

# PROJECTO ASSISTIDO POR COMPUTADOR DE CAIXAS DE VELOCIDADES DE MÁQUINAS-FERRAMENTAS

*José António dos Santos Almacinha\* e Jorge Humberto Oliveira Seabra\*\**

**Grupo de Tribologia - Departamento de Engenharia Mecânica  
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Rua dos Bragas - 4099 Porto codex - Portugal**

## RESUMO

Nas máquinas-ferramentas correntes para o trabalho de metais, o accionamento do seu movimento de corte através de uma caixa de velocidades escalonadas de engrenagens é ainda o sistema de maior difusão.

Neste texto, focam-se os diferentes pontos considerados necessários ao desenvolvimento de um modelo numérico que permita o projecto interactivo de caixas de velocidades e suas engrenagens constituintes, através do cálculo automático.

Assim, começa-se por fazer uma breve descrição comparativa dos diversos tipos de caixas de velocidades e do seu enquadramento entre os diferentes sistemas de accionamento de máquinas-ferramentas.

Seguidamente, mostra-se a importância da utilização de gamas de velocidades de corte e de avanços normalizados, em termos do rendimento das operações de arranque de apara e do projecto de uma caixa, nomeadamente, na definição da sua cadeia cinemática. Discutem-se também alguns critérios de selecção dos números de dentes das rodas dos vários mecanismos elementares de uma caixa de velocidades, chamando-se a atenção para a necessidade de uma prévia escolha das distâncias mínimas entre-eixos e dos módulos das rodas dentadas de cada um dos seus mecanismos constituintes.

Finalmente, apresenta-se um exemplo de aplicação dos conceitos expostos.

---

\* Assistente - DEMec-FEUP.

\*\* Professor Auxiliar - DEMec-FEUP.

# **1 - BREVES NOÇÕES GERAIS SOBRE MÁQUINAS-FERRAMENTAS PARA O TRABALHO DE METAIS**

## **1.1 - Classificação das máquinas-ferramentas**

As máquinas-ferramentas para o trabalho de metais, por arranque de aparta de um semi-produto, permitem obter peças com as formas e dimensões pretendidas, de acordo com a precisão exigida.

Estas máquinas são geralmente classificadas pelo seu grau de especialização, grau de precisão e peso. De acordo com o seu grau de especialização, as máquinas podem ser: universais, especializadas, de aplicação geral e monofuncionais [1].

## **1.2 - Tipos de movimentos nas máquinas-ferramentas**

A obtenção de peças, de acordo com as especificações dos desenhos de fabrico, é conseguida através de movimentos coordenados transmitidos aos órgãos de trabalho da máquina. Estes movimentos podem ser classificados em básicos ou de trabalho e secundários. Entre os primeiros, distinguem-se o movimento principal ou de corte e o movimento de avanço, que são os responsáveis pelo arranque de aparta da peça trabalhada.

O movimento de corte pode ser circular (ex: tornos mecânicos, fresadoras, rectificadoras, etc.) ou rectilíneo alternativo (ex: escateladoras, brochadoras, plainas mecânicas, etc.)

O movimento de avanço pode ser contínuo (ex: tornos mecânicos, fresadoras, furadoras, etc) ou intermitente (ex: plaina mecânica, limador), simples ou complicado (ex: máquinas de talhar engrenagens).

Na fig 1.1, apresentam-se alguns exemplos de movimentos de trabalho protagonizados pela peça e pela ferramenta em diferentes processos de maquinagem.

## **1.3 - Gamas de velocidades nos movimentos de trabalho**

Os movimentos dos diferentes órgãos de trabalho das máquinas-ferramentas são obtidos através de um conjunto de mecanismos, designado por sistema de accionamento. O sistema deve possibilitar a regulação da velocidade desses movimentos. A fonte do movimento também se considera como fazendo parte do accionamento.

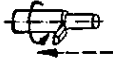

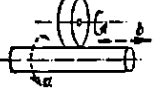


TIPO DE OPERAÇÃO DE MAQUINAGEM	MOVIMENTO DE CORTE →	MOVIMENTO DE AVANÇO →
TORNEAMENTO 	peça	ferramenta
FURAÇÃO 	ferramenta	ferramenta
RECTIFICAÇÃO CILÍNDRICA 	ferramenta	peça (a) e ferramenta (b) ou peça (a,b)
FRESAGEM 	ferramenta	peça
APLAINAMENTO Plana Mec. (I) Limador (II) 	peça (I) ferramenta(II)	ferramenta (I) peça (II)

Figura 1.1 - Movimentos de trabalho em alguns processos de maquinagem [2].

