOS

2) Situação que implica décimas de várias unidades diferentes (3 décimas dum papel médio; 2 décimas dum papel pequeno; 5 décimas dum papel maior). A professora considera tal situação problemática impossível, por os dados não se referirem a uma unidade.

* Alunos continuam a inventar situações problemáticas. A professora aproveita para demonstrar no quadro como se adicionam 2 números decimais em algoritmo e como se subtrai um número decimal a 1 unidade.

* Nova situação problemática inventada por um aluno que levanta questões:

...

3) Situação que implica a divisão da unidade em 12, exigindo como tal o uso da fracção (neste caso $6 / 12$)

- A professora dá exemplos de fracções (i. e: números que não são decimais, embora lidem com algo que foi dividido em partes iguais).

- $1 / 26$; $8 / 26$; $5 / 12$

* Alunos continuam a inventar situações problemáticas

- situação que implica a adição de 3 números decimais e a subtracção do resultado a 1 unidade.

É provável que esta situação surja por não terem sido apresentados exemplos de unidades diferentes. A professora considera a situação impossível, já que os dados não se referem a uma unidade. Não fica claro que o problema reside no facto das unidades serem diferentes, e não no facto de serem várias. Ex.: 3 décimas dum papel médio e 2 décimas dum papel pequeno não podem ser adicionadas, mas 3 décimas dum papel médio e 2 décimas doutro papel médio podem ser adicionadas.

Silbert, Carnine e Stein (1981) consideram a análise de fracções uma pré-competência do ensino-aprendizagem de números decimais. No nosso país, o currículo do 1º Ciclo do Ensino Básico não contempla operações com números fraccionários, embora preconize (sem grandes explicitações) a sua utilização. No entanto, só um trabalho prévio a nível da análise do todo e das partes permitirá aos alunos compreender que o número decimal implica uma divisão da unidade em 10 (na décima), em 100 (na centésima), em 1000 (na milésima).

Para uma compreensão clara do nº decimal, a professora viu-se obrigada a dar exemplos de fracções - exemplos negativos do que é um número decimal. No entanto, talvez fosse importante mostrar aos alunos que números decimais e fracções são formas equivalentes de representar a operação de divisão.

COMO FOI

COMENTÁRIOS

↓

- aluno realiza a soma em algoritmo, no quadro.

- aluno realiza a subtração em algoritmo

$$\begin{array}{r} 1 \\ -0,8 \\ \hline \dots \end{array}$$

- Introdução aos números mistos decimais a partir duma situação problemática implicando a multiplicação dum número inteiro por um número decimal.

De seguida, são dadas mais três situações problemáticas semelhantes (que implicam igualmente a multiplicação dum número inteiro por um número decimal).

- Aluno propõe situação problemática implicando a divisão de 10 décimas por 3 (calcular a terça parte de 10 décimas) e a subtração da terça parte de 10 décimas a 10 décimas (ou 1 unidade)

- Alunos escrevem no quadro números mistos decimais (ex: A professora diz "2 unidades e 6 décimas" e o aluno escreve "2,6").

- Aluna lê números mistos decimais (ex: "2 unidades e 6 décimas").

- Aluno faz adição de números decimais e números mistos decimais em algoritmo, depois faz a subtração dum número misto decimal a um número inteiro (cálculo mental).

A profª não explicita a transformação de 1 unidade em 10 décimas e o aluno também não realiza esta transformação

$$\begin{array}{r} 1,0 \\ -0,8 \\ \hline \dots \end{array}$$

De salientar que esta situação problemática implicando um número misto decimal vai no mesmo sentido duma situação proposta por uma aluna anteriormente e considerada então pela profª como impossível (adição de 2 nºs decimais cuja soma é superior à unidade). Seria provavelmente útil aproveitar esta situação e confrontar assim números decimais e números mistos decimais.

Para uma melhor discriminação poder-se-iam apresentar vários exemplos de números mistos decimais confrontando-os com exemplos de números decimais.

A profª propõe resolução apenas a partir dum gráfico, não sendo realizado o cálculo.

COMO FOI

COMENTÁRIOS

- A professora demonstra subtração dum número misto decimal a um número inteiro (em algoritmo).

Se compararmos com a Hierarquia de Competências (cf. ponto I), podemos ver que a subtração de números decimais e n^ºs mistos decimais a um n^º inteiro é um passo que só deverá aparecer após a subtração de n^ºs decimais e n^ºs mistos decimais estar adquirida.

Podemos interrogar-nos se não terá havido a realização de muitos passos simultaneamente, sem hierarquização.

- Aluno escreve números mistos decimais no quadro, por extenso (ex: A prof^a diz "2,6" e o aluno escreve "2 unidades e 6 décimas")

- Aluno lê e escreve números mistos decimais (ex: lê "26 décimas" e escreve "vinte e seis décimas").

PRÉ-COMPETÊNCIAS

Segundo Silbert, Carmine e Stein (1981), a análise de frações é considerada uma pré-competência do ensino de números decimais. No entanto, o nosso currículo do 1º Ciclo do Ensino Básico não contempla operações com números fraccionários, embora preconize (sem grandes explicitações) a sua utilização. Nada impede um trabalho a nível das competências componentes implicadas na análise de frações. São elas, analisar o todo e as partes do todo, escrever uma fração numérica para representar um diagrama, representar em diagrama uma fração e descodificar frações próprias e impróprias. (Silbert, Carmine e Stein, p. 296).

A análise do TODO e das PARTES permite ao aluno compreender o número decimal como sendo a divisão da unidade em 10 (décimas), 100 (centésimas), 1000 (milésimas), etc. "Os números decimais são semelhantes às frações na medida em que ambos lidam com algo que foi dividido em partes iguais. Os decimais limitam-se, no entanto, a situações em que a divisão é em 10 partes ou em qualquer múltiplo de 10, i.e, 100, 1000, etc. " (idem, p. 361).

A aula observada inicia a introdução dos números decimais sem realizar qualquer revisão a nível das competências já referidas. A professora refere que estes aspectos haviam sido trabalhados no ano lectivo anterior. Reflectindo provavelmente a ausência dum trabalho a este nível, um aluno inventa uma situação problemática implicando a divisão da unidade em doze (cf. com p. 108).

INTRODUÇÃO DO CONCEITO

O conceito é introduzido a partir de três exemplos do que é uma décima (i.e.: a divisão da unidade em dez partes iguais). No entanto, não sendo a décima o único exemplo possível de números decimais, a referência a outros números decimais (por exemplo: 0,2; 0,3; 0,5; etc.) poderia ter sido feita. Seria também importante apresentar exemplos contendo unidades diferentes.

A proposta da professora no sentido dos alunos apresentarem situações problemáticas inventadas, cria uma série de potenciais oportunidades para clarificar conceitos. É o caso da situação problemática implicando a divisão da unidade em doze partes (cf. com ponto anterior, p.108) e que leva a professora a referir vários exemplos de fracções (i.e.: exemplos de números que não são decimais, embora lidem com algo que foi dividido em partes iguais). Não foi, no entanto, explicitado que os números decimais e as fracções são formas equivalentes de representar a operação de divisão.

Outro potencial clarificador do conceito de número decimal, é a situação problemática implicando décimas de unidades diferentes. A professora, ao responder que "Não podes fazer assim, porque os dados não dizem respeito a uma unidade" não aproveita a situação para discriminar os casos em que as décimas são décimas da mesma unidade (1), são décimas de várias unidades da mesma natureza (2) ou são décimas de várias unidades diferentes (cf. com ponto anterior, p. 108).

Também quando uma aluna propõe um problema implicando a adição de dois números decimais (0,5 e 0,8), cuja soma seria superior a uma unidade, a professora não se detém no problema, referindo a situação como não sendo possível. Mais adiante, referindo os números mistos decimais, não aproveita a situação proposta antes pela aluna. Seria provavelmente útil dar mais exemplos de números decimais e de números mistos decimais e discriminar os dois tipos de conceitos.

ESTRATÉGIAS:

Nesta aula a professora começa por introduzir o novo conceito a partir de explicações e do encadeamento de perguntas e respostas. Os alunos inventam situações problemáticas que a professora aproveita, por vezes, para esclarecer alguns conceitos. A professora utiliza a demonstração (por exemplo, como se realiza uma adição com números decimais, ou então, como se subtrai um número decimal a uma unidade), assim como o "leading" (realizando operações em conjunto com os alunos). A verbalização do raciocínio é igualmente utilizada, tanto pela professora como pelos alunos. Estes realizam exercícios no quadro e no lugar, individualmente, sempre com supervisão da professora que os ajuda, corrige e (re)ensina.

III - FASES DE APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO

Tal como previsto, acordou-se na elaboração de provas ao longo do processo de ensino-aprendizagem dos Números Decimais. ⁽¹⁾

Com base na hierarquia de competências proposta por Silbert, Carnine e Stein (vide Ponto I), foram seleccionadas três vertentes a avaliar:

- 1) A adição e subtracção de números decimais;
- 2) A multiplicação de números decimais;
- 3) A divisão de números decimais.

Ao todo, foram realizadas cinco provas:

- 1 para a adição e subtracção;
- 1 para a multiplicação;
- 3 para a divisão.

Os resultados obtidos são apresentados no quadro que se segue. Tendo como critério de exigência 80% de respostas correctas para considerar uma competência adquirida, podemos verificar que os resultados obtidos estão muito aquém do desejável. Com a finalidade de detectar as causas para os erros, realizou-se uma análise detalhada dos resultados obtidos em cada prova.

¹⁾ A título de experiência foram realizadas já duas provas a nível da Divisão. A professora disponibilizou-se para a elaboração duma prova para a divisão por divisor de 1 algarismo e duma segunda prova para a divisão por um divisor de 2 algarismos.

Resultados das PROVAS realizadas a nível dos NÚMEROS DECIMAIS

Nº de respostas correctas por aluno / % de respostas correctas por aluno

ALUNOS	Adição e Subtracção		Multiplicação		Divisão					
					nº dec. / nº int.		nº int. / nº dec.		nº mist. dec. / int. mist.	
	Prova 1		Prova 2		Prova 3		Prova 4		Prova 5	
1	12/12	100%	2/15	13%	2/6	33%	6/6	100%	4/6	67%
2	7/12	58%	10/15	67%	0/6	0%	1/6	17%	4/6	67%
3	12/12	100%	5/15	33%	5/6	83%	5/6	83%	5/6	83%
4	9/12	75%	12/15	80%	6/6	100%	5/6	83%	1/6	17%
5	12/12	100%	4/15	27%	6/6	100%	5/6	83%	2/6	33%
6	-	-	6/15	40%	6/6	100%	6/6	100%	4/6	67%
7	8/12	67%	-	-	0/6	0%	0/6	0%	1/6	17%
8	10/12	83%	4/15	27%	4/6	67%	6/6	100%	3/6	50%
9	8/12	67%	8/15	53%	5/6	83%	2/6	33%	4/6	67%
10	11/12	92%	-	-	1/6	17%	-	-	4/6	67%
11	12/12	100%	5/15	33%	5/6	83%	3/6	50%	6/6	100%
12	-	-	7/15	47%	0/6	0%	0/6	0%	0/6	0%
13	-	-	6/15	40%	0/6	0%	1/6	17%	2/6	33%
14	12/12	100%	4/15	27%	5/6	83%	3/6	50%	5/6	83%
15	9/12	75%	7/15	47%	-	-	-	-	0/6	0%
16	12/12	100%	6/15	40%	4/6	67%	6/6	100%	6/6	100%
17	9/12	75%	3/15	20%	2/6	33%	1/6	17%	-	-
18	11/12	92%	6/15	40%	2/6	33%	0/6	0%	4/6	67%
19	8/12	67%	1/15	7%	-	-	-	-	1/6	17%
Alunos com 80% ou mais	9		1		7		7		4	
Alunos com menos de 80%	7		16		10		9		14	

PROVA 1 - ADIÇÃO E SUBTRACÇÃO

Esta prova é constituída por 12 itens, 6 dizendo respeito à adição e 6 à subtracção. Relativamente às 6 adições, 4 delas são adições de números decimais e números mistos decimais e 2 são adições de números mistos decimais e números inteiros. Quanto às subtracções, cinco são subtracções cujos dois termos são números mistos decimais, e uma é uma subtracção dum nº inteiro a um nº misto decimal.

Esta prova foi construída pela professora e por sua iniciativa própria, seguindo o modelo de prova já utilizada na Divisão.

Foi realizada a análise dos erros dados nesta prova, sendo estes sumarizados no quadro seguinte:

PROVA 1

TIPO DE ITEM		Nº de respostas erradas	% de respostas erradas
Adição de nº decimais e nº mistos decimais		1	2
Adição de nº mistos decimais e nº inteiros		14	44
Subtracção de nº mistos decimais		6	8
Subtracção dum nº inteiro a um nº misto decimal		8	50
TOTAL		29	15

Constatamos que, na sua maioria (76% do total dos erros), os erros são dados na adição e na subtração envolvendo números decimais, números mistos decimais e números inteiros. Todos estes erros (excepto dois), tiveram como causa o "alinhamento incorrecto das colunas" na realização das operações em algoritmo.

A hierarquia de competências (vide Ponto I) refere como competência mais complexa a adição e subtração envolvendo números decimais / números mistos decimais e números inteiros. Anterior a esta competência temos a adição e subtração envolvendo apenas números decimais e números mistos decimais. Os resultados na Prova parecem confirmar esta sequência, revelando a necessidade dum trabalho mais aprofundado a nível da adição envolvendo números decimais, números mistos decimais e números inteiros.

PROVA 2 - MULTIPLICAÇÃO

Foi combinado com a professora que seriam elaboradas três provas a nível da multiplicação com números decimais: uma prova para a multiplicação por 0,1; outra prova para a multiplicação por 0,01 e uma terceira para a multiplicação por 0,001. A professora, no entanto, elaborou uma prova única englobando as três situações (0,1; 0,01; 0,001). Para cada situação e na mesma prova formulou mais do que um tipo de exercício, tendo o aluno que preencher lacunas ora no produto (situação A) ora no multiplicando (situação B), ora no multiplicador (situação C).

Esta prova exige, pois, a discriminação entre situações implicando a multiplicação por 0,1; 0,01; 0,001 e situações implicando a divisão por 0,1; 0,01; 0,001 (ou a multiplicação por 10; 100; 1000).

Os dois quadros seguintes sintetizam os resultados obtidos pelos alunos nesta prova.

TIPO DE SITUAÇÃO	Respostas correctas	% de respostas correctas
SITUAÇÃO A (6 itens) (Ex: $35,8 \times 0,1 = \square$)	56	55%
SITUAÇÃO B (6 itens) (Ex: $\square \times 0,1 = 450$)	34	33%
SITUAÇÃO C (3 itens) (Ex: $2,965 \times \square = 29,65$)	7	14%
SITUAÇÃO B+ C (Generalização)	41	27%
SITUAÇÃO A + B + C (Prova Total)	97	38%

SITUAÇÃO A

TIPO DE ITEM	Nº de respostas correctas	% de respostas correctas
$\times 0,1$ (2 itens)	24	71%
$\times 0,01$ (2 itens)	20	59%
$\times 0,001$ (2 itens)	12	35%

Relativamente à situação A (multiplicação por 0,1; 0,01 e 0,001 em que a lacuna é o produto), os erros detectados são os seguintes:

- Realização de erros nas ordens decimais embora a operação seja adequada.

Exemplos:

$$25 \times 0,1 = \boxed{0,25}$$

$$35,8 \times 0,1 = \boxed{0,358}$$

$$42 \times 0,01 = \boxed{4,2}$$

$$42 \times 0,01 = \boxed{0,042}$$

$$12,78 \times 0,001 = \boxed{1,278}$$

- Realização duma multiplicação por 10, 100 ou 1000 em vez de multiplicar por 0,1; 0,01; 0,001. Este tipo de erro parece revelar a não discriminação entre a multiplicação por 10, 100, 1000 e a multiplicação por 0,1; 0,01; 0,001.

Exemplos:

$$42 \times 0,01 = \boxed{4200}$$

$$3,5 \times 0,01 = \boxed{3540}$$

$$278 \times 0,001 = \boxed{27800}$$

$$12,78 \times 0,001 = \boxed{1278}$$

A situação B (multiplicação em que o multiplicador é 0,1; 0,01; 0,001 e a lacuna é o multiplicando) apresenta um número ainda mais elevado de erros. Implicando a realização da operação inversa à multiplicação por 0,1; 0,01; 0,001, a causa mais provável para os erros é exactamente a realização da multiplicação por 0,1; 0,01; 0,001, em vez da operação inversa. No entanto, é também possível que a realização inversa tenha sido realizada sobre uma

base errada (multiplicar por 0,1; 0,01; 0,001 como se realizasse uma multiplicação por 10, 100, 1000).

Exemplos:

$$\boxed{0,396} \times 0,1 = 3,96$$

$$\boxed{0,0450} \times 0,1 = 450$$

$$\boxed{0,00654} \times 0,01 = 0,654$$

$$\boxed{0,08} \times 0,01 = 8$$

$$\boxed{0,0025} \times 0,001 = 2,5$$

$$\boxed{0,032} \times 0,001 = 32$$

- Frequentemente a realização é inconsistente, sendo num mesmo aluno, por vezes correcta e por outras incorrecta, demonstrando ausência de precisão na resposta e de discriminação clara entre os vários tipos de operação.

Exemplos de um mesmo aluno:

$$\boxed{39,6} \times 0,1 = 3,96 \quad \text{correcto}$$

$$\boxed{4,5} \times 0,1 = 450 \quad \text{errado}$$

$$\boxed{65,4} \times 0,01 = 0,654 \quad \text{correcto}$$

$$\boxed{0,8} \times 0,01 = 8 \quad \text{errado}$$

$$\boxed{2500} \times 0,001 = 2,5 \quad \text{correcto}$$

$$\boxed{0,032} \times 0,001 = 32 \quad \text{errado}$$

A situação C confirma os resultados obtidos nas situações anteriores. De salientar que não houve qualquer resposta correcta nos dois primeiros exercícios (em que a lacuna deveria ser preenchida por 10 e por 1000 respectivamente). Houve 7 respostas correctas no terceiro exercício (em que a lacuna seria preenchida por 0,01).

Os resultados obtidos nesta PROVA, apontam para dois aspectos essenciais no processo de ensino-aprendizagem:

- 1 - A necessidade de organizar sequências de ensino para a aprendizagem duma competência de cada vez;
- 2 - A importância dum quadro de referência que permita distinguir, numa mesma competência, as várias fases de aprendizagem.

Em relação ao ponto 1, e se nos centramos apenas na situação A, podemos observar o decréscimo de respostas correctas à medida que passamos da multiplicação pela décima, pela centésima até chegar à multiplicação pela milésima. Provavelmente estes resultados reflectem a complexidade crescente da multiplicação à medida que se vai da décima à milésima. Assim, o ensino sequenciado, passo a passo, parece justificar-se (Passo 1 - multiplicação por 0,1; Passo 2 - multiplicação por 0,01; Passo 3 - multiplicação por 0,001).

Quanto ao ponto 2, a realização de multiplicações por 0,1; 0,01 e 0,001 (situação A) implica que o aluno saiba em que é que esta consiste (a multiplicação por 0,1; 0,01 e 0,001 equivale à divisão por 10, 100, 1000). No entanto, o preenchimento de lacunas no multiplicando (situação B) implica não só este aspecto, mas também a utilização da operação inversa (isto é: multiplicação por 10; 100; 1000 ou divisão por 0,1; 0,01 e 0,001).

O preenchimento de lacunas no multiplicador (situação C) implica a divisão do multiplicando pelo quociente.

O ser capaz de realizar os itens da situação A não significa ser capaz de realizar os itens das situações B e C. O não ser capaz de realizar as situações B e C não quer dizer que não se domine a situação A. A importância dum quadro de referência que permita distinguir as várias fases de aprendizagem (situação A sendo uma situação de aquisição; situações B e C sendo situações já de generalização de competências) revela-se aqui, na medida em que contribui para a detecção do tipo de dificuldade de aprendizagem e, consequentemente, facilita a escolha do tipo de ensino a ministrar para ultrapassar a dificuldade.

PROVAS 3, 4 E 5 - DIVISÃO

A nível da divisão foram realizadas três provas.

Uma primeira prova (Prova 3) consiste em divisões de números decimais e mistos decimais por números inteiros (exemplos: $0,75 : 3 = \underline{\hspace{1cm}}$; $19,7 : 20 = \underline{\hspace{1cm}}$).

A segunda prova (Prova 4) diz respeito à divisão de números inteiros por números decimais e mistos decimais (exemplos: $15 : 0,3 = \underline{\hspace{1cm}}$; $21 : 2,5 = \underline{\hspace{1cm}}$).

Por último, a terceira prova (Prova 5) pretende englobar a divisão de números mistos decimais por números decimais (1), números inteiros (2) e números mistos decimais (3) (exemplos: $4,879 : 0,75 = \underline{\hspace{1cm}}$; $30,10 : 86 = \underline{\hspace{1cm}}$; $48,3 : 4,125 = \underline{\hspace{1cm}}$).

PROVAS 3, 4 e 5

RESULTADOS	PROVA 3 nº dec./nº int (6 itens)	PROVA 4 nº int./nº dec (6 itens)	PROVA 5		
			nº dec./ nº dec (2 itens)	nº dec./ nº int (2 itens)	nº dec./ nº mist dec (2 itens)
Número de Respostas correctas	53	50	20	15	21
% de Respostas correctas	52%	52%	56%	42%	58%

Tanto na 3ª como na 4ª PROVAS houve uma percentagem elevada de alunos com menos de 80% de respostas correctas. Basta dizer que a percentagem de respostas correctas foi 52% tanto na 3ª como na 4ª Prova. Os erros mais frequentes são idênticos nas duas PROVAS: os alunos identificam a natureza do quociente com a do divisor, em vez de a identificarem com a natureza do dividendo:

Exemplos (3ª Prova): $19,7 : 20 = \boxed{95}$

$$0,75 : 3 = \boxed{25}$$

$$4,9 : 7 = \boxed{7}$$

Exemplos (4ª Prova): $15 : 0,3 = \boxed{5,0}$

$$15 : 0,15 = \boxed{10,00}$$

Os resultados na 5ª PROVA reforçam esta imagem, levando a professora a "atrasar" a introdução do novo conceito (a ÁREA) para trabalhar mais exaustivamente a divisão com números decimais.

A aplicação destas PROVAS revelou dificuldades nos alunos que a professora anteriormente não detectara. As Provas vieram demonstrar que competências consideradas dominadas ainda não o estavam de facto. Poder-se-á levantar a hipótese de que um ensino mais lento, considerando todos os passos, poderia evitar muitos erros.