Nas máquinas com movimento principal circular, o número de rotações por unidade de tempo  $n$  (velocidade ou frequência de rotação), da árvore de saída do movimento, é uma função da velocidade de corte necessária e do diâmetro da peça ou da ferramenta, que pode ser expressa por:

$$n = \frac{1000 \cdot v}{\pi \cdot d} \text{ [r.p.m.]} \quad (1.1)$$

onde  $v$  é a velocidade de corte [ $\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$ ] e  $d$  é o diâmetro da peça trabalhada ou da ferramenta [mm].

Nas máquinas universais, a velocidade de corte depende do material e das dimensões da peça trabalhada, do material e forma da ferramenta e do tipo de trabalho (desbaste ou acabamento). Koenigsberger [2] indica valores para velocidades de corte desde  $v = 18 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$  (maquinagem de aços ligados com ferramentas de aço rápido), até  $v = 1\,800 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$  (maquinagem de ligas leves com ferramentas de carboneto). Por sua vez, Rögnitz [3], admitindo como limites, mínimo e máximo, possíveis para as velocidades de corte económicas de um torno mecânico, as que se obtêm, respectivamente, no torneamento de ferro fundido com ferramentas de aço rápido, e no acabamento de ligas leves com ferramentas de carboneto de tungsténio, encontra uma relação entre as velocidades mínima e máxima de corte, na ordem de 1/300.

Os diâmetros das peças ou das ferramentas variam dentro de limites largos, sendo, normalmente, limitados superiormente por imposições dimensionais das máquinas. O limite inferior não está definido à partida, mas por exemplo, nos tornos mecânicos, o menor diâmetro economicamente maquinável é aproximadamente 1/10 do maior.

Só raramente, no caso de máquinas muito especializadas para a produção em grande série, os dois factores, atrás referidos, permanecem constantes.

Nas máquinas com movimento de corte rectilíneo alternativo, em lugar da frequência de rotação da árvore, define-se o número de ciclos de vaivém por minuto, através da expressão:

$$n = \frac{v_o}{L} \cdot \frac{1}{1 + \frac{v_o}{v}} \quad [\text{min}^{-1}] \quad (1.2)$$

onde  $v$  é a velocidade de corte ( $\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$ ),  $v_o$  é a velocidade de retorno [ $\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$ ] e  $L$  é o comprimento do curso [m].

Se as velocidades de trabalho não forem constantes, devem-se utilizar valores médios no cálculo.

A razão  $R$  das velocidades de rotação (ciclos de vaivém) extremas,

$$R = \frac{n_z}{n_1} \quad (1.3)$$

onde  $n_z$  é a velocidade de rotação máxima e  $n_1$  é a velocidade de rotação mínima, caracteriza, dentro de certa medida, o grau de universalidade da máquina e dá uma ideia sobre a diversidade de dimensões das peças a trabalhar ou das ferramentas a utilizar.

Em máquinas universais,  $R$  varia normalmente entre 5 e 80, podendo, em certos casos, ultrapassar 100 [4]. No caso particular de uma fresadora universal, Koenigsberger [2] aponta valores para  $R$  entre 45 e 50, enquanto Röegnitz [3] apresenta um exemplo de um torno mecânico em que  $R = 46.5$ .

Relativamente ao movimento de avanço, o campo de regulação dos avanços  $R$  permite relacionar os seus valores máximo e mínimo, do seguinte modo:

$$R = \frac{s_z}{s_1} \quad (1.4)$$

onde  $s_z$  é o avanço máximo e  $s_1$  é o avanço mínimo.

Se o mecanismo de avanço é comandado directamente pelo seu motor de accionamento, os avanços são por unidade de tempo [ $\text{mm} \cdot \text{min}^{-1}$ ], mas quando o comando depende da árvore do movimento de corte, os avanços são por rotação (ou curso).

## 1.4 - Tipos de sistemas de accionamento

Os diferentes sistemas de accionamento devem permitir uma regulação da velocidade dos movimentos dos órgãos de trabalho da máquina que possibilite a obtenção das velocidades de trabalho consideradas mais vantajosas. Os accionamentos podem ser escalonados ou contínuos.

Entre os primeiros, podem-se enumerar os accionamentos com polias escalonadas (utilizados em máquinas antigas), as caixas de velocidades de engrenagens e os accionamentos com motores eléctricos assíncronos de velocidades múltiplas. Existem também sistemas resultantes de combinações dos atrás referidos.

Os sistemas de accionamento contínuo podem utilizar variadores mecânicos de velocidade, motores eléctricos de corrente contínua com velocidade de rotação regulável (grupo Ward-Leónard ou regulação electrónica), sistemas hidráulicos e sistemas resultantes da combinação de um motor eléctrico regulável de corrente contínua ou de um variador mecânico, com uma caixa de velocidades escalonadas, ou ainda, da combinação de um variador mecânico com um motor eléctrico assíncrono de velocidades múltiplas.

Nos sistemas de accionamento contínuo, as gamas de velocidades de trabalho podem atingir os seguintes valores:  $R$  até  $\sim 8$ , nos variadores mecânicos;  $R$  até  $\sim 10$ , nos variadores hidráulicos e  $R$  até  $\sim 20$  e mais, nos motores com comando Leónard ou electrónico. Como a gama de velocidades das máquinas-ferramentas é geralmente maior, deve utilizar-se, em simultâneo, uma caixa de engrenagens [3].

Apesar dos sistemas de accionamento contínuo terem uma difusão considerável entre as máquinas-ferramentas modernas, o accionamento do movimento principal através de uma caixa de velocidades escalonadas de engrenagens é o sistema mais utilizado nas máquinas-ferramentas correntes para trabalho de metais.

## 2 - CAIXAS DE VELOCIDADES DE ENGRENAGENS

### 2.1 - Tipo de caixas e sua caracterização genérica

As principais vantagens deste sistema de accionamento são as suas reduzidas dimensões, a facilidade de comando e a segurança de funcionamento. Entre as desvantagens, podem-se destacar a impossibilidade de regulação contínua de velocidade e o baixo rendimento a altas velocidades de rotação, quando a razão das velocidades de rotação extremas é muito elevada.

Existem diferentes tipos de caixas de velocidades de engrenagens. As caixas podem ser caracterizadas pelo sistema de selecção de velocidades e pela sua estrutura.

De acordo com o sistema de selecção de velocidades, as caixas podem: utilizar trens de rodas dentadas móveis, embraiagens de garras, de fricção e electromagnéticas, assim como, combinar o sistema de selecção com rodas dentadas de muda. A utilização dos diferentes sistemas depende da aplicação da máquina-ferramenta, da frequência com que se realiza a selecção de velocidades e da duração dos cursos de trabalho.

As caixas com trens de rodas móveis, de dentado recto, utilizam-se nos movimentos de corte, fundamentalmente em máquinas universais. Transmitem grandes momentos torsores com rodas relativamente pequenas e possibilitam um menor desgaste destas, atendendo a que, em cada instante, apenas as rodas que participam na transmissão do movimento estão engrenadas. Podem apontar-se como inconvenientes: a impossibilidade de mudar de velocidade em trabalho, a necessidade de dispositivos que impeçam o engrenamento simultâneo de pares de rodas cujo funcionamento não esteja previsto e dimensões axiais da caixa relativamente grandes.

As caixas de velocidades com embraiagens de garras caracterizam-se pelos pequenos cursos axiais e menores esforços necessários ao accionamento do sistema de mudança de velocidade, e pela possibilidade de utilização de engrenagens de dentado helicoidal. Têm o inconveniente de também não permitirem mudanças de velocidade em movimento e apresentam perdas de potência e maior desgaste das rodas dentadas, devido ao permanente engrenamento destas.

As caixas de velocidades com embraiagens de fricção e electromagnéticas permitem a mudança de velocidade, em movimento e em carga. Como insuficiências podem apontar-se: perdas de potência e maior desgaste das rodas que estão permanentemente engrenadas, grandes dimensões axiais e radiais da caixa quando se torna necessário transmitir grandes binários, perdas de potência devidas ao atrito dos acoplamentos desembraiados e o seu conseqüente aquecimento.

Em termos de estrutura, as caixas de velocidades podem estar dispostas no cabeçote da máquina ou constituírem um sistema de accionamento independente da árvore de saída. Este último tipo de configuração é utilizado com frequência em máquinas de precisão (ex: tornos mecânicos, tornos revólver e fresadoras).

## **2.2 - Selecção das gamas de velocidades e avanços**

As caixas de velocidades escalonadas obrigam à substituição da frequência de rotação da árvore, que correspondia à velocidade de corte mais vantajosa para um dado diâmetro, pela frequência real da caixa, mais próxima e menor, com uma conseqüente diminuição relativa de velocidade de corte. Assim, quando uma gama requerida de frequências de rotação é coberta por um número limitado de valores intermédios, a velocidade de corte óptima só em alguns casos pode ser obtida.

Se as velocidades de corte forem definidas, em função do diâmetro  $d$  (peça ou ferramenta), e estabelecidos os seus valores limites, é possível determinar as frequências de rotação mais adequadas para cada operação de maquinagem, conforme mostra o diagrama em dente de serra, representado na fig 2.1.