A realização destas Provas permitiu, no entanto, a detecção destas dificuldades. Se não evitou que um processo de acúmulo se verificasse, pelo menos contribuiu para a sua redução.

IV - NÚMEROS DECIMAIS - ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

SOBRE A AVALIAÇÃO E TRABALHO A NÍVEL DAS PRÉ-COMPETÊNCIAS NECESSÁRIAS AO CONCEITO

Silbert, Carnine e Stein (1981) consideram a análise de frações uma pré-competência do ensino de números decimais. O nosso currículo do 1º Ciclo do Ensino Básico não abarca as frações; isto não impede, de qualquer forma, um trabalho a nível das competências componentes implicadas na análise de frações e relevantes para o ensino dos números decimais.

Considerando que estas competências componentes já haviam sido trabalhadas no ano lectivo anterior, a professora não realiza qualquer revisão a esse nível. É talvez esta ausência de revisão que leva um aluno a propor uma situação problemática implicando a divisão da unidade, não em 10, mas em 12.

SOBRE A INTRODUÇÃO DO CONCEITO

O conceito é introduzido com base em 3 exemplos do que é uma décima (a partir de unidades consideradas iguais), não sendo dados exemplos de outros números decimais, nem sendo realizada uma discriminação em relação a exemplos negativos. No entanto, uma situação problemática proposta por um aluno leva a professora a apresentar os exemplos negativos omitidos.

Algumas situações problemáticas propostas pelos alunos indicam pontos menos claros na compreensão do conceito. Nem todas as situações são aproveitadas pela professora para clarificação. A transmissão do conceito de nº decimal poderá não ter sido completa e isenta de ambiguidades (cf. Ponto II).

SOBRE AS ESTRATÉGIAS UTILIZADAS NA INTRODUÇÃO CONCEPTUAL

A professora organiza uma situação de ensino-aprendizagem estruturada, centrada nela própria, embora permitindo que os alunos proponham os seus problemas.

SOBRE A AVALIAÇÃO REALIZADA

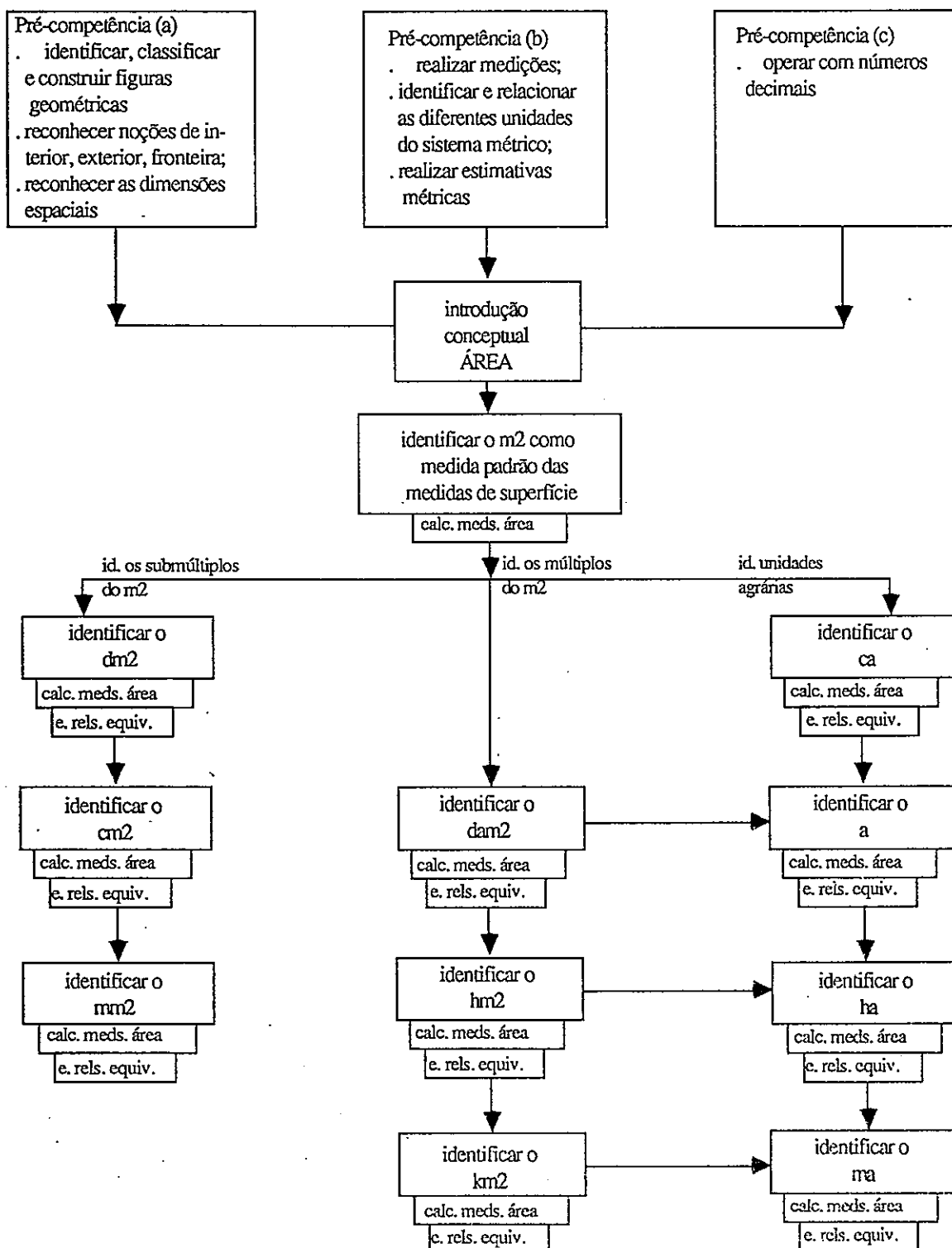
As provas seleccionadas para avaliar a realização dos alunos centram-se apenas nas operações com números decimais. Não foi aplicada qualquer prova constituída por situações problemáticas implicando operações com números decimais. Desta forma, não é possível avaliar a aquisição e aplicação do conceito em si, nem é possível verificar o impacto que a aula de introdução do conceito teve na aprendizagem dos alunos.

Em relação à avaliação realizada, a análise dos erros revela a necessidade de organização de sequências de ensino passo a passo (ver análises do erro das Provas 1 e 2). Também a necessidade dum quadro de referência que permita distinguir as várias fases de aprendizagem duma mesma competência se salientou (ver análise do erro da Prova 2). Tarefas muito semelhantes poderão ter níveis de dificuldade diferentes e implicar competências de natureza diferente. A detecção do tipo de tarefa e do tipo de dificuldade de aprendizagem é importante na medida em que determina a escolha do ensino e das estratégias a ministrar. A aplicação das provas revelou dificuldades não detectadas até então e que obrigaram a uma lentificação do processo de ensino-aprendizagem. Assim, as provas contribuíram para uma diminuição do acúmulo de erros que se vem verificando ao longo do ano lectivo. Será importante verificar, apesar da detecção de várias lacunas e da tentativa de as colmatar, até que ponto as dificuldades a este nível se irão reflectir nos próximos conceitos (Área e Volume).

5.3. A ÁREA

HIERARQUIA DE COMPETÊNCIAS

ÁREA



A Hierarquia de Competências da ÁREA tem como pedra de base o conceito de área e a medida padrão das medidas de superfície, o m^2 . A partir do m^2 poder-se-á optar por uma de duas alternativas:

1. Introduzir os submúltiplos do m^2 ;
2. Introduzir os múltiplos do m^2 .

Ensinar os submúltiplos do m^2 em primeiro lugar tem a vantagem destes serem facilmente concretizáveis (é relativamente simples construir o dm^2 ou o cm^2). No entanto, há meios em que os alunos estão mais familiarizados com os múltiplos do m^2 ou com as medidas agrárias (é o caso dos meios rurais) e em que poderá ser preferível escolher a segunda opção.

A introdução e o desenvolvimento das diferentes unidades serão sucessivas. Com cada uma será feito um trabalho a diferentes níveis:

- identificação da unidade;
- cálculo da área;
- estabelecimento de relações de equivalência com outras unidades anteriormente adquiridas

II - INTRODUÇÃO DO CONCEITO

Tal como já foi referido, antes da introdução deste conceito, foi realizada uma reunião entre a professora e a psicóloga para delinear a melhor forma de introduzir o conceito de "ÁREA" e de organizar todo o trabalho posterior.

Ficou decidido realizar-se uma revisão a nível das Pré-competências consideradas necessárias à aquisição e aplicação deste novo conceito (vide Ponto I "Hierarquia de Competências").

Reflectindo sobre a melhor forma de introduzir o conceito, optou-se pela via habitual da professora, introduzindo como novidade o facto dos alunos terem, eles próprios, a oportunidade de realizar medições com o m^2 .

Os alunos iriam pois construir o m^2 que utilizariam de seguida para realizar medições. Esta unidade (o m^2) seria introduzida e trabalhada isoladamente, i. e, só depois do m^2 ter sido introduzido e trabalhado, é que se passaria à outra unidade. Seriam assim introduzidas e trabalhadas, sucessivamente, as várias unidades: dm^2 , cm^2 , mm^2 . Depois, seguindo o mesmo processo, entrar-se-ia nos múltiplos do m^2 e nas medidas agrárias.

A- SEQUÊNCIA DE ENSINO

COMO FOI	COMENTÁRIOS
- No exterior, com as instruções e a ajuda da professora, os alunos medem um espaço com os seus m². Concluem que precisam de 22 m² para medir aquele espaço. - No exterior, os alunos medem um segundo espaço, colocando os seus m² ao longo duma das dimensões do espaço (comprimento) e depois ao longo da segunda dimensão (largura). Um aluno descobre que a área se pode calcular multiplicando o comprimento e a largura. (5x 4)	O conceito de área é introduzido através dum exemplo concreto em que os próprios alunos realizam a medida dum espaço (1º exemplo). Novo exemplo, em que um aluno "descobre" que a área pode ser calculada a partir do comprimento e da largura (2º exemplo).
- Ainda no exterior, é medido um terceiro espaço, mas desta vez a partir do comprimento e da largura. (25 m² x 4 = 100 m²)	A professora aproveitando a "descoberta", sugere uma nova situação em que a área é calculada a partir do comprimento e da largura (3º exemplo).
- Na sala de aula, a professora e um aluno medem o comprimento da sala; depois a professora e outro aluno realizam a medição da largura. (5,5 m² x 4,95)	A sala de aula é medida a partir do comprimento e da largura (4º exemplo).
- A professora introduz a fórmula para o cálculo da área: $A = C \times L$ - A professora demonstra a realização da multiplicação para o cálculo da área, verbalizando os vários passos.	Embora os próprios alunos tenham descoberto que o $C \times L$ permite calcular a área, a introdução da fórmula sem ter havido um trabalho prévio a nível do m² (por exemplo, através da realização de medições várias e exercícios de aplicação a situações diversificadas) poderá ser prematura.
- Resolução duma situação problemática: a professora demonstra a divisão duma área (100 m²) por outra (27,225 m²). - A professora explica novamente como calcular a medida da superfície a partir do comprimento e da largura (refere que "não é necessário usar o m²" para calcular a medida de superfície).	O que, de facto, acontece, é a utilização do m² para determinar o espaço dado através de medidas lineares. Daí uma explicação passo a passo ser importante, pois evitaria que, mais tarde, os alunos não diferenciassem o m² (um

COMO FOI

COMENTÁRIOS

- A professora diagnostica a confusão de conceitos numa aluna (perímetro e área). Realiza então a discriminação entre a área e o perímetro através da:

- demonstração do cálculo do perímetro;
- demonstração do cálculo da área.

- A professora distribui folhas de papel liso e dá instruções aos alunos sobre o processo de construção do dm^2 .

A professora demonstra esta construção no quadro.

- Os alunos constroem o dm^2 nos seus lugares, sob a supervisão da professora.

quadrado com 1 m de lado) do m^2 ($1\text{m} \times 1\text{m}$).

A professora, ao introduzir a área, dá apenas exemplos do conceito de área. A confusão duma aluna obriga-a, no entanto, a discriminar a área do perímetro. Dá porém um único exemplo do que é o perímetro. Provavelmente mais exemplos poderiam ter sido dados para facilitar a discriminação entre os dois conceitos.

A professora dá instruções aos alunos para estes construirem o dm^2 .

A passagem para um submúltiplo do m^2 é feita sem um trabalho prévio a nível do m^2 com base em medições, cálculos de áreas, discriminações em relação ao perímetro, etc.

B - PRÉ-COMPETÊNCIAS

Ficou combinado com a professora que iria ser realizado um trabalho de revisão a nível das pré-competências:

Relativamente às unidades do sistema métrico, a professora ficou de realizar medições e estimativas com os alunos, revendo assuntos já abordados anteriormente. Ficou igualmente combinado que seriam feitas revisões a nível da geometria. Quanto ao operar com números decimais, tratava-se duma competência trabalhada imediatamente antes da introdução do conceito de área. No entanto, e a este nível, as provas revelaram bastantes dificuldades nas operações com números decimais (cf. Números Decimais). Os resultados obtidos pelos alunos não permitem considerar esta pré-competência dominada.

C - INTRODUÇÃO DO CONCEITO

A introdução do conceito de área foi realizada através de exemplos concretos em que os próprios alunos "construíram" esses exemplos (na medida em que foram eles que mediram os espaços). São dados quatro exemplos do conceito, não sendo apresentados exemplos negativos (i.e: exemplos do que o conceito não é). No entanto, uma aluna - revelando confusão entre o perímetro e a área - leva a professora a discriminar os dois conceitos. Apresenta assim um exemplo de perímetro e confronta-o com um exemplo de área.

A fórmula $A = C \times L$ é introduzida sem ter havido mais trabalho prévio a nível de medições e exercícios de aplicação a várias situações. A explicação da fórmula revela que a professora - embora tendo introduzido o m² (um quadrado com 1m de lado) - ainda está "presa" à noção de m² (1m x 1m). ("... não é necessário usar o m² para calcular a superfície".)

No final da aula de introdução ao m², a professora passa de imediato à unidade seguinte (dm²). Coloca-se-nos a questão se o ritmo de ensino-aprendizagem não terá sido demasiado rápido. Pouco trabalho foi feito a nível de medições, cálculo de áreas, discriminação em relação a outros conceitos. De referir ainda, que o dm² não aparece como uma unidade que nos permita compor e decompor o m², o que dificultará a comparação e o trabalho de equivalências.

D - ESTRATÉGIAS

Numa fase inicial, os alunos mediram os espaços de acordo com as instruções da professora e sendo ajudados por ela sempre que necessário. Na sala, a professora realiza a medição do comprimento e da largura da sala com um aluno. A professora introduz então a fórmula " $A = C \times L$ ", explicando-a e demonstrando a sua aplicação verbalizando os vários passos da multiplicação. Em seguida, numa situação problemática, demonstra a realização duma divisão. Diagnosticando a confusão de conceitos (perímetro e área) numa aluna, dá exemplos dos dois conceitos, demonstrando o cálculo de um e de outro. No final, a professora dá instruções sobre a construção do dm^2 , demonstrando-a no quadro.

Resumindo, pode dizer-se que a professora estrutura o processo de ensino-aprendizagem, dando instruções, ajudas, explicações e demonstrações. De acordo com a Hierarquia de Haring e Eaton (1978), as estratégias utilizadas são realmente as estratégias adequadas a uma fase de aquisição. Saliente-se, no entanto, a passagem à unidade seguinte (dm^2) antes de ter havido, em relação ao m^2 , um processo de diminuição de ajudas e de estrutura.

Fases de aprendizagem e avaliação

Resultados das Provas realizadas a nível da ÁREA

Nº de respostas correctas por aluno / % de respostas correctas por aluno

GRUPO 1												
Alunos	m2 e submúltiplos Reduções				m2 e múltiplos Reduções							
	Prova 1		Prova 1a		Prova 2		Prova 3					
							Prova 3A		Prova 3B		Global	
1	13/19	70%	10/19	53%	9/13	69%	4/10	40%	0/2	1/7	14%	29%
2	3/19	16%	-	-	10/13	77%	5/10	50%	0/2	3/7	43%	47%
3	12/19	63%	17/19	89%	13/13	100%	10/10	100%	1/2	6/7	86%	94%
4	14/19	74%	18/19	95%	9/13	69%	10/10	100%	1/2	5/7	71%	88%
5	8/19	40%	18/19	95%	12/13	92%	8/10	80%	2/2	7/7	100%	88%
6	18/19	95%	18/19	95%	13/13	100%	8/10	80%	2/2	7/7	100%	88%
7	11/19	58%	12/19	63%	11/13	85%	5/10	50%	0/2	4/7	57%	53%
8	14/19	74%	13/19	68%	13/13	100%	9/10	90%	1/2	5/7	71%	82%
9	16/19	84%	15/19	79%	12/13	92%	7/10	70%	1/2	5/7	71%	71%
10	14/19	74%	16/19	84%	13/13	100%	8/10	80%	1/2	5/7	71%	76%
11	12/19	63%	18/19	95%	12/13	92%	7/10	70%	0/2	0/7	0%	41%
12	11/19	58%	17/19	89%	11/13	85%	7/10	70%	0/2	3/7	43%	59%
13	13/19	68%	18/19	95%	8/13	62%	5/10	50%	0/2	3/7	43%	47%
14	12/19	63%	15/19	79%	8/13	62%	6/10	60%	0/2	5/7	71%	65%
15	13/19	68%	12/19	63%	10/13	77%	1/10	10%	1/2	4/7	57%	29%
16	17/19	89%	18/19	95%	13/13	100%	10/10	100%	1/2	6/7	86%	94%
17	1/19	5%	15/19	79%	10/13	77%	9/10	90%	0/2	4/7	57%	82%
18	14/19	74%	16/19	84%	13/13	100%	9/10	90%	0/2	3/7	43%	71%
19	12/19	63%	17/19	89%	9/13	69%	3/10	30%	0/2	3/7	43%	35%
Alunos c/ 80% ou mais	3		11		11		9		4		7	
Alunos c/ menos de 80%	16		7		8		10		15		12	

III - FASES DE APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO

Com os objectivos de avaliar a realização dos alunos e todo o processo de ensino-aprendizagem do conceito de ÁREA, acordou-se na elaboração de algumas PROVAS. Com base na hierarquia de competências (cf. Ponto I) combinou-se a realização de 3 grupos de provas:

1. Provas avaliando as relações de equivalência entre os múltiplos e submúltiplos do m2 (reduções);
2. Provas avaliando a aplicação do m2 e seus submúltiplos a situações problemáticas;
3. Provas avaliando a aplicação dos múltiplos do m2 a situações problemáticas.

Grupo 1

No início, a professora manifestou a intenção de realizar, a nível do m2 e seus submúltiplos, uma prova única englobando relações de equivalência (reduções) ⁽¹⁾ e situações problemáticas. Sendo proposta a elaboração de provas separadas, a professora concordou.

Numa 1ª fase foram elaboradas três pequenas provas a fim de avaliar a realização dos alunos em reduções entre o m2 e os seus submúltiplos:

- reduções do m2 para o dm2 e vice-versa (situação 1);
- reduções englobando não só o m2 e o dm2 , mas também o cm2 (situação 2);
- reduções entre o m2 e os seus 3 submúltiplos (situação 3).

Embora a proposta inicial fosse duma aplicação isolada de cada uma destas situações, a professora optou por uma aplicação conjunta. Embora reconhecendo que a natureza da tarefa é idêntica, não deixamos de salientar que uma aplicação de cada situação por si permitiria uma avaliação mais frequente dos alunos, resultando em infor-

⁽¹⁾ Passaremos a utilizar o termo "redução" por ser o mais frequentemente utilizado.

mações que poderiam ser introduzidas na situação de ensino-aprendizagem seguinte. Concretizando, os dados obtidos na 1ª situação (redução de m2 para dm2 e vice-versa) seriam úteis para o ensino-aprendizagem das competências seguintes

(reduções entre m2 $\longleftrightarrow$ dm2 $\longleftrightarrow$ cm2)



Como se pode ver no Quadro (p. 128), há apenas três alunos que atingiram o critério exigido (alunos 6, 9, 16). Saliente-se que cinco alunos não obtiveram sequer 60% de respostas correctas.

Foi realizada a análise dos erros dados pelos alunos com menos de 80% de respostas correctas.

Um dos erros mais frequentes (15 alunos dos 16 que não atingiram o critério deram-no, embora não sistematicamente) foi estabelecer nestas medidas uma relação unidimensional, em vez duma relação bidimensional (por exemplo: $0.3 \text{ dm}^2 = 0,03 \text{ m}^2$) ERRO 1

Embora não tão frequente, há ainda a salientar um outro tipo de erro, em que o aluno não estabelece relação entre as diversas medidas, parecendo desprezar a unidade e só ter em consideração a sua designação (por exemplo: $300 \text{ m}^2 = 300 \text{ dm}^2$ ou $0.15 \text{ dm}^2 = 0,15 \text{ m}^2$). ERRO 2

Há ainda vários alunos (5) que, ao reduzirem, alteram as ordens na direcção contrária (por exemplo: $35000 \text{ cm}^2 = 350 \text{ mm}^2$). Outros, para além de errarem a direcção, erram ainda a dimensão (por exemplo: $80000 \text{ cm}^2 = 800000 \text{ m}^2$ ou $4 \text{ dm}^2 = 40 \text{ m}^2$ ou $85 \text{ dm}^2 = 8.5 \text{ cm}^2$). ERRO 3

Pode ainda referir-se um grupo de erros em que o aluno parece não atribuir a designação ao número correcto, logo à ordem a que corresponde essa designação (por exemplo: $48 \text{ dm}^2 = 0.048 \text{ m}^2$; $80000 \text{ cm}^2 = 80 \text{ m}^2$). ERRO 4

Por último, há ainda aqueles erros que revelam que a regra de que os "zeros à direita da vírgula não têm valor" parece ser generalizada a todos os zeros à direita dum número dígito (por exemplo: $80000 \text{ cm}^2 = 0.0008 \text{ m}^2$; $900 \text{ mm}^2 = 0.09 \text{ cm}^2$). ERRO 5

Face ao número elevado de alunos que não atingiram o critério de sucesso, a professora decidiu retardar o ritmo de ensino-aprendizagem e tomar a ensinar estas competências. Com o objectivo de avaliar os progressos obtidos, esta prova foi aplicada uma 2ª vez (Prova 1a).

Nesta 2ª aplicação, 11 dos 18 alunos que realizaram a prova atingiram o critério de sucesso (80%) e apenas um não obteve 60% de respostas correctas.

Analisando os erros realizados pelos sete alunos que ainda não atingiram 80% de respostas correctas, constata-se que o padrão de erros se mantém (erro 1 - 7 alunos; erro 2 - 4 alunos; erro 3 - 2 alunos; erro 4 - 5 alunos; erro 5 - 3 alunos).

Numa 2ª fase foi realizada uma outra Prova (Prova 2) constituída por 13 itens dizendo respeito a reduções entre o m2, dam2 e respectivas medidas agrárias (exemplos de itens. 2 dam2 = ____ m2; 2,5 a = ____ m2). ⁽¹⁾

Onze dos dezanove alunos que realizaram a prova atingiram o critério de sucesso, não tendo havido nenhum caso com um resultado inferior a 60%. A análise dos erros realizada com base nas provas dos 8 alunos com resultados inferiores a 80% revela, essencialmente o Erro 4. Todos os alunos deram este erro e os exemplos são variados:

$$* 0,5 \text{ dam2} = \boxed{500} \text{ m2 (5 vezes);}$$

$$* 258 \text{ ca} = \boxed{0,258} \text{ dam2 (4 vezes);}$$

$$* 2,5 \text{ a} = \boxed{2500} \text{ m2 (6 vezes);}$$

$$* 2,5 \text{ dam2} = \boxed{2500} \text{ m2 (2 vezes).}$$

Relativamente ao ERRO 4 levantou-se a hipótese que os alunos não atribuissem a designação ao número correcto. A confirmação da hipótese surgiu, quando a professora pediu ao aluno 15 para verbalizar o seu raciocínio. Este aluno revelou contar 2 ordens para a unidade indicada e depois uma ordem para a unidade seguinte. Concretizando:

$$23756 \text{ hm2} = \boxed{?} \text{ km2}$$

↓

$$\begin{array}{cc|cc|cc} 2 & 3 & 7 & 5 & 6 & \\ \hline & & & & & \end{array} = \boxed{23,756} \text{ km2}$$

$\begin{array}{cc|cc} \text{km2} & & \text{hm2} & \end{array}$

(1) O sistema de medidas agrárias apenas foi referido como equivalente ao sistema de medidas de área ou superfície.

O aluno revela não saber a qual dos 2 Algarismos (3 ou 7) atribuir a designação da unidade seguinte (isto vem revelar a necessidade de um trabalho a nível da Leitura e Escrita de Números por ordens, agora com a utilização do sinal "vírgula" para separar as unidades inteiras das unidades decimais).

Ainda para avaliar as competências dos alunos na realização de reduções entre o m2 e os seus múltiplos foi construída uma 3ª prova incluindo 10 reduções (entre m2, dam2, hm2, km2 e respectivas medidas agrárias) e 2 operações. Os resultados obtidos foram apresentados globalmente e também parcialmente, isto é, foi realizada uma apresentação de resultados separada para as 10 reduções (PARTE A) e para as duas operações - a 1ª uma subtração implicando reduções nos 2 termos e a 2ª uma adição implicando reduções nas 3 parcelas (PARTE B). Assim, considerou-se que a Parte A seria composta por 10 tarefas e a Parte B por 7, totalizando ao todo 17 tarefas.

Relativamente à Parte A, 9 alunos atingiram o critério, tendo 6 alunos obtido resultados inferiores a 60%. Já na Parte B, apenas 4 alunos atingiram o critério e 10 tiveram resultados inferiores a 60%.

A intenção inicial consistia em aplicar esta prova só depois das competências anteriores estarem adquiridas (Prova 2). No entanto, esta 3ª prova foi aplicada imediatamente após a Prova 2, não permitindo um trabalho prévio a partir dos erros aí dados. Não é pois de admirar que o padrão de erros desta 3ª prova seja semelhante ao da prova anterior. O erro mais frequente continua a ser aquele em que o aluno não atribui a designação ao número correcto (ERRO 4) (por exemplo: $\underline{3275} \text{ m2} = 3,275 \text{ a}$ ou $\underline{3275} \text{ m2} = 0,3275 \text{ a}$).

Quanto à parte B desta prova, ela exige não só que os alunos sejam capazes de fazer reduções como também que saibam realizar operações em algoritmo. Sendo o contexto de aprendizagem mais complexo e exigindo já um leque de competências variadas, não é muito surpreendente que a percentagem de respostas erradas seja elevada. De facto, a principal causa para o insucesso na realização destas 2 operações reside nos erros dados a nível das reduções (7 erros na subtração e 10 na adição). De referir ainda os 4 erros (1 na subtração e 3 na adição) dados devido a um incorrecto alinhamento das parcelas em algoritmo (por exemplo:

$$\begin{array}{r}
 32,75 \\
 -100 \\
 \hline
 \square
 \end{array}
 \quad \text{e} \quad
 \begin{array}{r}
 350 \\
 4000 \\
 + 6000 \\
 \hline
 \square
 \end{array}
).$$

Resultados nas Provas realizadas a nível da ÁREA

Nº de respostas correctas por aluno / % de respostas correctas por aluno.

GRUPO 2	
ALUNOS	Aplicação do m2 e seus submúltiplos a situações problemáticas
	Prova 4
1	1/5 20%
2	1/5 20%
3	1/5 20%
4	2/5 40%
5	1/5 20%
6	1/5 20%
7	0/5 0%
8	2/5 40%
9	2/5 40%
10	0/5 0%
11	2/5 40%
12	1/5 20%
13	1/5 20%
14	1/5 20%
15	3/5 60%
16	2/5 40%
17	4/5 80% (?)
18	1/5 20%
19	0/5 0%
Alunos c/ 80% ou mais	1 (?)
Alunos c/ menos de 80%	18

GRUPO 2

A professora construiu uma prova para avaliar a realização dos alunos a nível da aplicação do m2 e seus submúltiplos a situações problemáticas. Retirou 4 situações problemáticas do livro " O Quadrado Mágico" e elaborou, ela própria, uma situação (problema 4).

Embora tenham sido os próprios alunos a corrigir a ficha (o que poderá explicar os resultados obtidos pelo aluno 15 - 60% e o aluno 17 - 80%) houve 18 alunos que não atingiram o critério de 80% e desses 18, 17 obtiveram um resultado inferior a 60% (ver Quadro).

A análise dos erros realizada permitiu detectar uma série de dificuldades. Para facilitar a análise, esta será feita problema a problema.

O 1º Problema ("Com uma régua mede, em milímetros, o comprimento e a largura do rectângulo. Quanto mede a área do rectângulo?") foi resolvido correctamente por 5 alunos. Este é o tipo de problemas em que a professora exige que os alunos saibam calcular a área aplicando a fórmula $A = C \times L$. No entanto, 14 alunos não foram capazes de o fazer. Os erros mais frequentes foram o cálculo da área a partir da soma do comprimento e da largura ($A = C + L$) que aconteceu 5 vezes, e o cálculo do perímetro em vez da área (5 vezes).

Há então alguns aspectos a considerar:

É necessário um trabalho a nível da aquisição de conceitos base como perímetro e área e a nível da interpretação correcta da sua linguagem abreviada traduzida numa fórmula.

A 2ª situação problemática ("Na figura vê-se um quadrado cujo lado mede 2,2 cm. Quanto mede a área do triângulo colorido?" ) não foi resolvida por nenhum aluno. É uma situação mais complexa que a anterior, já que exige não só o cálculo da área do quadrado (e vimos que o cálculo da área do rectângulo não está adquirido), mas ainda a divisão da área encontrada em duas partes iguais. Apenas um aluno calcula correctamente a área do quadrado, não a dividindo porém em duas partes. O erro mais frequente (11 vezes) consiste na divisão do lado do quadrado (2,2 cm) por dois.

O problema seguinte ("A soma do comprimento dos 4 lados de um quadrado é 64 cm. Quanto mede a área do quadrado ?") é uma situação que implica o domínio de 2 conceitos, o de perímetro e o de área. Já vimos pela situação 1 que estes 2 conceitos parecem não estar suficientemente bem discriminados, o que nos deixa antever uma grande percen-

tagem de erros. De facto, o problema foi resolvido por 4 alunos correctamente⁽¹⁾, errando os restantes 15 a sua solução.

Dos 15 que erraram a solução, 10 calcularam correctamente o lado do quadrado a partir do perímetro. Porém, 6 destes 10 alunos indicam o valor do lado como sendo a área e 4 calculam a área somando lado mais lado ($A = L + L$). Estes resultados reforçam a necessidade de trabalhar a aquisição e discriminação dos conceitos de área e de perímetro.

A situação 4 é aquela que foi elaborada pela própria professora ("Um terreno com 395 m² foi comprado por 474 000\$00. Quanto custou cada metro quadrado?"). É um problema que não exige competências a nível do conceito de área. Implica sim, a divisão da quantia pela área (pelos 395 m²) e o domínio do sistema monetário. É um problema correctamente resolvido pela maioria dos alunos (14 respostas correctas).

A quinta e última situação problemática ("Uma parede de 3m por 2,25 m vai ser revestida de azulejos com a área de 225 cm². Quantos azulejos são precisos?") implica o cálculo da área da parede ($A = C \times L$) e depois a divisão desta área pela área dos azulejos. O problema é resolvido por 2 alunos correctamente. Dos restantes 17 alunos, 11 realizaram o cálculo da área ($A = C \times L$), mas não completaram o problema correctamente. Dois alunos erraram a divisão com números decimais, esquecendo-se (?) que o dividendo é um número misto decimal. Sete alunos indicam como resultado final (o número de azulejos precisos para revestir a parede) a área da parede.

A aplicação desta prova revelou dificuldades a vários níveis que poderão ser melhor compreendidos à luz da hierarquia de ensino-aprendizagem proposta por Haring e Eaton (1978).

O simples cálculo da área, tanto do quadrado como do rectângulo, não está ainda adquirido por todos os alunos. Propôr situações problemáticas exigindo competências mais complexas não faz sentido, antes de serem realizadas situações de ensino-aprendizagem simples para trabalhar o conceito de área e a interpretação correcta da sua linguagem abreviada traduzida numa fórmula. (I)

(1) Destes 4 alunos, apenas um explicita os passos que percorreu. Os 3 restantes apresentam o resultado final que pode ter sido obtido através dum processo errado. Três outros alunos calcularam a área multiplicando o perímetro por 4: $A = 4 \times P$. O seu produto abstrato é idêntico ao obtido pela utilização correcta da fórmula ($A = 4 \times P \Rightarrow A = 4 \times 16 \Rightarrow A = 256$; $A = L \times L \Rightarrow L = 64 : 4 \Rightarrow L = 16 \Rightarrow A = 16 \times 16 \Rightarrow A = 256$). Fica-nos pois a dúvida de que o processo utilizado pelos 3 alunos primeiramente referidos possa estar sujeito ao mesmo tipo de erro.

Só então fará sentido elaborar situações mais complexas envolvendo já a discriminação entre perímetro e área. Numa 1ª fase, poder-se-iam preparar situações em que o aluno responderia aos estímulos ora calculando a área, ora o perímetro. Numa 2ª fase propor-se-iam situações em que o aluno calcularia a área com base no perímetro e vice-versa. (II)

Por último, elaborar-se-iam situações mais complexas exigindo competências várias e respostas adaptadas. (III)

Desta forma, o processo de ensino-aprendizagem seria hierarquizado, começando na fase de aquisição (I) e progredindo em direcção à fase de adaptação (III), passando pela generalização (II).

Em vista dos resultados obtidos, a professora optou por seguir a hierarquia atrás referida. Mais tarde, para avaliar os progressos dos alunos, combinou aplicar-se uma prova contendo situações problemáticas simples envolvendo cálculo de áreas (PROVA 5) e uma outra prova para avaliar as competências de discriminação dos conceitos de perímetro e área (PROVA 6).

Por proposta da professora, ficou decidido que não se diferenciariam submúltiplos e múltiplos do m^2 tal como estava previsto no início.

Resultados nas Provas realizadas a nível da ÁREA

Nº de respostas correctas por aluno / % de respostas correctas por aluno

ALUNOS	PROVA 5 Calcular áreas						PROVA 6 A vs P	
	5 probs.		2 pergs.		TOTAL			
1	3/5	60%	2/2	100%	5/7	71%	3/6	50%
2	-	-	-	-	-	-	1/6	17%
3	4/5	80%	2/2	100%	6/7	86%	4/6	67%
4	5/5	100%	2/2	100%	7/7	100%	-	-
5	3/5	60%	2/2	100%	5/7	71%	4/6	67%
6	3/5	60%	1/2	50%	4/7	57%	3/6	50%
7	0/5	0%	1/2	50%	1/7	14%	2/6	33%
8	-	-	-	-	-	-	4/6	67%
9	-	-	-	-	-	-	2/6	33%
10	3/5	60%	1/2	50%	4/7	57%	-	-
11	4/5	80%	2/2	100%	6/7	86%	5/6	83%
12	0/5	0%	0/2	0%	0/7	0%	-	-
13	0/5	0%	0/2	0%	0/7	0%	1/6	17%
14	1/5	20%	1/2	50%	2/7	29%	-	-
15	2/5	40%	2/2	100%	4/7	57%	1/6	17%
16	3/5	60%	2/2	100%	5/7	71%	6/6	100%
17	2/5	40%	0/2	0%	2/7	29%	2/6	33%
18	3/5	60%	1/2	50%	4/7	57%	6/6	100%
19	0/5	0%	0/2	0%	0/7	0%	1/6	17%
Alunos c/ 80% ou mais	3		7		3		3	
Alunos c/ menos de 80%	13		9		13		12	

PROVA 5 - Resultados obtidos nas situações problemáticas

Situação problemática	1	2	3	4a	4b
Sucessos	12	6	11	4	4
Aplicação da fórmula	4	7	5	5	3
Erros mais frequentes	. Multiplicação com números decimais	. Multiplicação com números decimais	. Multiplicação com números decimais	. Reduções . Mult. c/ nos decimais . Tábua de multiplicação	. Reduções . Mult. c/ nos decimais
Insucessos	0	3	0	7	6+3

Nº de alunos que realizaram a prova: 16

A Prova 5 é constituída por 5 situações problemáticas envolvendo o cálculo de áreas e 2 perguntas sobre como se calculam as áreas dum quadrado e dum rectângulo.

Em relação a estas 2 questões, sete dos 16 alunos que realizaram a prova, responderam correctamente. Dos restantes nove, 2 responderam correctamente apenas à 1ª questão (cálculo da área dum quadrado) e 3 responderam com acerto à 2ª questão (cálculo da área dum rectângulo). As respostas incorrectas foram variadas: "calculo reduzindo"; "vejo na base quantos quadrados tem"; "a área do quadrado é C"; "pondo um lado quanto mede e x três lados"; "é achando o volume"; "multiplicando o C vezes a largura e vezes a altura". Saliente-se a confusão do conceito de área com o de volume que a professora entretanto resolveu introduzir, e ainda a ideia errada de que a área se calcula multiplicando por 3 o lado dum quadrado (iremos reencontrar estes erros na realização dos problemas).

Quanto às situações problemáticas, será feita uma análise do erro por problema, realizando-se no final uma breve síntese dos erros principais.

- A 1ª situação problemática ("Qual a área de um terreno rectangular que mede de comprimento 25 m e de largura 1,5 m") é resolvida correctamente por 12 alunos. Os quatro restantes, embora tendo aplicado a fórmula $A = C \times L$, deram erros na multiplicação com números decimais.

- Quanto ao 2º problema ("Quantos hm2 medirá um terreno rectangular que tenha de comprimento 150 m e de largura 6 dam?"), teve 6 respostas correctas. Sete dos 10 alunos que erraram a resposta, aplicaram a fórmula, mas erraram a multiplicação com números decimais. Três alunos erraram o problema totalmente.

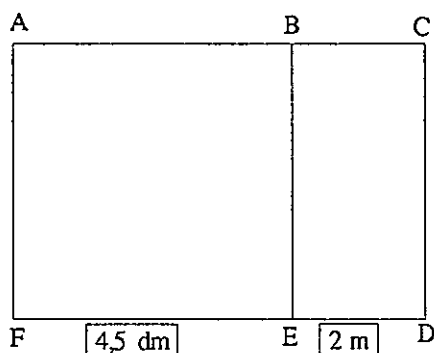
- No 3º problema ("Qual é a superfície de uma sala que mede 75 dm de comprimento e 0,6 de largura?") há 11 respostas correctas, e as 5 restantes contêm a utilização da fórmula adequada. Surgem, no entanto e principalmente, erros a nível da multiplicação com números decimais.

- A 4ª situação problemática engloba 2 problemas:

"São dois canteiros de um jardim, um é quadrado, outro rectangular.

a) Quantos m2 mede o canteiro quadrado?

b) Quantos m2 mede o canteiro mais pequeno?"



Relativamente à situação a), esta obtem 4 respostas correctas, embora mais 5 alunos apliquem a fórmula $A = L \times L$, mas dando erros variados (reduções erradas: problemas na multiplicação com números decimais e na tábu de multiplicação). Sete alunos erram o problema totalmente.

A última situação problemática (4b) é resolvida correctamente por 4 alunos, embora mais três apliquem a fórmula $A = C \times L$ (dando erros a nível das reduções e da multiplicação com números decimais). Seis alunos aplicam a fórmula errada: em vez de utilizarem " $A = C \times L$ ", fazem uso da $A = L \times L$, provavelmente devido a uma leitura menos atenta do problema. Para além destes 6 casos, há 3 alunos que erram totalmente o problema.

Enquanto nas 1ª e 3ª situações problemáticas não houve nenhuma resposta totalmente errada, o mesmo não se pode dizer em relação às situações 2, 4a e 4b. Nestes 3 problemas surgiram erros a nível do cálculo da área, o que nos levanta a questão se estes alunos entenderam, de facto, o conceito de área. Nomearemos os erros mais relevantes:

- Há alunos (12 e 19) que, antes de calcularem a área, reduzem os valores indicados (C e L) a medidas de superfície (por exemplo: 6 dam $\Rightarrow$ 0,06 hm² ou 150 m $\rightarrow$ 150 m² = 0,150 hm²). De seguida, calculam a área somando o comprimento e a largura, mas já em medidas de superfície (por exemplo: 0,150 hm² + 0,6 hm² = 0,750 hm²).
- Há uma aluna (10) que dá como área o valor do lado do quadrado ($A=L$).
- Dois alunos (6 e 7) calculam a área multiplicando o lado por três ($A = 3 \times L$).
- Um aluno (13) calcula a área multiplicando C e L e voltando a multiplicar o resultado pela largura (confusão com o conceito de volume?).

Relativamente aos restantes erros, eles dizem sobretudo respeito à multiplicação com números decimais que parece ainda não obter por parte de todos os alunos respostas precisas (cf. com Provas a nível dos Números Decimais).

PROVA 6 - Resultados obtidos nas situações problemáticas

Situação problemática	a) Cálculo do perímetro (2 situações)	a) Cálculo da área (3 situações)	a) Cálculo da área a partir do perímetro (1 situação)
Sucessos	25	16 (+4)	4
Aplicação da fórmula	1	9	2
Erros mais frequentes	. Reduções	. Reduções . Mult. c/ nos decimais	. Reduções
Insucessos	4	16	9

Nº de alunos que realizaram a prova: 15

A Prova 6 é constituída por 6 situações problemáticas:

- a) Duas situações exigem o cálculo do perímetro (a situação 2 implica o cálculo do perímetro dum rectângulo e a situação 4 implica o cálculo do perímetro dum quadrado);
- b) Três situações exigem o cálculo da área (a situação 1 exige o cálculo da área dum quadrado e as situações 3 e 5 implicam o cálculo de áreas de rectângulos);
- c) Uma situação (a situação 6) implica que, a partir do perímetro, seja calculada a área dum quadrado.

Com base nos resultados globais, apenas 3 alunos dos 15 que realizaram a prova atingiram o critério de sucesso.

Realizou-se então uma análise dos erros dados de acordo com os três grupos de problemas acima indicados (a, b e c).

- a) A situação exigindo o cálculo do perímetro dum quadrado foi resolvida correctamente por todos os alunos, enquanto que o cálculo do perímetro do rectângulo só obteve 10 respostas totalmente correctas. Dos restantes 5 alunos, 1 aplicou a fórmula correctamente, embora tenha feito um erro a nível das reduções. Quanto aos 4 alunos com respostas totalmente erradas, 2 (alunos 13 e 19) calcularam o perímetro somando o comprimento e a largura ($C + L$), 1 (aluna 2) multiplicou o comprimento pela largura ($C \times L$) (confusão provável com o cálculo da área) e um quarto (aluno 7) calculou o perímetro somando duas vezes o comprimento e uma vez a largura ($C + L + C$).

Em 30 respostas correctas possíveis, houve 25 resoluções correctas, o que equivale a uma percentagem de 83% (de respostas correctas).

- b) Relativamente à 1ª situação, 6 alunos resolveram-na correctamente e mais 4 aplicaram a fórmula adequada, embora depois se verifiquem erros de vários tipos (erros nas reduções, na multiplicação com números decimais e na tábua de multiplicação). Há 5 alunos que erram o problema totalmente, multiplicando o lado por quatro (confusão com o perímetro?). A 5ª situação (que implica o cálculo da área dum

rectângulo) é resolvida por 7 alunos e mais 4 aplicam a fórmula apropriada (i.e: $A = C \times L$), embora com erros na multiplicação e nas reduções. Quatro alunos erram o problema: 2 (alunos 2 e 17) somam o comprimento e a largura ($A = C + L$), 1 (aluno 9) subtrai a largura ao comprimento ($A = C - L$) e outro (aluno 15) reduz o comprimento e a largura a medidas agrárias (!) e multiplica os valores assim obtidos. O 3º problema é já uma situação mais complexa, implicando não só o cálculo da área dum rectângulo, mas a sua multiplicação posterior por uma determinada quantia. Os resultados reflectem essa maior complexidade: Apenas 3 alunos resolvem a situação, embora mais 4 calculem a área correctamente. Um aluno aplica a fórmula, mas faz um erro na redução. Dos 7 alunos que erram o problema, 3 (alunos 7, 11 e 13) multiplicam uma das dimensões pela quantia ($C \times$ quantia ou $L \times$ quantia), um outro (aluno 2) soma a quantia, o comprimento e a largura. O aluno que na 3ª situação havia subtraído a largura ao comprimento repete o erro e o aluno 15 reduz novamente o comprimento e a largura a medidas de superfície, multiplicando de seguida os valores encontrados.

Sumarizando, das 45 respostas correctas possíveis, apenas 16 foram dadas (36%). As 16 respostas totalmente erradas obtidas nas 3 situações reflectem a necessidade de insistir na aprendizagem do conceito e do cálculo de área (aquisição).

- c) Os resultados atrás referidos deixam antever uma percentagem elevada de insucesso nesta situação, já que esta implica o domínio dos conceitos referidos em a) e b).

Com base nos resultados obtidos, verificamos que 4 alunos (27%) resolvem o problema, havendo ainda 2 alunos que, a partir do perímetro, calculam um lado do quadrado e aplicam a fórmula fazendo, no entanto, erros a nível das operações. Os restantes 9 alunos (60%) erram o problema por completo:

- 8 desses 9 alunos calculam a área somando o perímetro quatro vezes ou então multiplicando o perímetro por quatro;
- 1 aluno calculou a área multiplicando o perímetro pelo perímetro ($A = P \times P$).

Estes resultados vêm reforçar a ideia de que o conceito de área ainda não está suficientemente claro para todos os alunos. Há necessidade dum treino de discriminação entre conceitos que permita a generalização do conceito de área a situações cada vez mais complexas.

ÁREA - ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

SOBRE A AVALIAÇÃO E TRABALHO A NÍVEL DAS PRÉ-COMPETÊNCIAS

Foi acordado com a professora um trabalho de revisão a nível das pré-competências para a área, exceptuando o operar com números decimais já que teria vindo a ser trabalhada ultimamente. No entanto, os resultados obtidos nas Provas (cf. Números Decimais) não permitem dizer que esta competência estivesse dominada por todos os alunos da turma.

SOBRE A INTRODUÇÃO DO CONCEITO

O conceito é apresentado com base em exemplos concretos. A confusão duma aluna entre área e perímetro leva a professora a apresentar um exemplo do conceito de Perímetro confrontando-o com um exemplo de Área. A apresentação de um exemplo único poderá não ter sido suficiente para uma clarificação e discriminação dos dois conceitos.

Após a introdução do conceito de área e da medida padrão principal de superfície - o m^2 - é realizada a transição para o cálculo da área a partir do comprimento e da largura. Esta passagem é feita rapidamente, sem explicitação dos diferentes passos que medeiam entre a área como espaço bidimensional e o seu possível cálculo a partir de medidas lineares.

Embora a apresentação do m^2 tenha sido feita isoladamente, é ainda na aula de introdução que a unidade seguinte (o dm^2) é apresentada. Não há pois um trabalho sucessivo das diferentes unidades, em que só se passaria à unidade seguinte depois da primeira estar dominada.

SOBRE AS ESTRATÉGIAS UTILIZADAS NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO

A professora estrutura a situação de ensino-aprendizagem da área e do m^2 , centrando o ensino nela própria. Passa à unidade seguinte (dm^2) de imediato, sem ter diminuído a estrutura e complexificado as situações de ensino a nível do m^2 . A opção é por uma apresentação sucessiva das diferentes unidades e por um trabalho simultâneo a nível de medições, cálculo de áreas, discriminação de outros conceitos, etc.

SOBRE A AVALIAÇÃO REALIZADA

As provas aplicadas revelam frequentemente dificuldades até aí não detectadas.

A salientar a tendência da professora em optar por provas mais englobantes (ver Prova 1), em detrimento duma avaliação mais contínua com base em provas específicas e curtas. É um aspecto que reflecte um pouco todo o processo de ensino-aprendizagem: a um ritmo mais ou menos rápido, as várias competências vão sendo aprendidas e dominadas (?). As provas detectam falhas em passos já há muito percorridos, obrigando a um retrocesso para os "reensinar". Assim, a nível da área e à medida que a espiral de aprendizagem vai progredindo, os erros vão-se acumulando. Senão, vejamos: Na Prova 3, a grande causa dos insucessos nas operações reside nos erros de reduções e ainda no alinhamento incorrecto das parcelas em algoritmo. Nas situações problemáticas de aplicação do m^2 , seus múltiplos e submúltiplos, é frequente a aplicação da fórmula apropriada, sendo dados erros a nível de reduções e, essencialmente, a nível das operações com números decimais (multiplicação com números decimais). De facto, os resultados nas Provas a nível dos Números Decimais indicavam que estas pré-competências não estavam dominadas, o que se vem a confirmar agora.

A aplicação da Prova 4 revelou-se prematura: os alunos mostraram não ter adquirido então as competências para o cálculo da área, confundindo com frequência este conceito com o de perímetro. Em relação a este último aspecto, a previsão feita aquando da aula

de introdução ao conceito (em que foi referido que o número restrito de exemplos negativos do conceito de área poderia não permitir a discriminação entre área e perímetro) parece cumprir-se.

Face aos resultados obtidos, a professora acordou em trabalhar, passo a passo, o cálculo da área (fase de aquisição) e a discriminação entre área e perímetro (fase de generalização). Mas, mesmo depois dum certo trabalho ter sido realizado a este nível, continua a haver alunos com uma baixa percentagem de respostas correctas. A área é, por vezes, calculada a partir de fórmulas erradas (por exemplo: $A = C + L$ ou $A = C - L$), e há alunos que reduzem medidas lineares (C e L) a medidas de superfície. Este erro poderá eventualmente decorrer da insuficiente preparação para a apresentação da fórmula $A = C \times L$. Alguns alunos parecem não ter compreendido a utilização do m² para determinar o espaço dado através de medidas lineares. (cf. com "Introdução do Conceito").

Muitos dos erros que se reflectem nas fases de aquisição e generalização parecem reenviar para lacunas a nível dos conceitos (de perímetro e de área). Provavelmente, um "reensino" eficaz teria que retroceder até à fase de introdução ao conceito.

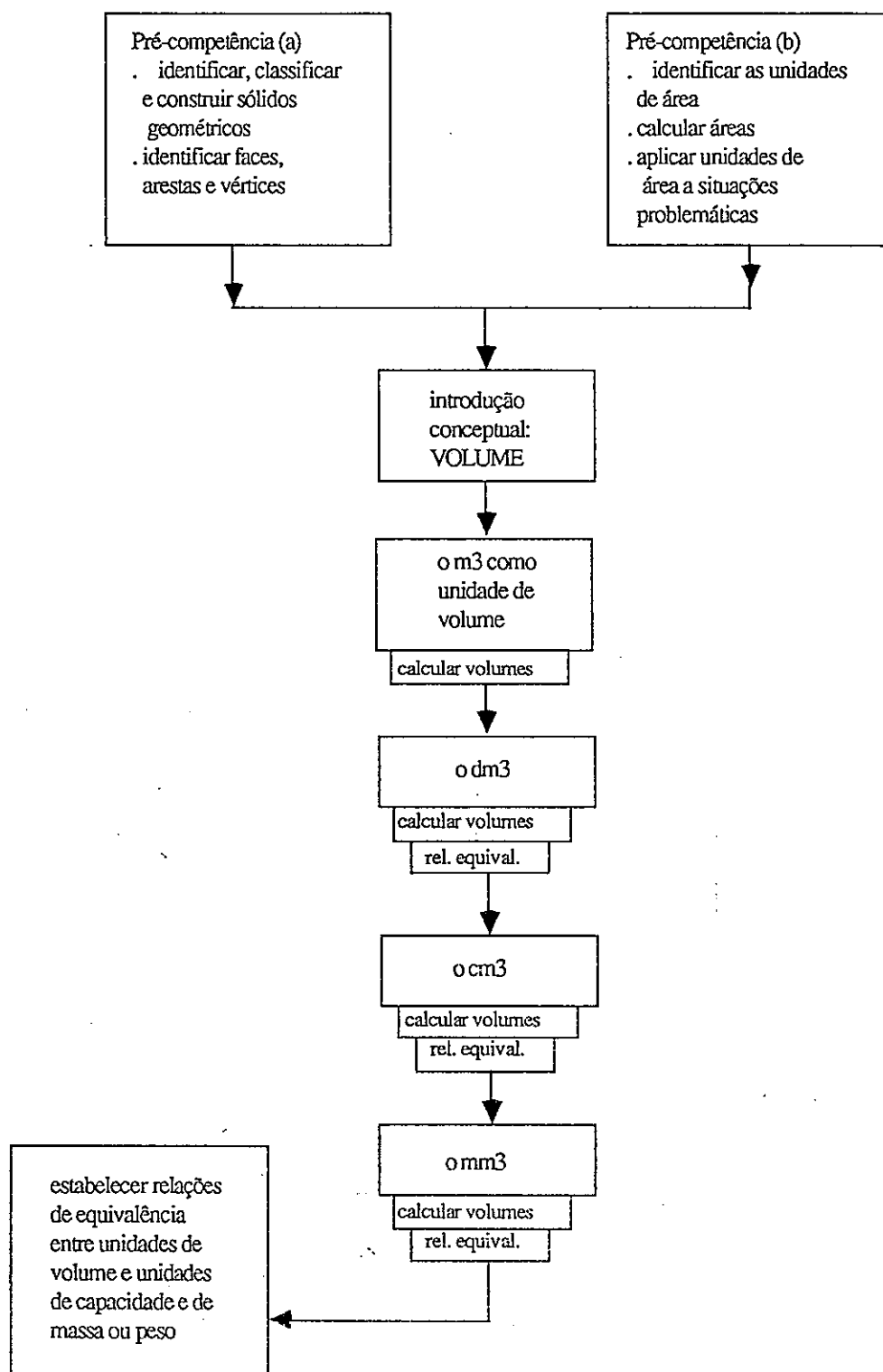
Há ainda erros que revelam confusão entre o conceito de área e volume. De salientar que o conceito de volume é introduzido antes das Provas 5 e 6 serem aplicadas, o que leva a concluir que o novo conceito (VOLUME) surge antes do anterior (ÁREA) ser dominado.

A necessidade dum trabalho a nível da aquisição e discriminação faz-se sentir, agora não só em relação ao Perímetro e à Área, mas também em relação ao Volume.

5.4. O. VOLUME

HIERARQUIA DE COMPETÊNCIAS

VOLUME



A Hierarquia de Competências do VOLUME tem como pedra de base o conceito de volume e a sua unidade padrão - o m^3 .

A introdução e o desenvolvimento das diferentes unidades serão sucessivos. Com cada uma será feito um trabalho a diferentes níveis:

- identificação da unidade;
- cálculo de volumes;
- estabelecimento de relações de equivalência com outras unidades anteriormente adquiridas.

II- INTRODUÇÃO DO CONCEITO

Tal como foi referido, houve uma reunião entre a professora e a psicóloga para planear a introdução e desenvolvimento do conceito da medida de volume.

Usualmente, a professora introduz as medidas de volume a partir das medidas de capacidade. Mostra que o litro "cabe" no dm^3 , utilizando um cubo com 1 dm de aresta para apresentar o dm^3 . É com base no dm^3 que são introduzidas as restantes unidades, nomeadamente o cm^3 , o mm^3 e o m^3 . Não faz parte dos hábitos da professora realizar um trabalho prévio a nível dos sólidos geométricos, embora estes já tinham sido abordados quando as medidas de volume são introduzidas.

Após a reunião de preparação ficou acordado que a professora iria introduzir algumas alterações no seu modo de funcionamento usual:

Algum tempo iria ser dedicado a um trabalho a nível das pré-competências para o VOLUME (cf. Ponto I). A área estaria, por natureza, revista, já que teria vindo a ser trabalhada ultimamente. Embora os sólidos geométricos também já tivessem sido trabalhados, optou-se por uma breve revisão de certas noções como "aresta", "vértice", "face", etc.

Ficou igualmente definido que o conceito de medida de volume seria introduzido a partir do m^3 construído na sala de aula. Só depois desta unidade ter sido trabalhada seria introduzida a unidade seguinte, e assim sucessivamente, primeiro o dm^3 , depois o cm^3 e, por último, o mm^3 .

A- SEQUÊNCIA DE ENSINO

COMO FOI

COMENTÁRIOS

- A aula inicia com uma sequência de perguntas (feitas pela professora) e respostas (dadas por um ou vários alunos). A sequência de perguntas e respostas é, por vezes, intercalada com breves explicações da professora. Frequentemente a profª começa uma frase e depois dá sinal aos alunos (com um simples movimento ou com o olhar) para estes a completarem, com ela. A profª dá pois as pistas verbais, acabando a frase juntamente com os alunos.

- A professora compara um cubo planificado desenhado no quadro (exemplo de área) com um cubo construído em cartolina (exemplo de volume).

- Revê a área e o seu cálculo ($C \times L$).

- Refere a necessidade duma 3ª dimensão, a altura, para "calcular" o espaço que ocupa o cubo.

- A profª discrimina os exemplos de área e volume ("O que é mais fácil de arrumar?") referindo o aparecimento da 3ª dimensão (altura) no volume.

- A profª introduz a noção de medida de volume indicando as suas características - as 3 dimensões, ou seja, comprimento, largura e ALTURA.

- A profª dá exemplos de volume, considerando que esses exemplos são exemplos negativos do conceito de área.

A professora inicia a introdução do conceito de medida de volume comparando 1 exemplo de área (a planificação do cubo no quadro) e 1 exemplo de volume (o cubo construído em cartolina). Refere a necessidade de 2 dimensões para calcular a área e de 3 para calcular "o espaço que ocupa o cubo". De salientar a utilização indiferenciada do termo "espaço" para espaços bi e tridimensionais.

Ao discriminar área de volume com base na facilidade que há em arrumar um ou outro, está a discriminar 2 conceitos a partir de características irrelevantes, mesmo incorrectas. Um corpo, por ocupar um determinado volume, não deixa de também possuir uma área. Por outro lado, a área por si só não ocupa espaço de "arrumação"; só um volume é que é "susceptível de arrumação".

COMO FOI

COMENTÁRIOS

• A profª pergunta como se pode "medir o volume" e uma aluna sugere "a medição do volume" a partir da quantidade de água que transborda quando esse volume é introduzido num recipiente completamente cheio de água.

- A profª realiza a experiência de avaliação do volume dos corpos, demonstrando todo o processo e acompanhando-o de explicações. Novamente são utilizadas pistas verbais, sendo as frases completadas em coro pelos alunos e professora.

• A profª relaciona o volume e as medidas de capacidade demonstrando que a água que transbordou e que corresponde ao volume dos corpos é mais ou menos 4 centilitros.

• A profª refere que para avaliar o volume não pode utilizar o m2, tendo que recorrer a uma medida com 3 dimensões, o m3.

- Professora e alunos constroem o m3 com base em 6 cartolinas de 1 m2 cada. A profª constrói o m3 com os alunos, dando instruções, explicações e ajudas.

• A profª refere e mostra as 3 dimensões (C;L;A);

• Revê com os alunos noções como face, aresta e vértice.

- Os alunos constroem de seguida o dm3 em pequeno grupo com a supervisão da profª. Esta dá instruções e ajudas, modelando quando necessário.

- Utilizando o m3 e o dm3 construídos na sala de aula, a profª relaciona m3 com dm3. Coloca a questão, inicia a resposta e dá sinal aos alunos para estes completarem, com ela, a frase.

A profª realiza uma experiência sobre a avaliação do volume dos corpos a partir da água que transborda.

Embora sem explicitar, a profª faz a equivalência entre volume e capacidade. A explicitação desta equivalência virá a ser realizada mais tarde.

Não é clara a transição da experiência anterior para a necessidade do m3 (e não do m2) para avaliar volumes. Também não é clara a necessidade da 3ª dimensão.

Ao contrário do habitual, a professora introduz, em primeiro lugar, o m3, como unidade das medidas de volume.

Logo após a construção do m3, os alunos constroem, em pequeno grupo, o dm3. A profª relaciona já m3 com dm3, não realizando a introdução sucessiva das várias unidades.

A profª explica a relação entre m3 e dm3.

COMO FOI

COMENTÁRIOS

• A profª explica a relação de 1 : 1000 do m³ em relação ao dm³ e escreve no quadro:
10 comprimento x 10 largura x 10 altura =
= 1000

• A profª relaciona dm³ com cm³ e cm³ com mm³ e conclui com os alunos que a relação das medidas de volume é de 1 : 1000.

• Há uma nova sequência de perguntas e respostas, em que se relacionam o dm³ e o m³; o mm³ e o cm³.

• Os alunos realizam exercícios propostos pela professora no seu lugar. São exercícios que relacionam o m³ com os seus submúltiplos. A profª supervisiona o trabalho, dando feedback, corrigindo, detectando e ajudando alunos em dificuldades.

Os submúltiplos do m³ são introduzidos simultaneamente na aula de introdução do conceito de medida de volume.

A professora relaciona os submúltiplos do m³ para concluir que a relação das medidas de volume é de 1 : 1000.

A introdução do conceito de medida de volume é rapidamente feita, passando-se imediatamente do m³ ao dm³, cm³ e mm³. Poder-se-á questionar se não teria sido positivo um trabalho mais aprofundado a nível da compreensão dos conceitos em si, deixando para mais tarde a introdução dos submúltiplos do m³.

PRÉ-COMPETÊNCIAS

Na reunião de preparação para a introdução e desenvolvimento do conceito de medida de volume, ficou acordado com a professora que seria feita uma breve revisão a nível dos sólidos geométricos. Quanto à área, esta estaria - segundo a professora - revista, já que teria vindo a ser trabalhada ultimamente. No entanto, os resultados obtidos em Provas muito posteriores (7.5.90) à aula de introdução do volume (26.3.90) revelaram deficiências a nível da aquisição e aplicação do conceito de área (cf. "Área").

INTRODUÇÃO DO CONCEITO

A prof^a escolhe a comparação entre um exemplo de área e outro de volume para iniciar a introdução do conceito de medida de volume. O exemplo escolhido para a área é a planificação dum cubo representado no quadro a 2 dimensões  (A), o exemplo para o volume consiste num cubo construído em cartolina (B). A prof^a salienta a necessidade de 2 dimensões para calcular o espaço que A ocupa. Refere depois que o cálculo do "espaço" que ocupa B implica uma 3^a dimensão, a altura. Como se pode verificar, o termo "espaço" é utilizado indistintamente para a ÁREA (espaço bidimensional) e para o VOLUME (espaço tri-dimensional).

Os exemplos escolhidos poderão não ser os mais claros. A representação do cubo a 2 dimensões, no quadro, exemplifica a área total do cubo. No entanto, a representação do cubo a 3 dimensões, no quadro, ocuparia também apenas área, e o cubo planificado, em cartolina, ocuparia um determinado volume. Os dois exemplos poderão dar origem a uma percepção errada por parte dos alunos devido a uma selecção pouco adequada dos recursos: o tipo de apresentação dos 2 exemplos (na área, a representação pictórica, no volume, apresentação no concreto) poderá ser visto como a característica discriminadora.

Ao discriminar Área de Volume com base na "facilidade de arrumação" (o volume sendo mais difícil de "arrumar" que a área), está a contradizer-se exactamente a característica diferenciadora dos dois conceitos. Não é possível falar em "arrumação" duma área, só um volume é "susceptível de arrumação".

Os exemplos dados para o volume (estojo, sebenta, carteira, aluno,...) são referidos como exemplos negativos para a área. No entanto, eles podem também ser exemplos positivos do conceito de área. Os corpos ocupam volume, mas também ocupam área. Volume implica ocupação de área, o contrário é que nem sempre é verdade.

A profª refere, de facto, a característica diferenciadora do volume e da área (a 3ª dimensão). No entanto, na escolha dos exemplos, é esquecido que Área e Volume têm não só características diferentes, mas também características comuns. A escolha dos exemplos não permite uma transmissão clara do que são os 2 conceitos, não ilustrando as suas interrelações.

Antes de iniciar a construção do m³, a profª realiza a avaliação do volume a partir da quantidade de água que transborda quando esse volume é introduzido num recipiente completamente cheio de água. Depois, embora sem explicitar, é feita a equivalência entre o volume e capacidade. Gostaríamos de recordar que, usualmente, a profª introduz as medidas de volume a partir das medidas de capacidade e que só este ano, excepcionalmente, se combinou a introdução do novo conceito a partir da noção de volume (implica verificar que os corpos têm sempre três dimensões e que duas dessas dimensões ocupam sempre uma área). A introdução desta experiência neste momento da aula reflecte a forma usual da profª introduzir as medidas de volume e talvez explique a razão de certas descontinuidades na sequência de ensino.

Após a avaliação do volume atrás referida, a profª conclui da necessidade duma medida de 3 dimensões quando se pretende avaliar o volume.

Só então é realizada a construção do m³. Embora este fosse o momento ideal para salientar a necessidade duma 3ª dimensão, apenas uma referência é feita nesse sentido, passando-se rapidamente à construção da próxima unidade, o dm³. Ainda nesta mesma aula são introduzidos os restantes submúltiplos, o cm³ e o mm³.

Como se pode ver, a apresentação quer da noção de volume quer de cada uma das diferentes unidades de volume é feita quase que simultaneamente. Uma outra alternativa teria sido a sua apresentação e desenvolvimento sucessivos:

Primeiro seria apresentado o conceito de volume (implicando o domínio das interrelações entre as três dimensões). Depois seria apresentado o m³, realizando-se estimativas, cálculos, discriminações de volumes e áreas, etc. De seguida seria introduzida a unidade seguinte - o dm³ - sendo feito - agora com o m³ e o dm³ - o mesmo tipo de trabalho que havia sido feito com o m³. Só então seria introduzido o cm³ e, por último, o mm³. Esta seria uma forma de proceder passo a passo e sucessiva, implicando um ritmo de ensino-aprendizagem mais lento.

ESTRATÉGIAS

A situação de ensino-aprendizagem é estruturada e está centrada na professora. Frequentemente, esta utiliza o encadeamento de perguntas e respostas com breves explicações intercaladas. Por vezes, dá pistas verbais, iniciando a frase e completando-a juntamente com os alunos. São utilizadas a demonstração com verbalização e as instruções e são construídos modelos (m^3 e decímetros cúbicos) para base de trabalho. Embora forme pequenos grupos de alunos, a professora estrutura-lhes a tarefa e supervisiona-os, ajudando sempre que necessário.

As várias unidades de volume são introduzidas na primeira aula, sem haver um trabalho sucessivo com cada uma delas. Uma outra alternativa consistiria em trabalhar inicialmente o m^3 , primeiro de forma estruturada, depois complexificando as situações e centrando o ensino aprendizagem cada vez mais no aluno. Só depois se passaria ao dm^3 e assim sucessivamente.

No final, os alunos realizam exercícios (reduções) no seu lugar, sob a supervisão da professora, sem ter havido, previamente, uma demonstração e/ou realização em conjunto com os alunos dos exercícios.

Fases de aprendizagem e avaliação

Resultados nas Provas realizadas a nível do VOLUME
Nº de respostas correctas / % de respostas correctas.

Alunos	em 5 (70)	
	TOTAL	%
1		
2	0	0%
3	0	0%
4		
5	3	60%
6	1	20%
7	0	0%
8	1	20%
9	0	0%
10		
11	4	80%
12		
13	0	0%
14	1	20%
15		
16	4	80%
17	0	0%
18	1	20%
19	0	0%
Alunos com 80% ou mais		2
Alunos com menos de 80%		12

FASES DE APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO

Em reunião com a professora ficou acordado que, devido a limitações de tempo, se iriam restringir as provas às competências consideradas chave à aquisição e aplicação do conceito de medida de volume.

Assim, de acordo com a hierarquia de competências (cf. Ponto I) e com a hierarquia de ensino-aprendizagem, optou-se pela elaboração de provas para avaliar a aplicação do m^3 e seus submúltiplos a situações problemáticas. Foram consideradas as seguintes competências-chave:

- Cálculo do volume de cubos e paralelepípedos a partir de 3 dimensões (comprimento, largura e altura);
- Cálculo do volume de cubos e paralelepípedos a partir da área e da altura;
- Cálculo da área ou altura a partir do volume.

Embora a sugestão inicial fosse a elaboração de provas isoladas para cada uma das 3 competências, optou-se finalmente por uma prova constituída por cinco situações problemáticas implicando as 3 competências.

Como se pode ver no Quadro da pág. 158, apenas 2 alunos obtiveram 80% de respostas correctas e 7 alunos não resolveram correctamente nenhuma situação problemática.

Já que os 5 problemas implicavam competências de natureza diferente, foi realizada uma análise dos erros dados em cada situação, separadamente.

O 1º problema ("Quantos dm^3 ocuparia um roupeiro com as seguintes dimensões: comprimento 1,2 m, largura 60 cm, altura 2m ?") implica o cálculo do volume dum paralelepípedo. É uma situação problemática simples que poderemos considerar adequada a uma fase de aquisição. Dos 14 alunos que realizaram a prova, 5 resolveram o problema correctamente. Oito, embora aplicando a fórmula dada, deram erros vários, nomeadamente nas reduções. Um único aluno (aluno 19) errou totalmente o problema, calculando o volume a partir da adição do comprimento, largura e altura.

O 2º problema ("Quantos litros leva um depósito de água de forma cúbica que mede de aresta 2 cm ?") exige não só o cálculo do volume dum cubo a partir da sua aresta,

como também o cálculo da equivalência do volume encontrado a uma medida de capacidade. Embora o grau de dificuldade do cálculo do volume do cubo se possa equiparar ao problema anterior, o pedido da equivalência em litros complexifica a situação. Assim, 5 alunos resolveram o problema correctamente, mas mais 2 alunos o fizeram sem ter realizado o cálculo da equivalência. 4 alunos aplicaram a fórmula dada, embora tenham apresentado o resultado final, não em medidas de volume, mas de comprimento. Há ainda 3 alunos que erram o problema na sua globalidade, 2 alunos (os alunos 9 e 17) calculam o volume multiplicando a aresta quatro vezes ($V = a \times a \times a \times a$), um outro (aluno 13) calcula o volume como se calculasse a área (i.e: $V = C \times L$).

O 3º problema ("A área da superfície da base de um caixote é de 12,5 dm² e a sua altura é de 80 cm. Quanto mede o volume do caixote em cm³?") implica o cálculo do volume a partir da área e da altura. É uma situação que exige a discriminação entre área e volume e a compreensão das suas interrelações. Poder-se-á considerar este problema numa fase já de generalização.

3 alunos resolvem o problema e mais de 7 aplicam a fórmula, embora dando erros a nível de reduções. Destes 7 alunos, convem salientar que 1 faz equivaler uma medida linear a uma medida bidimensional ($a = 80 \text{ cm} = 0,08 \text{ dm}^2$) e 3 fazem equivaler medidas lineares ou bidimensionais a medidas tridimensionais (ex: $A = 12,5 \text{ dm}^2 = 125 \text{ cm}^3$). Estes erros poderão reflectir a não discriminação entre a aplicação das medidas de comprimento, de superfície e de volume. A origem destes erros poderá residir na incompreensão dos passos que medeiam entre o conceito de Área / Volume e o seu cálculo a partir de dimensões lidas em medidas lineares.

O problema é errado por completo por 4 alunos (alunos 6, 7, 13, 18). O aluno 6, embora indicando a fórmula " $V = C \times L \times A$ ", multiplica $A \times A \times A$. Outro aluno (7), depois de multiplicar a área pela altura, multiplica o resultado por um terceiro valor (provavelmente não considera que a área já implica a multiplicação de duas dimensões). O aluno 13 indica que $V = C \times L$ e divide a área pela altura. Por último, o aluno 18 divide a área por 2, subtrai ao resultado obtido a área e, finalmente, calcula o volume correctamente (a partir da área e da altura).

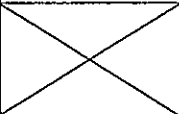
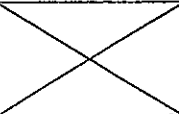
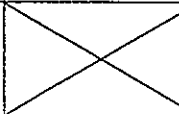
O 4º problema ("Quantos cubos de 15 dm³ de volume cabem numa caixa que mede 1,5 m de comprimento, 60 cm de largura e 50 cm de altura?") é uma situação que implica o cálculo do volume a partir do comprimento, largura e altura e divisão do volume encontrado por um segundo volume. É pois uma situação semelhante à 1ª situação, porém complexificada com a exigência da divisão.

Apenas um aluno resolve o problema na sua totalidade. Tendo em conta o cálculo do volume sem a divisão posterior, há a considerar mais 5 alunos (um número de sucessos equivalentes aos encontrados na 1ª situação problemática). Há ainda 7 alunos que aplicam a fórmula, dando no entanto erros vários (não reduzem ou erram nas reduções, apresentam resultados em medidas de comprimento, erram na operação...). 2 alunos erram totalmente o problema, um multiplicando três valores que não os do enunciado (aluno 7) e outro somando os 4 valores indicados no enunciado (aluno 19).

O último e quinto problema ("Quantos metros quadrados mede a superfície do chão duma sala de jantar que tem de altura 28 dm e de volume 210 m³?") exige o cálculo da área a partir do volume e da altura. Um único aluno resolve o problema correctamente, embora mais 7 apliquem a fórmula dada (5 desses 7 alunos erram na divisão com números decimais!). O problema é totalmente errado por 6 alunos, 5 dos quais multiplicam o volume pela altura (alunos 2, 7, 9, 13 e 14) e um aluno (aluno 19) soma volume e altura.

Feita esta análise, situação por situação, o quadro seguinte tem como objectivo sintetizar os elementos obtidos.

Situação
problemática

	1	2	3	4	5
Sucessos	5	5	3	1	1
Parte I correcta		2		5	
Aplicação da fórmula	8	4	7	6	7
Erros mais frequentés	Reduções	Resultado em medidas de comprimento	* Reduções * Medidas lineares em medidas bidimensionais ⁽¹⁾ * Medidas bidimensionais em medidas tridimensionais ⁽¹⁾	Reduções Resultado em medidas de comprimento	Divisão com nº decimais
Insucessos	1	3	4	2	6

Estes resultados podem ser interpretados à luz da hierarquia de aprendizagem proposta por Haring e Eaton (1978).

As situações 1, 2 e 4 implicam o cálculo do volume a partir de 3 dimensões. Embora depois existam elementos que complexificam mais ou menos a situação (caso do 2º e 4º problemas), podemos considerar o seu núcleo como situando-se numa fase de aquisição.

Já a situação 3 implica o cálculo do volume a partir da área e da altura e a situação 5 (provavelmente a mais complexa) diz respeito ao cálculo da área a partir do volume e da altura, exigindo o domínio dos conceitos de área e volume e sua interrelação.

De facto, são realmente as situações 3 e 5 que obtêm menor número de sucessos (3 e 1 respectivamente) e maior número de insucessos (4 e 6).

Estes resultados reflectem a necessidade dum trabalho passo a passo, pois,

⁽¹⁾ Poder-se-á eventualmente considerar estes quatro casos como insucessos, já que a aplicação da fórmula tem estes erros subjacentes.

à medida que as situações de ensino-aprendizagem se complexificam (da aquisição à adaptação) e implicam como pré-requisitos outras competências a níveis inferiores, maior probabilidade de errar há.

Assim, se os resultados revelam dificuldades a nível do simples cálculo do volume (fase de aquisição), mais dificuldades surgirão quando o pedido implicar não só o cálculo do volume, mas a utilização do volume como base de resolução dum problema (por exemplo: o cálculo da área a partir do volume)(fase de generalização).

A partir das análises do erro verifica-se que um problema é, frequentemente, errado, não por desconhecimento da fórmula (que pode ter sido compreendida ou simplesmente, aprendida sem compreensão do seu significado), mas porque surgem erros a nível de competências que deveriam já estar dominadas.

Em qualquer uma das 5 situações, muitos alunos aplicam a fórmula que lhes foi apresentada pela professora, mas dão erros a nível das reduções, da divisão com n.ºs decimais, etc. São as ditas pré-competências (cf. Hierarquia de Competências) que não estão dominadas e vão originar uma situação de acúmulo de erros na aplicação do novo conceito.

IV - VOLUME - ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

SOBRE A AVALIAÇÃO E TRABALHO A NÍVEL DAS PRÉ-COMPETÊNCIAS

Embora a pré-competência "Área" tenha vindo a ser trabalhada, não pode considerar-se que o conceito esteja adquirido e dominado aquando da aula de introdução ao volume (cf. "Área").

SOBRE A INTRODUÇÃO DO CONCEITO

A professora refere a característica diferenciadora da área e do volume (a 3ª dimensão), mas a escolha dos exemplos esquece que área e volume têm também características comuns. Os exemplos de volume são apresentados como exemplos negativos de área, o que é incorrecto, já que os exemplos de volume são, obrigatoriamente, exemplos de área. Os exemplos apresentados não permitem pois a interrelação dos 2 conceitos.

A professora introduz nesta primeira aula o m³ e seus submúltiplos. Não se realiza um trabalho sucessivo das diferentes unidades, em que só se introduziria a unidade seguinte depois da anterior estar dominada.

SOBRE AS ESTRATÉGIAS UTILIZADAS NA INTRODUÇÃO DO CONCEITO

A situação de ensino-aprendizagem é estruturada e centrada na professora. A introdução do m³ e do dm³ é sucessiva, mas os restantes submúltiplos são apresentados logo de seguida simultaneamente. A professora não opta por um trabalho sucessivo com cada unidade.

SOBRE A AVALIAÇÃO REALIZADA

As competências-chave que se pretendeu avaliar dizem respeito ao cálculo do volume a partir de 3 dimensões (1), ao cálculo do volume a partir da área e da altura (2) e ao cálculo da área ou altura a partir do volume (3).

Quando, com base numa situação problemática, se avalia uma determinada competência, há a necessidade de distinguir o que existe de essencial e de acessório a avaliar. É o caso das 3 situações que avaliam especificamente a 1ª competência. Nestas situações estão implicadas competências essenciais (o cálculo do volume) e outras competências periféricas (p. ex: divisões de volumes). Se se pretende avaliar a aquisição do cálculo do volume, então o foco do nosso interesse deverá centrar-se aqui e analisar casos que reflectem a não aquisição dessa competência-chave (p. ex: $V = C + L + A$ ou $V = C \times L$).

As competências-chave (2) e (3) situam-se numa fase de aprendizagem mais complexa:

A 2ª competência exige que se calcule o volume a partir da área e da altura (conceitos já anteriormente trabalhados). É necessário que o aluno tenha compreendido que um corpo tem área e volume e que o que discrimina estas duas características do corpo é a 3ª dimensão, a altura. Poderemos interrogar-nos se a introdução ao conceito clarifica suficientemente este ponto (ver Introdução do Conceito).

A 3ª competência implica que se domine os conceitos de área e volume e as suas interrelações. Situa-se numa fase de generalização e os resultados reflectem a sua maior complexidade. É na situação problemática que pretende avaliar esta competência-chave que se verificam menos sucessos e mais insucessos completos. De facto, se ainda há dificuldades em fases anteriores (a nível da aquisição), mais serão de esperar numa fase de generalização.

Saliente-se ainda que estas situações problemáticas revelam erros não directamente relacionados com o conceito de volume, mas sim com conceitos previamente abordados, como é o caso dos Números Decimais.

6. CONCLUSÕES

Com base nos dados obtidos ao longo do processo de ensino-aprendizagem de quatro conceitos-chave, iremos agora avaliar até que ponto atingimos os objectivos que nos propusemos.

- 1 - Verificar se o professor possui os instrumentos necessários para avaliar a "distância/proximidade" dos alunos em relação aos conceitos ensinados.

Numa primeira fase baseamos a nossa análise apenas nas fichas de avaliação aplicadas usualmente pela professora. Estas fichas possibilitaram uma avaliação parcial do conceito (neste caso, Leitura e Escrita de milhões) a partir dum número reduzido de itens. É uma avaliação global que não permite detectar as competências específicas adquiridas, assim como as possíveis lacunas.

Numa segunda fase foram introduzidas provas, elaboradas pela própria professora, e que se centraram apenas nas operações com números decimais. Estas provas permitiram a detecção de erros que, até esse momento, tinham passado despercebidos. Para a análise dos erros dados, as hierarquias de competências e de ensino-aprendizagem revelaram-se úteis, na medida em que ajudaram a identificar a competência não dominada e a fase de aprendizagem não atingida. Sem estes dois quadros de referência teria sido difícil uma detecção precisa da dificuldade.

Embora nesta segunda fase tenha havido maior riqueza de informação, os resultados obtidos nas provas apenas permitiram uma avaliação a nível das operações, não fornecendo dados sobre a aquisição e aplicação do conceito em si.

Na terceira fase houve uma tentativa de colmatar esta lacuna, sendo elaboradas situações problemáticas para avaliar a aquisição do conceito (área e volume). Estas provas permitiram já "captar" algumas dificuldades dos alunos a nível dos conceitos ensinados. Sem pretender estabelecer relações de causalidade simplistas e lineares, gostaríamos de referir que certos "cortes" na aula de introdução do conceito poderão ter estado na origem destas lacunas.

Os resultados nas provas reflectiram também um processo de acúmulo de erros que se foi verificando à medida que se avançou na espiral de aprendizagem. Embora as provas tenham permitido uma avaliação mais frequente e precisa que o habitual, a sua frequência ainda não foi suficiente e a sua aplicação nem sempre foi no momento adequado. Muitas vezes, a detecção da dificuldade foi tardia: foram ensinadas competências sem passos anteriores estarem dominados; foi exigida a generalização e adaptação de competências, quando ainda não havia precisão de resposta.

O esquema seguinte (ver p. 174 e 175) pretende ser um instrumento para a organização do processo de ensino-aprendizagem de um conceito. A utilização das Provas assegura um ritmo de ensino-aprendizagem adequado e a mestria nas competências componentes desse conceito.

2 - Verificar se o professor detem os instrumentos necessários para transmitir de forma clara e completa os conceitos a ensinar

Centrar-nos-emos agora nos dados obtidos através da observação das aulas de introdução dos conceitos. Embora tenhamos consciência de que estas aulas constituem apenas um momento do processo de ensino-aprendizagem, consideramos que é um momento de importância fundamental.

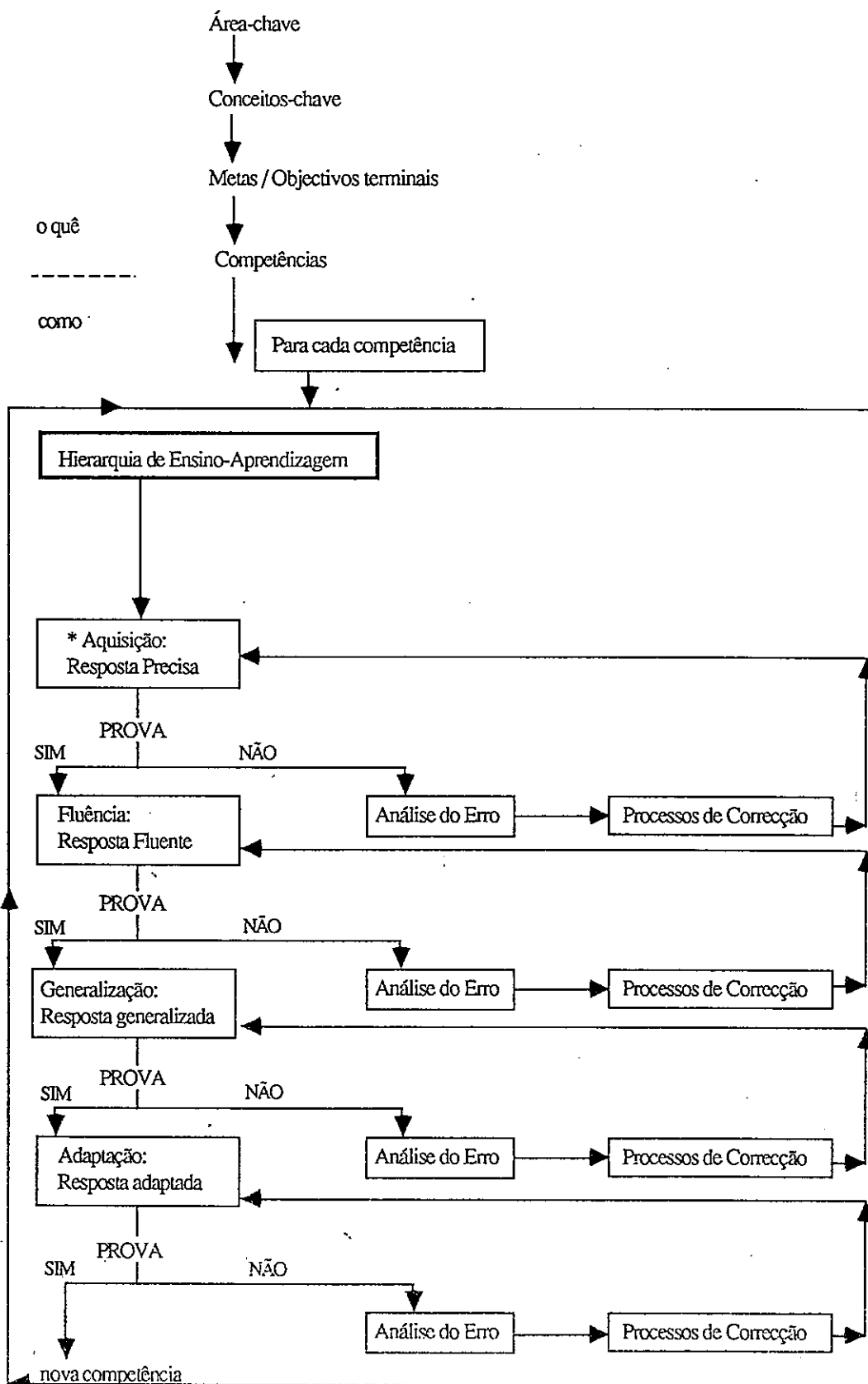
As estratégias utilizadas pela professora para a introdução de conceitos, baseiam-se, essencialmente, na apresentação de exemplos daquilo que o conceito é. Embora os exemplos sejam geralmente adequados, a sua variedade é limitada e o seu número reduzido. Por outro lado, exemplos negativos (i.e: exemplos daquilo que o conceito não é) são raros ou mesmo omissos.

Como se pode verificar, não é dada grande ênfase a esta parte da aula, sendo o ritmo de ensino-aprendizagem acelerado. O tempo dedicado à introdução de conceitos é curto e a professora avança rapidamente: introduz simultaneamente vários conceitos ou passa, de imediato, a exercícios de aplicação.

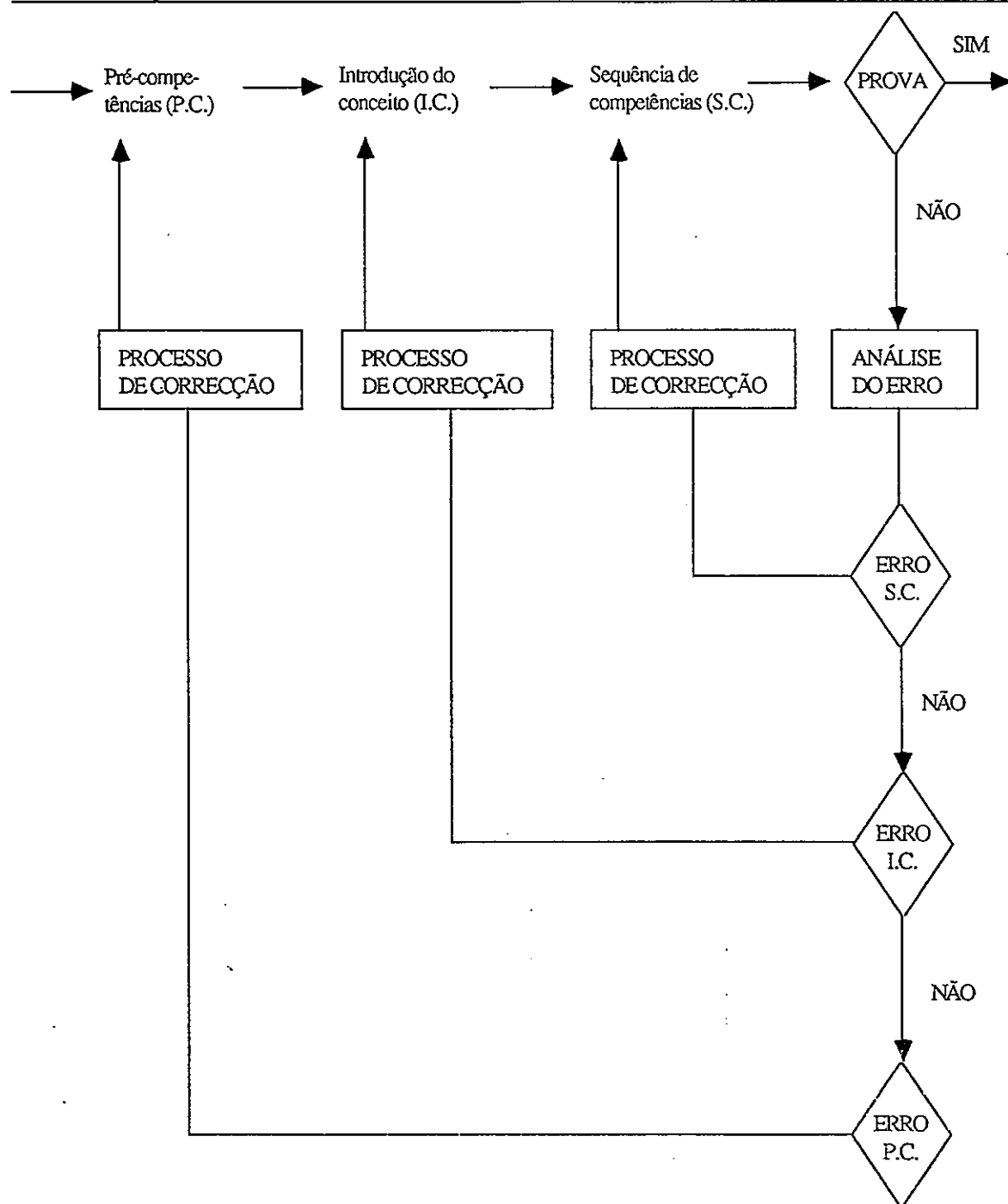
Por outro lado, as crianças, não sendo "tábuas rasas", trazem para a sala de aula concepções formadas. Por vezes, estas são erradas; outras vezes são extremamente ricas. Meissner (1986) mostra que é frequente o aparecimento de conflitos entre professor e aluno (podendo ambos ter conceitos correctos), devido apenas a problemas de comunicação.

De facto, a elaboração de instrumentos de transmissão de conceitos variados

ORGANIZAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE UM CONCEITO



* AQUISIÇÃO



Os erros a nível da fase de Aquisição poderão ter como causas possíveis a não aquisição duma determinada competência (S. C.), uma introdução do conceito deficiente (I. C.), pré-competências não dominadas (P. C.).

permite um enriquecimento das estratégias do professor. Um maior leque de estratégias possibilitará uma diversificação de meios para introduzir conceitos. Estes instrumentos de transmissão diversificados constituirão uma base de trabalho que permitirá tanto a professores como a alunos uma troca de ideias sobre os conceitos, suas características relevantes e irrelevantes e suas interrelações com outros conceitos. Facilitarão ainda a detecção de lacunas e falsas concepções, permitindo a sua correcção imediata. .

A questão reside, porém, em saber como transmitir essas estratégias aos professores.

Na terceira fase do nosso projecto pretendemos avaliar o impacto de reuniões de programação no processo de ensino-aprendizagem . Nestas reuniões foram definidos meios adequados à transmissão de conceitos. No entanto, não se verificaram mudanças significativas no comportamento da professora. Pelo contrário, no caso da introdução do volume, em que foi acordada uma forma de transmissão diferente do usual, houve maior número de cortes no processo de ensino e a escolha de exemplos não foi adequada. Estes dados alertam-nos para uma possível ineficácia de certo tipo de reuniões de programação. Neste caso, se a psicóloga não tivesse observado a aula de introdução ao conceito, teria ficado convencida de ter contribuído para uma maior eficácia da comunicação entre professora e alunos. A observação na aula permitiu-lhe verificar o contrário.

Portanto, até que ponto directrizes sobre a forma de transmitir um conceito serão pouco eficazes ou mesmo contraproducentes? Esta questão leva-nos ao terceiro ponto a ser discutido nestas conclusões.

3 - Verificar se o professor possuiu os instrumentos que lhe permitam levantar mapas cognitivos claros e ricos

Sobre este último ponto iremos tecer algumas considerações que não pretendem nem podem ser conclusões.

De todo o processo observado, parece haver, de facto, necessidade dum trabalho a nível da elaboração de quadros de referência para a avaliação dos alunos e para a transmissão de conceitos.

No entanto, e com base na análise realizada, coloca-se-nos a questão:

Será que os quatro instrumentos propostos são suficientes para a elaboração dum quadro de referência completo?

Estes quatro instrumentos foram elaborados tendo em vista a constituição dum quadro de referência para o processo de ensino-aprendizagem de um conceito-chave. Acontece que os conceitos não existem só por si. Um conceito existe integrado numa rede de conceitos, sendo definido pelas suas interrelações e interdependências. Assim, parece haver necessidade dum instrumento que explicita as interrelações e interdependências entre os diversos conceitos - uma hierarquia de conceitos (Becker, Engelmann e Thomas, 1975) ou um mapa conceptual (Novak e Gowin, 1984).

Concretamente, poder-se-ia pensar na elaboração dum mapa conceptual dizendo respeito aos conceitos abrangidos pelo programa de matemática do 1º Ciclo do Ensino Básico. Este mapa conceptual global poderia depois ser detalhado para cada ano lectivo, permitindo ao professor identificar as interrelações entre conceitos e servindo de orientação para a organização do processo de ensino e aprendizagem.

REFLEXÕES FINAIS

No final do ano lectivo, psicóloga e professora realizaram o balanço do trabalho desenvolvido. Os resultados revelaram-se extremamente positivos. A professora comunicou a sua intenção de continuar a aplicar, sistematicamente, provas aos seus alunos. Segundo ela, estas provas teriam permitido perspectivar o tipo de ensino adequado às necessidades dos alunos, evitando situações de insucesso não detectadas.

Embora sem se ter ainda conseguido a elaboração das provas "ideais", estas permitiram já uma avaliação sistemática e contínua de todo o processo de ensino-aprendizagem.

Os restantes instrumentos (hierarquias de ensino-aprendizagem e de competências e introdução do conceito) não foram referidos explicitamente pela professora. Consideramos, no entanto, terem sido essenciais como quadros de referência orientadores, tanto para a construção de provas, como para a análise dos dados obtidos. Com base nestes instrumentos foi possível construir provas precisas que avaliaram aspectos cruciais para a aprendizagem.

A utilização sistemática de instrumentos de avaliação no processo de ensino-aprendizagem transformou esta sala de aula num contexto de investigação-acção. A professora deixou de se situar apenas "dentro" do processo educativo, para assumir um papel de observadora da sua própria prática pedagógica. Foi esta capacidade de distanciação em relação ao processo educativo que lhe permitiu adequar a sua acção às necessidades educativas dos alunos.

Como se pôde verificar ao longo de todo o projecto, os instrumentos utilizados são extremamente flexíveis, adequando-se a qualquer contexto e metodologia de ensino. Seria pois relativamente simples e, sem dúvida, interessante que mais professores aderissem a projectos desta natureza.

Este seria um contributo possível para a promoção de práticas educativas capazes de dar resposta a qualquer criança.

BIBLIOGRAFIA

- Ainscow, M. (1982). Objectives and task analysis in special education. Coventry: L.E.A.
- Ainscow, M. e Tweddle, D. (1984). Preventing classroom failure. An objectives approach. Chichester: John Wiley.
- Ardoino, J. (1989). D'une ambiguïté propre à la recherche-action au confusion entretenues par les pratiques d'intervention. In Pratiques de Formation (Analyses). Formation Permanente. Université de Paris.
- Bairrão, J. (1985). Introdução ao estudo de um modelo em psicologia da educação. In J. F. Cruz, L. S. Almeida, e O. F. Gonçalves (Eds), Intervenção Psicológica na Educação. Porto: Associação Portuguesa de Licenciados em Psicologia.
- Bairrão, J. (1988). A perspectiva ecológica em psicologia da educação. Porto: Primeira Conferência Internacional de Consulta Psicológica. Julho 11 a 15 (Policopiado).
- Bairrão, J., Pinto, I. M., Rodrigues, A., Silva, M. F., e Tormenta, J. R. (1985). Uma experiência psicopedagógica no ensino primário. Cadernos de Consulta Psicológica, 1, 103 - 110.
- Bataille, M., e Clanet, C. (1981). Elements contributing to a theory and methodology of action-research in education. International Journal of Behavioral Development, 4, 271 - 291.
- Becker, W. C., Engelmann, S., e Thomas, D. R. (1975). Teaching 2: Cognitive learning and instruction. Chicago: Science Research Associates.
- Becker, W. C., e Carnine, D. W. (1980). Direct instruction. An effective approach to educational intervention with the disadvantaged and low performers. In B. B. Lahey, e A. E. Kazdin (Eds), Advances in Clinical Child Psychology (Vol. 3, p. 429 - 473). New York: Plenum Press.
- Bednarz, N., e Dufour - Janvier, B. (1986). Une étude des conceptions inappropriées développées par les enfants dans l'apprentissage de la numération au primaire. European Journal of Psychology of Education, 1, nº 2, 17 - 33.
- Blackman, D. (1984). Introductory chapter. The current status of behaviourism and learning theory in psychology. In D. Fontana (Ed), Behaviourism and Learning Theory in Education. Edinburgh: Scottish Academic Press.

- Bronfenbrenner, U., e Crouter, A. (1983). The evolution of environmental models in development research. In P. Mussen (Ed), Handbook of Child Psychology. New York: John Wiley.
- Brophy, J. (1979). Teacher behaviour and its effects. Journal of Educational Psychology, 6, 733 - 750.
- Burden, R. (1980). School's system analysis: a project centered approach. In B. Guilham (Ed), Reconstructing Educational Psychology. London: Croom Helm.
- Cohen , L., e Manion, L. 1980). Research methods in education. London: Croom Helm.
- Coll, C. (1987). Psicologia e Curriculum. Barcelona: Ed. Laia.
- Coupe, J. (1986). The curriculum intervention model. In J. Coupe, e J. Porter (Eds), The education of children with severe learning difficulties. London: Croom Helm.
- Esteves, A. J. (1986). A investigação-acção. In A. S. Silva e J. M. Pinto (Eds), Metodologia das Ciências Sociais. Porto: Edições Afrontamento.
- Estrela, A. (1984). Teoria e prática de observação de classes. Uma estratégia de formação de professores. Lisboa: INIC.
- Evans, K. M. (1978). Planning small scale research: Windsor: NFER Publishing Company.
- Evans, P. (1986). The learning process. In Coupe, J., e Porter, J. (Eds), The education of children of severe learning difficulties. London: Croom Helm.
- Faas, L. A. (1979). Children with learning problems. Handbook for teaching. Boston: Mifflin Co.
- Farrell, P. (1986). The educational psychologist. In J. Coupe, e J. Porter (Eds), The education of children with severe learning difficulties. London: Croom Helm.
- Fontana, D. (1984). Behaviourism and learning theory in the classroom. An overview. In D. Fontana (Ed.) Behaviourism and Learning Theory in Education. Edinburgh: Scottish Academic Press.
- Fontana, D. (1984). Editor's introduction. In D. Fontana (Ed.), Behaviourism and Learning Theory in Education. Edinburgh: Scottish Academic Press.

Fontana, D. (1984). Perspectives on the wider educational application of behaviourism. In D. Fontana (Ed.), Behaviourism and Learning Theory in Education. Edinburgh: Scottish Academic Press.

Fontana, D. (1985). Classroom control. Understanding and guiding classroom behaviour. London: The British Psychological Society and Methuen.

Gardner, J., Murphy, J. e Crawford, N. (1983). The skills analysis model. An effective curriculum for children with severe learning difficulties. Birmingham: Birmingham Printers, Ltd.

Genishi, C. (1982). Observational research methods for early childhood education. In B. Spodek (Ed.), Handbook of Research in Early Education.

Good, T. L., e Brophy, J. E. (1978). Looking in classrooms. New York.: Harper & Row, Publishers.

Guilham, B. (1980). The failure of psychometrics. In B. Guilham (Ed) Reconstructing Educational Psychology. London: Croom Helm Ltd.

Hambleton, R. K. (1982). Advances in criterion-referenced testing technology. In C. R. Reynolds, J. B. Gutkin (Eds), The Handbook of School Psychology. New York: John Wiley and Sons.

Haring, N. G., e Eaton, M. D. (1978). Systematic instructional procedures: an instructional hierarchy. In N. G. Haring et al (Eds), The fourth R Research in the Classroom. Ohio: Charles E. Merrill Publishing Co.

Haring, N. G., e Gentry, N. D. (1976). Direct and individualized instructional procedures. In N. G. Haring, e R. L. Schiefelbusch (Eds), Teaching special children. New York: McGraw-Hill Book Company.

Harrop, P. A. (1983). Behaviour modification in the classroom. London: Hoddes and Sloughton.

Hegarty, S., e Evans, I. (1985). Research and evaluation in special education: quantitative and qualitative techniques in case study work. Windsor: NFER-NELSON Publishing Company Ltd.

Howell, K. W., Kaplan, J. S., e O'Connell, C. Y. (1979). Evaluating exceptional children. A task analysis approach. Columbus: Charles E. Merrill Publishing Company.

Huberman, A. M., e Miles, M. B. (1984). Qualitative data analysis. A sourcebook of new methods. Beverly Hills: SAGE Publications, Inc.

Kauffman, J. M. (1981). Introduction: Historical trends and contemporary issues in special education in the United States. In J. M. Kauffman (Eds), Handbook of Special Education. New York: Prentice-Hall.

Kazdin, A. E. (1984). Principales of operant conditioning. In A. E. Kazdin (Ed.), Behaviour Modification in Applied Settings. Illinois: The Dorsey Press.

Krupp, S., De Haar, R. F., I-Zee, S., Bastas, E., Castlebaum, K., e Jackson, E. (1986). Action Research as a guiding principle in an educational curriculum: the Lincoln University Master's program in Human Services. In E. Stivewrs, e S. Wheelan (Eds), The Lewin Legacy. Fielf Theory in Current Practice. Berlin: Springer-Verlag.

Larsen, S. C., e Abrunhosa, M. A. (1981). Dificuldades de aprendizagem: processos de avaliação e programação. Psicologia, II, 213, 187 - 200.

Lindsay, G. (1982). Getting it out of your system. Journal of Educational Psychologists, 33 - 36.

Lindsay, G. (1984). Screening for children with Special Needs. Multidisciplinary Approaches. London: Croom Helm.

Lindsay, G. A., Wedell, K. (1982) The early Identifications of Educationally "At Risk" Children Revisited. Journal of Learning Disabilities, 15 (4), 212 - 217.

Lovitt, T. C. (1976). Applied behavior analysis techniques and curriculum research: implications for instruction. In N. G. Haring, e R.L. Schiefelbusch (Eds), Teaching special children. New York: Mc Graw Hill Book Company.

Lovitt, T. C. (1978). Arithmetic. In N. G. Haring et al (Eds), The Fourth R. Research in the Classroom. Ohio: Charles E. Merrill Publishing Co.

Meissner, H. (1986). Cognitive conflicts in mathematics learning. European Journal of Psychology of Education, 1, nº 2, 7 - 15.

Mialaret, G. (1990). Reflexion personnelles et impertinentes sur la recherche-action. I Colloque National de L'AIPELF. Lisboa, 9 e 10 de Fevereiro.

Minuchin, P. P. (1983) The school as a context for social development. In P. Mussen (Ed.), Handbook of Child Development. New York: J. Wiley.

Novak, J. D., e Gowin, D. B. (1984). Learning how to learn. Cambridge: University Press.

Patton, M. Q. (1980). Evaluation et pédagogie ouverte. Esquisse d'un processus évaluatif appliqué aux systèmes ouverts. Ottawa: Edition NHP.

Perenet, J. C., Herfs, P. G. P., e Terwel, J. (1989). Mathematics in mixed-ability groups. The adaptative group education 12 - 16 Project. Paper presented at the Earli Conference. Madrid.

Pinto, A., Carneiro, M. A. Correia, M. C., e Mesquita, P. (1989). Novo quadrado mágico 4. Porto: ASA

Pinto, A.I.M., Leal, T.B., e Ruivo, J. B. (1989). Uma experiência psicopedagógica no ensino primário. In J. F. Cruz, R. A. Gonçalves, e P. P. Machado (Eds), Psicologia e Educação. Investigação e intervenção. Porto: Associação dos Psicólogos Portugueses.

Pinto, A., Carneiro, M. A. Correia, M. C., e Mesquita, P. (1989). Novo quadrado mágico prático 4. Porto: ASA

Pourtois, J. P. et coll (1984). Eduquer les parents (ou comment stimuler la compétence en éducation). Bruxelles: Editions Labor.

Programas do ensino primário elementar. 1980.Ministério da Educação e Ciência. Secretaria de Estado da Educação.

Projecto de investigação experimental sobre "aprendizagem dos conceitos das operações". Programa interministerial de promoção do sucesso educativo. Ministério da Educação. Secretaria de estado da Reforma Educativa.

Raybould, E. C. (1981). Precision teaching: Systematic instruction for children with learning difficulties. In K. Wheldall (Ed), The Behavioural Analysis in British Educational Contexts. Birmingham: Educational Review Publications.

Raybould, E. C. (1984). Precision teaching: Systematic instruction and children with learning difficulties. Perspectives, principles and practice. In D. Fontana (Ed), Behaviourism and learning theory in Education. Edinburgh: Scottish Academic Press.

Reilly, R. R., e Lewis , E. L. (1983). Educational psychology. New York: Macmillan Publishing Co., Inc.

Ribeiro, J. L. P. (1989). Projecto de formação psicológica de professores em serviço com base na investigação-acção colaborativa. In J. F. Cruz, R. A. Gonçalves, e P. P. Machado (Eds), Psicologia e Educação. Investigação e intervenção. Porto: Associação dos Psicólogos Portugueses.

Rocha, M. O. (1989). Sete maravilhas. Porto: Porto Editora.

Romberg, T. A., e Carpenter, T. P. (1986). Research on teaching and learning mathematics: two disciplines of scientific inquiry. In M. C. Wittrock (Ed), Handbook of Research on Teaching. A project of the American Research Association. New York: Mc Millan Publishing Co.

Schiefelbusch, R. L., e Haring, N. G. (1976). Perspectives on teaching special children. In N. G. Haring, e Schiefelbusch (Eds), Teaching special children. New York: Mc Graw-Hill Book Company.

Schmuck, R. A. (1982). Organizational development in the schools. In C. R. Reynolds, e J. B. Gutkin (Eds), The Handbook of School Psychology. New York: John Wiley.

Siegler, R. S. (1983). Information processing approaches to development. In P. Mussen (Ed.), Handbook of Child Psychology. (Vol. 1, p. 129 - 211). New York: John Wiley and Sons.

Silbert, J., Carmine, D., e Stein, M. (1981). Direct instruction mathematics. Columbus: Charles E. Merrill Publishing Company Co.

Soar, R. e Soar, R. (1983). Context effects in teaching-learning process. In D. C. Smith (Ed), Essential Knowledge for beginning Educators. Washington: American Association of College for Teacher Education.

Solity, J., e Bull, S. (1987). Special needs: Bridging the curriculum gap. Philadelphia: Open University Press.

The Warnock Report: Special Educational Needs for the Handicapped Children and Young people. An abstract of the main recommendations particularly relevant to professional practice. July, 1970.

Torgesen, J. K. (1979). What shall we do with psychological processes? Journal of Learning Disabilities, 12, (8), 514 - 521.

Tweddle, D., e Francis, L. (1984). The formulation and use of educational objectives. In D. Fontana (Ed.), Behaviourism and Learning Theory in Education. Edinburgh: Scottish Academic Press.

Valentim, J. M. P. (1989). Descontextualização escolar e marcação social na decomposição do número. Psychologica, 2, 99 - 119.

Vergnaud, G. (1986). Editorial. European Journal of Psychology of Education, 1, nº 2, 3 - 5.

Vingoe, F. (1984). Cognitive behaviourism. A synthesis for the future? In D. Fontana (Ed.), Behaviourism and Learning Theory in Education. Edinburgh: Scottish Academic Press.

Ysseldyke, J. E., e Mirkin, P. K. (1982). The use of assessment information to plan instructional interventions: a review of the research. In C. R. Reynolds, e J. B. Gutkin (Eds), The Handbook of School Psychology. New York: John Wiley and Sons.

Ysseldyke, J. E., e Shinn, M. R. (1981). Psycho-educational evaluation. In J. M. Kauffman, e D. P. Hallahan (Eds) Handbook of Special Education. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Wallace, G., e Larsen, S. (1979). Educational assesment of learning problemms: testing for teaching. Boston: Allyn and Bacon, Inc.

Weddell, K., Lindsay, G. (1980). Early Identification Procedures: What have we learned? Remedial Education, 15 (3), 130 - 135.

White, O. R. (1986). Precision teaching. Precision learning. Exceptional Children, 6, 522-534.

Williams, H., Muncey, J. (1982). Precision teaching before behavioural objectives? Association of Psychologists Journal, 5 (8), 40 - 42.

Williams, H., Muncey, J., Winteringham, D., e Duffy, M. (s/ data). Precision teaching. A classroom manual. Coventry: SPS.

Wong, B. Y. L. (1986). Problems and issues in the definition of learning disabilities. In J. K. Torgesen, B. Y. L. Wong (Eds), Psychological and Educational Perspectives on Learning Disabilities. New York: Academic Press.

Wood, J. W. (1984). Adapting instruction for the mainstream. A sequential approach to teaching. Columbus: Charles E. Merrill Publishing Company.

Wright, H. F. (1960). Observational child study. In P. Mussen (Ed.), Handbook of Research Methods in Child Development. New York: John Wiley.

Anexos

ANEXO I - TEMAS E OBJECTIVOS ESPECÍFICOS

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS				
TEMAS	1º ANO DE ESCOLARIDADE	2º ANO DE ESCOLARIDADE	3º ANO DE ESCOLARIDADE	4º ANO DE ESCOLARIDADE
Estruturação do espaço e elementos geométricos	- Identificar e traçar linhas abertas e linhas fechadas. - Reconhecer o interior, o exterior e a fronteira. - Identificar esquerda e direita; antes e depois. - Formar um conjunto de figuras geométricas com a mesma configuração (sólidos geométricos e figuras planas). - Fazer deslocações em quadrícula. - Desenhar em quadrícula figuras geometricamente iguais.	- Identificar o segmento de recta. - Desenhar em papel quadrícula figuras simétricas. - Identificar polígonos com 3, 4, 5, 6, ... lados. - Identificar ângulos.	- Identificar ângulos rectos e ângulos com amplitude superior e inferior a 90 graus. - Construir figuras simétricas em relação a uma recta. - Traçar quadrados, rectângulos e círculos com a régua e esquadro e compasso.	- Identificar faces, arestas e vértices de sólidos geométricos. - Classificar sólidos geométricos (pirâmides, cilindros, cones e esferas). - Construir cubos e outros prismas quadrangulares. - Aplicar o fio de prumo e o nível de bolha de ar. - Representar no papel superfícies traçadas no terreno (planas). - Indicar no terreno superfícies indicadas no papel.
Números e numeração	- Estabelecer correspondências entre conjuntos. - Distinguir se um conjunto tem mais, menos ou tantos elementos como outro. - Identificar os números até (20). - Ordenar os números até (20). - Decompor os números até (20). - Calcular somas e diferenças (com números inferiores a 20). - Aplicar a adição e a subtração a situações problemáticas. - Identificar a dezena como uma unidade do sistema de numeração.	- Representar números até 1 000. - Identificar a dúzia e o quaresmo. - Calcular somas e diferenças de números de dois algarismos. - Calcular produtos dum número por outro de um algarismo. - Reconhecer as propriedades comutativas da adição e da multiplicação. - Representar números até vinte em numeração romana.	- Identificar a dezena de milhar como nova unidade do sistema de numeração. - Identificar a classe das unidades. - Calcular somas, diferenças e produtos com números de um único algarismo. - Relacionar o quociente de uma divisão, nos casos em que o divisor e o quociente são números de um único algarismo. - Relacionar a divisão com a multiplicação. - Calcular produtos de um número por outro com dois ou mais algarismos. - Calcular o dividendo, o divisor e o resto de uma divisão, no caso em que o divisor tem um único algarismo. - Ler e representar números em numeração romana. - Identificar a dúzia, a centésima e a milésima como unidades do sistema de numeração. - Relacionar as diferenças unidades decimais e estas com algumas unidades inteiras. - Representar números com parte inteira e parte decimal.	- Representar números até ao milhão. - Identificar o milhão como unidade do sistema de numeração. - Relacionar o milhão com as outras unidades do sistema de numeração. - Identificar a classe dos milhares. - Decompor números. - Calcular somas, diferenças e produtos com números decimais. - Calcular o quociente de números inteiros ou decimais nos casos em que o divisor tem dois ou mais algarismos.
Área			- Identificar superfícies equivalentes (com a mesma área) por decomposição e composição. - Traçar superfícies equivalentes com o recurso ao quadrícula.	- Identificar as unidades de área. - Relacionar as diferentes unidades de área. - Aplicar as unidades de área a situações problemáticas.
Volumen Capacidade	- Identificar objectos com a mesma capacidade ou volume o objectos com capacidades ou volumes diferentes. - Prever um volume partindo de outro, todos iguais, e contar o número de unidades necessárias.		- Identificar corpos com o mesmo volume (equivalentes).	- Identificar as unidades de volume. - Relacionar as unidades de volume com as unidades de capacidade. - Aplicar as unidades de volume e de capacidade a situações problemáticas.

ANEXO II - OBSERVAÇÃO - MILHÃO

Dia 16 de Outubro de 1989 (13h 40 min. - 14h 55 min.)

OBSERVAÇÃO	NOTAS
A professora vai buscar o material de apoio multibásico. Depois escreve no quadro $10\ u \rightarrow 1\ d$ $10\ d \rightarrow 1\ c$ $10\ c \rightarrow 1\ M$ Alunos contam centenas com base no material. Em seguida contam 10 placas (cada placa equivale a 1 centena), perfazendo o milhar. A professora diz: "Para passar de ordem, tenho que ter 10. Por isso é que falamos que a nossa numeração é decimal, isto é, tem base 10". A professora escreve: $110\ \underline{01010}$ 10 mil unidades 10 milhares M classe das unidades A profª pergunta o que é isto, apontando para as "casas". No início não respondem. Com ajuda, acabam por dizer que são as "ordens". A profª completa no quadro: $\begin{array}{cc} c & d & u & c & d & u \\ \hline & 1 & 0 & & 0 & 0 & 0 \end{array}$ M U E pergunta: "O 1 passou a ser...?"	Material de apoio multibásico (M. A. B.) ou de bases de múltiplas (cubinhos são as unidades; 10 cubinhos perfazem uma barra, i.e. uma dezena; 10 barras dão origem a uma placa que é a centena; o cubo é constituído por 10 placas e equivale ao milhar).

Os alunos respondem em coro: "A dezena de milhar"

"E se eu agora tivesse dez dezenas de milhar? Ora escrevam..." diz a profª.

Os alunos fazem na sebeta o exercício. À medida que vão acabando, vão mostrando à profª o que fizeram. A profª corrige.

A profª chama H. ao quadro, pois este parece não ter percebido. Revelou dificuldades na realização do exercício proposto, embora tenha apresentado o resultado (copiando do colega).

H. vai ao quadro e escreve 10 000. A profª diz que não é assim. H. escreve 1000. A profª explica que são 10 centenas e não dez dezenas de milhar.

H. escreve 10 dezenas de milhar, mas não sabe escrever 10 dezenas.

A profª então diz-lhe para escrever 20 unidades, ou seja, 2 dezenas". Depois diz-lhe para escrever 120 unidades.

Pergunta a H. quantas dezenas são. H. responde correctamente "12".

"Então agora escreve 10 dezenas". H. escreve correctamente e diz que 10 dezenas são "100". A professora manda escrever 10 centenas. H. escreve "100" e fica a olhar. Acrescenta um "zero". A profª diz: "Vamos lá a ver se está direito." E vai indicando: "Unidade; Dezena; Centena; Dez Centenas."

"Agora vais escrever 10 dezenas de milhar:" H. escreve correctamente.

"Agora escreve 10 milhares:" H. escreve 1 000.

A professora diz então a H. para ler por ordens.

Profª detecta dificuldades num aluno aquando da realização do exercício (escrita de dez dezenas de milhar, i.e. "100 000") no lugar.

Profª manda aluno detectado ao quadro.

Profª dá ajuda.

Parece ter havido algum colega a dizer-lhe o resultado.

Profª recua na sequência de ensino → dezenas; unidades

Aluno escreve correctamente - 20 unidades (2 dezenas); 120 unidades (12 dezenas)

Profª avança na sequência → 10 centenas

Aluno indeciso → escreve primeiro "100", depois "1000".

Profª continua a avançar na sequência: 10 dezenas de milhar

Aluno escreve correctamente.

10 milhares

Aluno erra.

"Tens 10 milhares ou tens 1 milhar?" H. corrige.

A profª escreve:

c	d	u		c	d	u
1	0	0		0	0	0
Centena de milhar						

A professora pergunta: "Será que a classe dos milhares está completa?"

Os alunos respondem que não, mas acabam por responder que sim, que está completa.

A profª manda H. escrever 10 centenas de milhar no quadro. Colegas fazem o exercício na sebenta.

A profª corrige os cadernos e dá pistas aos que erraram.

Escreve no quadro

1	0	1	0		0	1	0	1	0

Pergunta: "E agora?"

Surgem várias respostas:

"É o milhão."

"É o infinito..."

"É outra classe!..."

A profª diz que sim, que é outra classe, a dos milhões. Diz: "Um milhão são 10 centenas de milhar".

Profª escreve

	01010	01010
Mi	M	U

A profª escreve exercícios no quadro para os alunos fazerem nos seus lugares.

Aluno revela ausência de precisão de resposta.

Profª continua a avançar e introduz o MILHÃO.

Leitura e escrita de centena de milhar por classes e ordens.

Escrita de 10 centenas de milhar, i.e. 1MILHÃO.

Introduz a nova classe - a classe dos Milhões

↓
"salto"

Profª manda alunos realizar exercícios nos seus lugares.

Há um "salto".

Exercícios escritos no quadro:

3 000 000 →
 5 700 000 →
 4 070 000 →
 2 000 100 →
 9 001 500 →

Os alunos copiam os números para a sebenta e depois escrevem por extenso o nº copiado (trabalho individual).

L. vai ao quadro. Diz correctamente os três primeiros exercícios.

No 4º exercício revela dificuldades: "2 milhões e cem centenas... milhares..."

No quinto exercício revela igualmente dificuldades. Diz: "9 milhões". Fica a olhar e acaba por dizer que não percebe.

Profª ajuda, começando pelas unidades. Decompõe o número de forma a que L. tenha que dar a resposta por etapas:

"5 centenas" ...
 ... "1 unidade de milhar" ...
 ... "1 milhar" ...
 ... "9 milhões" ...

A profª diz: "Agora vamos ler dos milhões para trás".

L. lê: "9 milhões, nada de centenas de milhar, nada de dezenas de milhar e um milhar. Cinco centenas, nada de dezenas, nada de unidades." Em seguida, lê o número correctamente.

A profª desenha um ábaco no quadro:

Exercícios para os alunos realizarem no lugar.

Exercícios já com zeros intermédios, o que os torna mais complexos

(ex: 4 070 000;
 2 000 100;
 9 001 500).

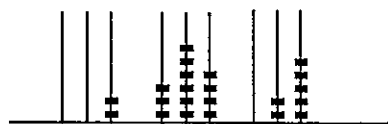
Só apresenta exercícios com Milhões. Não há mistura com Milhares e outros.

As dificuldades nos 4º e 5º exercícios têm, provavelmente, a ver com os zeros intermédios e a ausência de exercícios com demonstração por parte da Profª.

Profª detecta dificuldades e recua na sequência de ensino, estruturando a tarefa à aluna.

Leitura por ordens.

Estes aspectos são introduzidos porque foi detectada uma dificuldade.



A professora diz aos alunos para copiarem o desenho do ábaco para a sebenta.

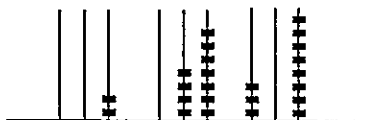
Manda O. ao quadro (achando que esta aluna estava "distráida").

O. escreve o nº correctamente.

A profª manda separar por classes. O. separa unidades dos milhares. A profª ajuda nos milhões.

O. lê o nº, escreve o nº por extenso.

Profª faz outro exercício no quadro:



Os alunos resolvem o exercício rapidamente e vão mostrar à Profª. A Profª manda V. ao quadro. Esta escreve "240".

Profª chama-a à atenção e V. corrige para "204". Acrescenta "738" (204 738).

A profª chama novamente V. à atenção. V. corrige e escreve correctamente.

A profª manda V. separar o nº por classes.

V. separa o nº por classes, depois lê o nº e escreve-o por extenso.

Os restantes alunos fazem o exercício na sebenta e mostram à profª.

A Prof. introduz exercício em que desenha um ábaco no quadro tendo depois os alunos que → escrever o nº;

→ separar o nº por classes;

→ ler o nº;

→ escrever o nº por extenso.

• O. escreve o nº. (2 364 025)

• O. separa o nº por classes: unidades; milhares; milhões (com ajuda)

• O. lê o nº

• O. escreve o nº por extenso.

V. escreve o nº (2 047 308)

V. erra na escrita do nº (provavelmente devido aos zeros intermédios)

V. escreve o nº apenas com a ajuda da profª.

V. separa o nº por classes.

V. lê o nº.

V. escreve o nº por extenso.

Às 14 h 55 min., as crianças começam a pedir para ir ao quarto de banho, para beber água, para aguçar o lápis...

A prof^a faz um pequeno intervalo de cerca de 5 min.

Às 15 h manda pegar no livro de leitura.

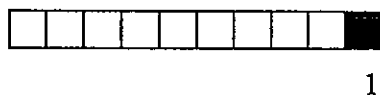
ANEXO III - OBSERVAÇÃO - NÚMEROS DECIMAIS

Dia 27 de Novembro de 1989 (13 h 45 min. - 15 h 05 min.)

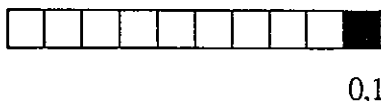
NOTA: De referir que o conceito já tinha sido introduzido no final do ano lectivo anterior, i.e., no final do 3º ano de escolaridade.

OBSERVAÇÃO	NOTAS
A professora pega numa barra e pergunta quantos bocados tem. Os alunos contam os cubinhos que constituem a barra e que são 10. A professora pergunta: "Quanto era se eu ficasse com um bocadinho de 10? Resposta em coro dos alunos: "É uma décima!" A professora pergunta: "Então o que é uma décima?" . E dá a resposta: "É um dos 10 bocados em que se divide a unidade..." A profª pega depois no metro. Os alunos identificam-no como tal e dizem que são os carpinteiros que o usam. A profª começa: "O metro está dividido em..." Os alunos acabam em coro: "10". A profª inicia uma sequência de perguntas, e os alunos vão respondendo, dizendo que o metro é a unidade, dividido em 10. é uma décima... é o decímetro, a décima do metro. A profª pergunta: "Então quantas décimas tem o metro?" Resposta em coro dos alunos: "Tem 10". A profª faz um diagrama no quadro e manda os alunos copiarem para a sebenta:	Profª utiliza o material de apoio multibásico (M. A. B.) para introduzir a décima (1 bocadinho em 10). Definição de décima como sendo um dos 10 bocados em que se divide a unidade O decímetro como sendo uma décima do metro. A profª faz um diagrama no quadro em que divide o todo em 10 partes, colorindo uma das dez partes (uma décima).
 A profª dá a 2 alunos cubos de encaixar e diz: "É um chocolate que está dividido em 10	Os alunos manipulam material do Prof. Nabais.

bocadinhos. O bocadinho é uma décima." De seguida, a profª escreve um "1" sob o quadradinho preto:



E diz: "Para dizer que o "1" é partido, então tenho que escrever 0,1; isto é o sinal de estar partido. O zero quer dizer que não tem nada à frente. Não comi nada inteiro. Comi só um bocadinho dos 10 em que estava dividida a unidade:



Se eu comesse 4 décimas, quanto me tinha crescido? "6 décimas", respondem os alunos em coro. A profª pergunta e responde logo de seguida: "Como se escreve? Zero vírgula seis.". E pergunta: "O que é mais, o que comi ou o que deixei ficar?". A profª responde com os alunos: "O que deixei ficar.". A profª continua: "Quantas décimas era maior o que deixei ficar?" Ninguém responde. Silêncio. A profª então dá cubos de encaixar ao H. para este responder. H. diz: "O que guardei é maior duas vezes" Com a ajuda da profª corrige: "Duas vezes não! Duas décimas."

A professora parte aos bocados a barra feita de cubinhos de encaixar: 2 décimas, 3 décimas, 5 décimas (i.e: 2 cubos, 3 cubos, 5 cubos).

A profª diz a V. para inventar um problema com estes dados: 2, 3 e 5 décimas.

V. diz: "O João fez anos e comeu 5 décimas do bolo. O Rui comeu 3 e o primo 2. Quantas décimas do bolo se comeram?"

O B. inventa outro problema: "O João comeu 2 décimas de um bolo. A Joana 3 décimas e o António comeu 5 décimas. Quantas fatias de bolo comeram?"

A profª diz: "Vamos lá a inventar outra ma-

- 10 cubos de encaixar, em que a barra de 10 cubos é a unidade e 1 cubo a décima dessa unidade.

A profª não revê a divisão da unidade em várias partes inteiras, i.e: divisão em 3, em 4... até chegar à divisão em 10.

Seria provavelmente útil a apresentação de vários exemplos do que é a divisão em 10 partes, primeiro no concreto, depois em representação.

A passagem de "1 bocado em 10" para uma décima falta:

$$\begin{array}{r|l} 1,0 & 10 \\ 0,0 & 0,1 \end{array}$$

Os alunos inventam situações problemáticas com base nos cubos de encaixar.

1 - Adição de 3 números decimais
(cálculo mental);

2 - Adição de 3 números decimais
(cálculo mental);

neira..."

B. diz: "O meu irmão comeu 2 décimas de chocolate, o pai comeu 3 décimas...". A profª interrompe e diz: "Quantas deixaram para ti?"

B. responde: "5 décimas". "E se fosse para ti e para a tua mãe, como fazias?" pergunta a professora. B. responde: "Dava uma décima ao gato, 2 para a minha mãe e 2 para mim!"

A profª dirige-se então ao V. e diz: "Ó V.! Eras capaz de dizer diferente?". Entretanto a V. diz que está a fazer diferente e a O. diz: "O Tó comeu 5 décimas e o Carlos comeu 8 décimas. Quantas sobraram?" A profª diz: "Então 5 e 8 pode ser?!"

Surge então outro problema: "O João comprou um chocolate. Num dia comeu 2 bocados, noutro 3 e noutro 5. Quantos bocados comeu?"

V. diz o seu problema: "A Belinha partiu um papel médio em 3 décimas, um papel pequeno em 2 décimas e um papel maior em 5 décimas..."

A profª diz: "Não podes fazer assim, porque os dados não dizem respeito a uma unidade. Profª mostra com base no material (cubos de encaixar) que V. utilizou 3 unidades e não uma.

B. diz: "A minha mãe deu-me um chocolate. Dei-lhe metade. Ao meu irmão dei 2 décimas. Fiquei com o restante para mim. Com quantas décimas fiquei?"

A profª faz o problema no quadro:

$$0,5 + 0,2 = 0,7$$

$$10 - 0,7 = 0,3$$

Diz: "Como é que vamos fazer isto com números?"

Para somar ou subtrair tenho que pôr unidades debaixo de unidades".

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ +0,2 \\ \hline 0,7 \end{array}$$

3 - Adição de 2 nºs decimais. Subtração do resultado da soma (nº decimal) a 1 unidade.

4 - Divisão de nº decimal por nº inteiro

5 - Adição de 2 nºs decimais
 $0,5 + 0,8 > 1$ unidade

O conceito de nº decimal não é transmitido de forma clara, já que 5 décimas e 8 décimas não têm necessariamente que se referir à unidade. A resposta da professora só se justifica se o problema se referir a 1 unidade (o que parece não estar suficientemente claro).

6 - Este problema levanta novamente a questão da clareza do conceito. Seria talvez necessário mostrar que 3 décimas dum papel médio não são a mesma coisa que 3 décimas dum papel pequeno. Por outro lado, conviria mostrar que é possível utilizar várias unidades (tal como a aluna fez), desde que estas unidades sejam iguais (o que não era o caso deste problema).

7 - Adição de 2 nºs decimais. Subtração dum nº decimal a um nº inteiro (1 unidade).

Somar 2 nºs decimais em algoritmo.

"Mas agora a unidade é dividida nos 10 bocadinhos. Agora vou tirar 7 décimas do zero. 7 para 10, 3 e vai um. 1 para 1, nada. Um é a unidade. E no 0,1?"

O. responde: "É o zero que é a unidade".

Um dos alunos diz: "Comprei 12 pastilhas. Dei 6 e fiquei com 6..." A professora interrompe, dizendo: "Não dá porque são 12. Não são décimas... são doze... avos... que vocês não sabem. Dá para partir se a caixinha tiver 10. Cada pastilhinha é uma décima." A profª exemplifica com 10 cubos de madeira e diz: "Ora faz de conta que são as pastilhinhas." Profª conta depois 26 cubos e diz: "Tenho 26, não posso falar em décimas. Só posso falar em décimas quando divido uma unidade em 10." V. faz problema e acaba: ... "Quantas folhas deu?" A profª corrige: "Que parte do caderno deu?"

A profª diz: "Dum bolo eu comi 4 décimas. Que parte do bolo me cresceu?" "6", respondem os alunos. "Se estou a falar em décimas, em quantos bocados parti o bolo?"

"Em 10", respondem os alunos.

A profª continua: "Se fosse em 26, eu fazia 1 bocadinho dos 26." E a profª escreve: $1 / 26$.

"Ah! Já estou a compreender!" exclama o A.

"Se fosse com 8, era $8 / 26$ " diz a profª.

"Se fosse com 12 era assim que representava":

E escreve $\frac{5}{12}$.

"Só posso escrever em décimas quando a unidade está dividida em 10."

Continuam a inventar problemas. O V. diz: "Tinha uma maçã e dividi por 2 amigos. Dei 5 décimas ao João, 2 ao Pedro e comi 1. Com quantas fiquei?" Alunos fazem problema na sebenta. Alguns (o Z., p. ex) escrevem apenas o resultado sem fazer a conta. Os alunos

Profª verbaliza a subtração - subtrair nº decimal a 1 unidade. A explicação da transformação de uma unidade em décimas pareceu não ser muito clara.

8 - De referir que o conceito de fracção não é introduzido no 1º ciclo do Ensino Básico. Silbert, Carmine e Stein consideram a análise de fracções uma pré-competência para o ensino-aprendizagem dos nºs decimais.

9 -Nova situação problemática

Devido ao decurso da aula houve necessidade de introduzir o conceito de fracção. Introduziram-se exemplos do conceito de número decimal e exemplos negativos do conceito (p. ex: $1 / 26$). No entanto, talvez fosse de acrescentar que estes exemplos negativos podem ser transformados em nºs decimais.

10 - Problema inventado: adição de 3 nºs decimais; subtração do resultado da soma a uma unidade (nº inteiro).

mostram a conta à profª que vai corrigindo. Alguns fazem apenas a soma, não fazendo o cálculo de quanto cresceu. A profª dá ajudas para que todos completem o problema. A. vai ao quadro fazer o problema. Escreve:

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{array}$$

A profª diz: "Eu primeiro tenho que saber..." "O que comi!" acaba A. E faz:

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ 0,2 \\ + 0,1 \\ \hline 0,8 \end{array}$$

A profª começa: "Os 3 amigos comeram...". A turma completa: "8 décimas..."

"Uma unidade são 10 décimas", diz a profª "Como é que tu representas uma unidade?"

A. não responde. A profª ajuda: "Eu tenho uma maçã. Como é que representas uma maçã?"

A. escreve 1. Depois escreve:

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 0,8 \\ \hline \end{array}$$

Diz: "8 para 1"...

A um sinal da profª corrige: "8 para 10, 2 e vai 1. 1 para 1, nada."

A profª revê: "Então como é que eu represento a unidade?"

A. responde que a unidade se representa sempre com o 1.

B. inventa problema: "Um amigo deu 2 décimas de chocolate a mim e 4 ao meu irmão. Quanto restou?"

Todos fazem o problema na sebeta e mostram à professora.

Passagem para algoritmo

- adição de nºs decimais

- Subtracção dum nº decimal a 1 unidade - em algoritmo

11 - Problema que implica:

- adição de 2 nºs decimais
- subtracção de nº decimal a uma unidade.

V. diz: "Comprei um livro que tinha 10 folhas. Num dia li 2 décimas do livro. A minha irmã leu 4 folhas. Outro dia, emprestei ao meu amigo..." A prof^a interrompe, mas V. insiste na mesma forma de formular o problema. Com a ajuda da prof^a, formula o seguinte problema:

"Num dia li 2 décimas do livro. Noutro li 4 folhas... noutro 1. Quanto falta ler do livro?" Os alunos fazem o problemas na sebenta.

Um dos alunos diz:

"Ontem, o Porto marcou 2 golos..."

A prof^a interrompe: "Então os golos do Porto têm alguma coisa a ver com décimas?..."

E explica: "Nós só estamos a fazer em relação a 1 unidade. Mas nós podemos fazer doutra forma... Por exemplo..."

Tenho 15 meninos e queria dar uma décima de chocolate a cada menino. Um chocolate chegava?"

"Não!" respondem os alunos.

A prof^a continua: "Vou precisar de ... 15 décimas. Portanto, de quantas unidades vou precisar? De 2 unidades! Portanto preciso de 1 chocolate e meio. Mas não vou comprar 1 chocolate e meio. Compro 2."

A prof^a faz problema no quadro e diz:

"Fico com 5 décimas. Agora imaginem que em vez de ter 15 meninos, tinha 30. De quantos chocolates precisava?" Os alunos respondem em coro: "3 unidades".

A prof^a propõe outro problema: "Eu tenho na minha sala 16 meninos. Vou dar a cada menino 2 décimas de chocolate. Quantas unidades... quantos chocolates tenho que comprar?"

...Ah! Tenho 17 meninos!" (o R., que tinha ao WC, entra nesse momento na sala). "Cada um vai pensar... Eu vou já dizer quem me vai dar a resposta... Ora diz tu, F.! Vámos lá ver se a F. é capaz de pensar alto..."

F. verbaliza o seu raciocínio e diz que a prof^a

12 - Problema implicando:

- adição de 3 n^{os} decimais
- subtracção de n^o decimal a uma unidade.

• Problema em que um aluno referia os golos do Porto. Prof^a interrompe e não tenta aproveitar a situação.

A prof^a explica que até ao momento só se trabalharam n^{os} decimais em relação a 1 unidade.

A prof^a introduz o número misto decimal.

Esta situação problemática que serve de exemplo para a introdução do número misto decimal é semelhante à proposta por O. (ver situação 5).

• Situação problemática proposta pela professora:

- multiplicação dum n^o inteiro por um n^o decimal (cálculo mental), obtendo como resultado um número misto decimal.

terá de dar 34 décimas.

A profª diz:

"Dou 34 décimas. Onde ponho a vírgula? 3 vírgula 4". E escreve:

3,4

A profª diz: "34 décimas. Tenho de comprar... 4 unidades... Fico com... 6 décimas."

"E se fosse para os meninos todos?" pergunta A.

A profª aproveita a pergunta e diz que vão então ver quantos são precisos para os meninos todos. Juntamente com os alunos faz o cálculo de quantos meninos há na escola:

$$\begin{array}{r} 19 \\ 18 \\ + 21 \\ \hline 58 \\ \times 0,2 \\ \hline 11,6 \end{array}$$

A professora diz: "116 décimas. Tinha que comprar ...". Resposta em coro dos alunos: "12".

B. inventa problema e a profª di-lo alto para toda a turma:

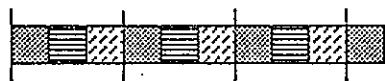
"O Rui comprou um chocolate que estava dividido em 10 décimas. Deu a terça-parte à avó. Que parte do chocolate lhe cresceu?"

A profª pergunta:

"Como é a terça-parte de dez décimas?"

Os alunos respondem que é de dividir...

A profª faz desenho no quadro para explicar quanto chocolate cresceu:



Não é realizado o cálculo.

Subtração de número misto decimal (3,4) a um número inteiro.

Multiplicação de nº inteiro por nº decimal

- Situação problemática que implica:
- calcular a terça parte de 10 décimas (divisão de 10 décimas por 3)
- subtrair a terça parte de 10 décimas a 1 unidade (ou 10 décimas).

Nesta situação problemática a profª demonstra a sua realização apenas graficamente, não realizando a divisão.

R. vai ao quadro e a profª manda escrever: "2 unidades e 6 décimas". R. escreve 2,6.

A. vai ao quadro e escreve 6 unidades e 4 décimas (6,4).

O Z. escreve 7 unidades e 3 décimas (7,3).

O V. escreve 5,8, a O. 4,9 e 9 unidades e 4 décimas. O. hesita e, como tal, permanece no quadro. Escreve 8 unidades e 2 décimas e 2 unidades e 8 décimas. O. escreve depois 2 vírgula 6. Em seguida lê o número: "2 unidades e 6 décimas". O. escreve 6 vírgula dois. Depois lê o número.

Profª manda H. ao quadro e diz-lhe para somar as décimas todas que estão no quadro. H. soma:

$$\begin{array}{r} 0,4 \\ 6,5 \\ 3,5 \\ 2,6 \\ +6,2 \\ \hline 19,2 \end{array}$$

A profª pergunta: "Para teres esse número precisavas de quantas unidades inteiras?". H. diz: "19". A profª insiste: "Dava-te para tudo?". H. então corrige e responde: "20".

A profª pergunta: "Quanto te crescia?". H. responde: "7!". Depois corrige e diz: "8 décimas!"

A profª faz a conta, demonstrando no quadro:

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 19,2 \\ \hline 00,8 \end{array}$$

R. vai ao quadro e escreve nºs por extenso. Para 2,6 (dois vírgula seis) escreve duas unidades e seis décimas. Depois faz o mesmo para 5,4 e 8,6.

"R.!" diz a profª. "És capaz de ler de outra maneira?" R. diz: "Dois vírgula seis".

Alunos vão à vez ao quadro e escrevem números mistos decimais:

2,6 (2 u 6 déc.)

6,4 (6 u 4 déc.)

7,3 (7 u 3 déc.)

5,8

4,9

9,4

8,2

2,8

Leitura de nºs mistos decimais:

- 2 vírgula 6 são 2 unidades e 6 décimas;
- 6 vírgula 2 são 6 unidades e 2 décimas.

- Adição de nºs decimais e números mistos decimais.

- Subtração dum número misto decimal a um nº inteiro (cálculo mental)

- Idem, mas em algoritmo (a profª demonstra).

- Escrever números mistos decimais por extenso: (ex: duas unidades e seis décimas).

- Ler números mistos decimais (2 unidades e 6 décimas ou 26 décimas).

A profª insiste: "Outra maneira..."

Os restantes alunos escrevem na sebenta. R. continua sem escrever nada no quadro.

A profª ajuda, começando a dizer: "Vinte e seis...". R. acaba: "... unidades...". A profª diz que não e torna a ajudar. R. acaba por dizer: "Vinte e seis décimas."

R. escreve por extenso, a seguir a duas unidades e seis décimas, vinte e seis décimas. Faz o mesmo com os outros dois números.

Fim da aula: 15 h 05 min.

• Escrever por extenso números mistos decimais

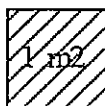
- por unidades e décimas
- por décimas.

ANEXO IV - OBSERVAÇÃO - ÁREA

Dia 17 de Janeiro de 1990

Tal como ficara combinado, os alunos construíram, cada um, um m² com fita de nastro. A ideia original era construir algo ocupando a área de um m². No entanto, a professora optou pela fita de nastro que surge como linha de superfície (i.e: a fita de nastro irá delimitar a área).

Proposta original:



Opção da prof^a:



A introdução do conceito de área não se realizou apenas na sala de aula. Num primeiro momento, os alunos foram com a professora para um pátio junto à escola, a fim de aí realizarem algumas medições.

A prof^a escolheu um determinado espaço para os alunos medirem com os seus m². À vez, estenderam os seus m² no chão. Concluíram que tinham precisado de 22 m² para medir toda a área.

Escolheu-se então um segundo espaço. Um a um, os alunos colocaram os seus m² ao longo duma das dimensões do espaço (comprimento):

1	2	3	4	5

Depois estenderam os seus m2 ao longo da segunda dimensão (largura):

1	2	3	4	5
2				
3				
4				

Logo um aluno exclamou que não era preciso continuar, pois já podiam saber qual era a área. Só tinham que multiplicar 5×4 ...

Foi escolhido um terceiro espaço para os alunos medirem. Aproveitando a "descoberta" realizada na medição anterior, entretanto partilhada por todos os alunos, combinou medir-se este terceiro espaço apenas a partir do comprimento e da largura, concluindo que precisavam de 25 m2. Estes teriam que ser repetidos 4 vezes no sentido da largura. Sendo assim, concluíram que a medida de superfície a que equivalia aquela área era $25 \text{ m}^2 \times 4 = 100 \text{ m}^2$.

De volta à sala de aula, a professora propôs medirem-na. Sendo uma sala muito pequena e sem espaço para afastar as carteiras, a sala teria que ser medida a partir do comprimento e da largura. Foi assim que realizaram a medição.⁽¹⁾

⁽¹⁾ A observação realizada no exterior da Escola não foi uma observação naturalista, já que a observadora teve que participar em todo o processo, ajudando a professora e as crianças. Esta observação participante apenas permitiu um registo a posteriori de tudo o que se tinha passado.

OBSERVAÇÃO

- introdução do conceito de ÁREA
(continuação na sala de aula)

OBSERVAÇÃO

NOTAS

A professora e um aluno medem o comprimento da sala. "São 5,5", dizem. A professora pergunta: "São metros?"

E, juntamente com os alunos, responde: "Não. São metros quadrados."

Escreve no quadro: "5,5 m²".

Com a ajuda de A., a professora mede a largura da sala. Diz: "Para os 5 só falta esta bocadinho..."

Escreve no quadro:

$$\begin{array}{l} C = 5,5 \text{ m} \\ L = 4,95 \end{array}$$

E diz: "Aqui (indica o 4,95) são as vezes que vou repetir o m². Este espaço chama-se ÁREA ou SUPERFÍCIE.

Eu vou multiplicar os 5,5 m² as vezes que eu repeti. O m² cabia estas vezes."

A prof^a escreve no quadro:

$$A = 5,5 \text{ m}^2 \times 4,95$$

Diz: "Vamos lá fazer a conta!" Começa a fazer a conta no quadro verbalizando os vários passos

$$\begin{array}{r} 5,5 \\ \times 4,95 \\ \hline \\ \\ \hline 27,225 \end{array}$$

Medição da sala a partir do comprimento - 5,5 m² e largura - 4,95

(4º exemplo; os outros 3 exemplos foram dados no exterior)

Explicação da fórmula $A = C \times L$
(Não discrimina os conceitos "área" e "superfície".)

$$- A = C \times L$$

• Cálculo da área a partir da fórmula - realização da multiplicação.

Pergunta: "Quantas vezes cabia a sala em 100 m²?"

"Duas vezes e meia!" diz uma aluna.

A professora faz a conta no quadro para ver quantas vezes cabia a sala no espaço (3ª área) que mediram no exterior.

$$\begin{array}{r|l} 100,000 & 27,225 \\ 18,325 & 3 \end{array}$$

"Cabia 3 vezes e ainda sobrava quase tanto..."

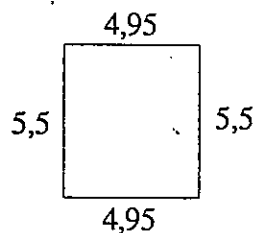
"Agora concordo!" diz R. que tinha mostrado o seu desacordo com a colega que tinha feito uma estimativa de 2 vezes e meia.

A profª diz: "Quando eu quiser saber a superfície de qualquer sala, não preciso de usar o m². Meço uma dimensão e meço outra..."

V. diz: "Bastava somar 5,5 e 4,95. Multiplicava-se 4,95 por 2..."

A profª interrompe e diz: "Não, V. Assim não se sabe a área."

E faz no quadro:



$$\begin{array}{r} 5,5 \\ 4,95 \\ 5,5 \\ + 4,95 \\ \hline 20,90 \end{array}$$

"Se eu fizesse o que tu dizias... dava metros!"
É metros, mais metros, mais metros, mais metros. É a medida de toda a roda, é o perímetro"

Resolução da situação problemática (divisão duma área por outra).

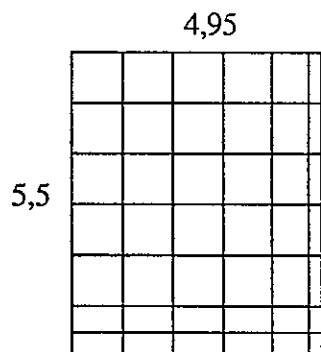
Para saber a medida de superfície de qualquer sala é necessário usar o m², medindo-se a 1ª dimensão em m² e sendo a 2ª o nº de vezes que a 1ª faixa teria que ser repetida.

Houve aqui um salto - o m² poderia ter sido mais trabalhado através de medições e exercícios de aplicação a várias situações.

V. confunde Área com Perímetro.

Profª demonstra cálculo do perímetro e cálculo da área (discriminação entre Perímetro e Área).

"Agora nós fizemos isto" - e faz no quadro:



"Vai ficar uma prisão!" diz um.

A profª diz: "Vamos ver quantos quadradinhos tem lá. Vamos ver se a conta está certa." Contam então 25 quadrados, mais os bocadinhos.

"Até aqui dá os 25, e estes bocadinhos, se nós os juntássemos, davam 2 m² mais aqueles decimais."

Repete a explicação e pergunta: "Entenderam?"

"Agora vou-vos dar uma folha de papel liso. Vão fazer um quadradinho com 1 dm de lado. Recortais o quadradinho e depois vão marcar os cm."

Os alunos dividem a folha - 1 dm em 10 cm. Marcam 10 cm na horizontal e 10 cm na vertical. A profª demonstra no quadro.

S. diz: "Isto parece... a "coisa"... da casa ... A planta!"

Alunos fazem o dm² dividindo-o em cm², i.e: em 100 cm² (1 dm² = 100 cm²). A profª supervisiona o trabalho.

Construção do dm² dividido em 100 cm².

Esta aula continua em aulas posteriores. A professora afixa um m^2 de cartão na parede da sala.

À medida que os alunos vão construindo dm^2 e os vão colorindo, a professora vai-os colando no m^2 .

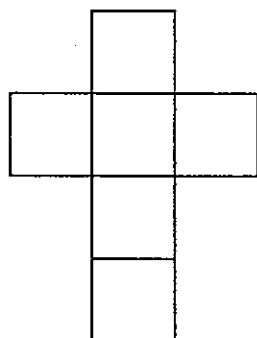
O m^2 fica preenchido por 100 dm^2 coloridos ($1m^2 = 100 dm^2$).

ANEXO V - OBSERVAÇÃO - VOLUME

Dia 26 de Março de 1990

OBSERVAÇÃO**NOTAS**

A professora tem um cubo pequeno, de cartolina, entre os dedos. Pergunta aos alunos: "Vocês lembram-se de ter construído o cubo?" E desenha no quadro.



Continua: "Depois de vocês recortarem e dobrarem fica um cubo. Esta figura que temos aqui que espaço ocupa?"

Um aluno responde: "Ocupa área." A profª pergunta: "Como é que nós medimos a área?" Um aluno responde: "Temos que tirar o comprimento e a largura..."

"E depois de construído?" torna a perguntar a profª.

"Tiramos o comprimento e a largura..." começa a responder um aluno! "Só?" pergunta a profª. Um outro responde: "É a área de um quadrado e depois multiplica-se por 4."

"Não", responde a professora.

"É o dm³..." arrisca outro aluno.

A profª, ignorando esta intervenção, continua: "Para saber o espaço que isto ocupa, preciso de que medidas?"

Profª revê como se calcula a área ($A = C \times L$)

O termo "espaço" é utilizado aqui não como espaço bidimensional mas sim tridimensional.

Um aluno: "Três..."

"Quais?" pergunta a prof^a

"Comprimento, largura e altura", responde um aluno.

A prof^a diz: "Eu neste (e aponta o "cubo" planificado desenhado no quadro) tenho o comprimento e a largura. Mas neste (e aponta o cubo em miniatura feito em cartolina) não. Tenho..."

E juntamente com os alunos diz: "comprimento, largura e altura."

"Com o comprimento e a largura tenho a área ou superfície", continua a prof^a. "Mas agora... O que é mais fácil de arrumar - isto (e indica o cubo planificado no quadro) ou isto (indica o cubo em miniatura)?" Um aluno diz logo: "Isso!" (e indica o plano no quadro).

A prof^a continua: "Para levar num livro, o que é mais fácil de levar?"

Os alunos respondem que é o plano.

A prof^a, juntamente com os alunos, justifica: "Porque isto" (indica o cubo) "tem altura". E diz: "Com o comprimento, a largura e a altura tenho um volume". E escreve no quadro:

$$C, L, A = V$$

Pergunta: "O estojo da L. R. ocupa o quê? Área? Ou volume?"

A prof^a repete: "Ocupa o quê?"

O aluno então diz: "...Volume!"

A professora faz perguntas: "A sebeta do A. ocupa o quê?"

Um aluno responde: "Volume".

A professora começa: "E tem...". A professora inicia e diz com os alunos "Comprimento, largura e altura."

"A vossa carteira..." começa a professora e completa juntamente com os alunos: "Ocupa volume..."

Uma aluna diz: "Eu também ocupo volume."

A prof^a aproveita a intervenção e diz: "É muito fácil medirmos o nosso volume? Como pode-

Prof^a discrimina os conceitos de área e de volume salientando o aparecimento da 3^a dimensão. Dá exemplos - 1 exemplo para a área e um outro para o volume.

Ao discriminar área e volume com base na facilidade que há em arrumar um ou outro, está a discriminar os 2 conceitos a partir de características que não são salientes e nem sequer verdadeiras. A área não é um corpo, portanto não é "susceptível de arrumação".

Prof^a introduz a noção de volume caracterizando-a a partir das suas 3 dimensões (C; L; A). (1^o exemplo)

A prof^a dá exemplos de volume, pretendendo discriminar volume de área. No entanto, um corpo, sendo um volume, também ocupa área.

2^o exemplo.

3^o exemplo.

4^o exemplo de volume

5^o exemplo (sugerido por uma aluna).

A prof^a coloca a questão sobre a forma de

mos achar o volume?"

Um aluno diz: "Com uma fita métrica..."

A prof^a continua a perguntar:

"Onde podemos medir o nosso volume?"

Uma aluna responde: "Na água... Está a banheira cheia de água. Se nos metermos dentro da água, sai água para fora..."

"Pois! Muito bem." diz a professora. "Medindo a água que sai para fora, temos o volume que ocupamos. Ora vamos lá a ver se é verdade..."

Pega então num balde de água e numa caneca. Coloca dentro da caneca cheia de água três berlindes. A água que transborda da primeira caneca cai dentro duma segunda caneca. A prof^a coloca mais alguns berlindes. A água que transborda cai na 2^a caneca.

A prof^a comenta: "Aqui (e indica a 2^a caneca) está a água que corresponde ao volume dos berlindes que aqui estão dentro." Pega numa das medidas de capacidade da caixa métrica - o centilitro. Com a água que transbordou encheu o centilitro 3 vezes e uma 4^a vez embora sem o encher totalmente. Explica: "A água que saiu é o volume dos berlindes. Para avaliar o volume não posso portanto usar o m². Tenho que ter"... e juntamente com os alunos diz: "...O comprimento, a largura e a altura."

Começa: "A medida do volume é o metro..." Prof^a e alguns alunos terminam em coro: "...cúbico..."

A prof^a explica: "É a medida que tem 3 dimensões. Agora vamos construir o m³."

//

Construiu-se um cubo com cartolinas de 1 m². Foram necessárias 6 cartolinas (1 para o fundo, 1 para o lado direito, 1 para o lado esquerdo, outra para trás, uma para a frente e uma última para o topo). A professora mostra então que o m³ tem 3 dimensões - o comprimento, a

avaliar o volume.

Uma aluna sugere que se pode "medir" o volume a partir da quantidade de água que transborda.

A prof^a realiza a experiência sobre a avaliação do volume dos corpos. - exemplifica e demonstra concretizando.

A prof^a faz a equivalência entre volume e capacidade.

A prof^a introduz o m³ como medida de volume.

Construção do m³ tendo como base o m².

largura e a altura. Aproveitou ainda para rever noções como face, aresta e vértice. Os alunos observaram que o m^3 tem 6 faces cada uma ocupando $1 m^2$ de área. Contaram ainda o seu número de arestas e vértices.

De seguida, os alunos construíram, em pequeno grupo, o dm^3 .

//

A prof^a diz: "Vamos agora pensar quantos cubos destes (referia-se aos dm^3) precisamos para fazer um dos grandes, o m^3 ."

"Thh... Mil..." diz um aluno.

"20 000!" diz outro.

A prof^a anuncia: "Bem vamos fazer uma fila com os vossos dm^3 aqui" (e indica a base do m^3)

Um aluno diz: "Leva 10" e indica uma das dimensões da face.

Outro aluno diz: "São 100... Dez assim (e indica uma dimensão) e dez assim (indica a 2^a dimensão).

A prof^a diz: "Lembrem-se da 3^a dimensão..."

"Ah!" exclama um aluno.

"São 1000!"

"Porque é que são 1000?" pergunta a prof^a?

E, juntamente com os alunos, diz em coro:

"Porque são $10 \times 10 \times 10$, portanto 10×10 são 100, 100×10 dá 1000."

A prof^a escreve no quadro:

$10 \text{ comprimento} \times 10 \text{ largura} \times 10 \text{ altura} = 1000$

E pergunta: "1 m^3 é igual a quantos dm^3 ?"

Os alunos respondem:

"1000"...

Revisão de noções como face, aresta e vértice.

Construção do dm^3 pelos alunos em pequeno grupo.

A prof^a relaciona o dm^3 com o m^3 .

Um aluno diz: "Porque se anda 3 casas..."

A profª responde: "Não. Não é porque se anda 3 casas, é porque no m³ cabem 1000 dm³."

"Mas nas reduções anda-se 3 casas" insiste o aluno.

A profª com os alunos diz: "1 dm³ é igual a 1000 cm³".

Um aluno pergunta: "E o cm³?"

A profª inicia, logo secundada pelos alunos: "1 cm³ é igual a 1000 mm³..."

A profª começa: "Estas medidas estão numa relação de..." e continua com os alunos "...1 para 1000..."

A profª diz: "É por estarem nesta relação que nós, quando temos que reduzir, andamos..." e com os alunos acaba: "...3 casas".

Depois pergunta: "E o dm³ que parte é do m³?"

"Uma milésima", respondem os alunos.

"E o mm³ que parte é do cm³?"

"Uma milésima", torna a ser a resposta dos alunos.

A profª diz: "Vamos pegar na sebenta e no lápis. Eu quero ver se vocês entenderam. São capazes de me dizer... O m³ quantos cm³ tem?"

Os alunos realizam o exercício na sebenta.
(1 m³ = 1 000 000 cm³).

A profª manda, de seguida, fazer uma outra redução: 1 dm³ = mm³.

Os alunos fazem a redução na sebenta.

A profª pergunta: "E 1 cm³ que parte é do dm³?" E manda fazer na sebenta. De seguida, pede para responder às seguintes perguntas na sebenta: o cm³ que parte é do m³; o mm³ que parte é do dm³.

Os alunos realizam os exercícios na sebenta. A profª vai corrigindo, individualmente, os exercícios. Depois diz: "Vamos ver 1 mm³ que parte é do m³..."

Talvez tivesse sido importante explicar mais detalhadamente a relação de volume (1 : 1000) e as suas implicações.

A profª relaciona o dm³ e o cm³.

Por sugestão dum aluno, relaciona o cm³ com o mm³.

A profª explica a relação das medidas de volume e as implicações para as reduções.

A profª relaciona o dm³ com o m³ e o mm³ com o cm³.

Realização de exercícios (reduções) para relacionar o m³ e seus submúltiplos.

• 1 m³ = cm³

• 1 dm³ = mm³

• 1 cm³ = dm³

• 1 cm³ = m³

• 1 mm³ = dm³

• 1 mm³ = m³

Findo este exercício, a prof^a dá a aula de matemática por acabada e marca os deveres para casa (livro "7 Maravilhas, p. 85 e 86, exercícios 1 e 2 + 1 divisão; $284,6 : 0,3058 = \square$).

A prof^a supervisiona o trabalho dos alunos detectando as dificuldades e ajudando os alunos a ultrapassá-las (caso de Rui e Ricardo). No final da aula detecta dificuldades noutro aluno, referindo-me que teria que estar atenta a 2 alunos, essencialmente o Rui e o André.

Realização gráfica

Alberto Melo

Rua Duarte Lopes, 101
4100 PORTO