Na prática, a possibilidade de manter constante a diminuição relativa de velocidade de corte, quando se passa de uma frequência de rotação qualquer à frequência imediatamente inferior, tem grande utilidade. Essa diminuição relativa de velocidade pode ser determinada a partir da expressão:

$$A = \frac{v_s - v_i}{v_s} = \frac{n_x - n_{x-1}}{n_x} = \text{const.} \quad (2.1)$$

Esta característica permite manter constante a diminuição relativa do rendimento da operação de arranque da apara, o que é importante em termos económicos.

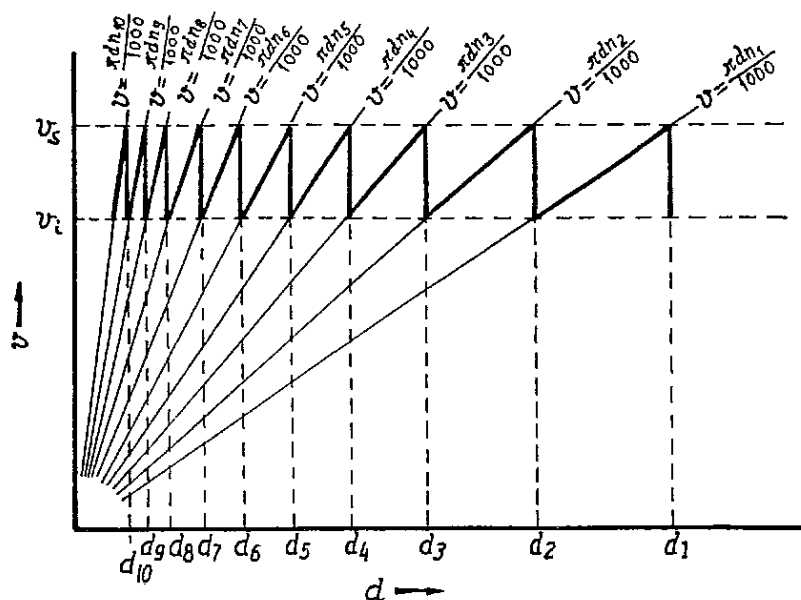


Figura 2.1 - Diagrama em dente de serra ou de Pechin.

No movimento de avanço, uma correcta definição da gama de trabalho é fundamental para a obtenção das qualidades de acabamento superficial pretendidas. Um escalonamento dos avanços demasiado grosseiro leva a perdas de tempo excessivas, sempre que, por razões de qualidade do acabamento ou de potência disponível, se torna necessário reduzir o valor do avanço de trabalho.

A utilização de gamas de valores de frequências de rotação / avanços em progressão geométrica, segundo séries de números normais (séries Renard), além de assegurar uma diminuição relativa de velocidade constante, permite definir, com alguma facilidade, a

cinemática das caixas, devido a uma escolha muito simplificada das razões de transmissão das diferentes engrenagens que as compõem. As normas ISO 3, ISO 17, ISO 497 e DIN 323, especificam, em termos de aplicação geral, as propriedades destas séries, seu grau de utilização e critérios de escolha.

As normas ISO 229 e DIN 804, de que se apresentam alguns extratos em anexo, e DIN 803 e H11-1 (URSS) especificam os valores nominais, a plena carga, das frequências de rotação e avanços das máquinas-ferramentas para trabalho de metais por arranque de aparas, comandadas directamente por motores eléctricos, bem como as razões da progressão  $\phi$  das séries básica R20 e suas derivadas R20/2, R20/3, R20/4 e R20/6.

Atendendo a que, os valores normalizados das frequências de rotação são estabelecidos para condições de plena carga, as árvores e outros veios das caixas rodam, geralmente, a velocidades ligeiramente mais elevadas do que os valores nominais especificados nas tabelas.

Os valores efectivos das frequências de rotação e avanços podem sofrer variações, relativamente aos seus valores nominais, tendo em consideração as tolerâncias mecânica e eléctrica permitidas. A tolerância mecânica (-2%, +3%) limita os desvios admissíveis nas transmissões mecânicas, relativamente aos valores teóricos, os quais normalmente não podem ser garantidos com exactidão no projecto da caixa. Neste cálculo, admite-se uma velocidade de accionamento inferior em 6% à velocidade de sincronismo do motor eléctrico (355/375, 710/750, 1410/1500, 2820/3000 [r.p.m.]). As tolerâncias mecânica + eléctrica (-2%, + 6%) permitem contabilizar, adicionalmente, os diferentes deslizamentos a plena carga, apresentados por motores de diversas procedências e capacidades, que oscilam entre os limites de 3,5 a 6% da velocidade de sincronismo.

O projecto de uma caixa de velocidades obriga à definição prévia do campo de velocidades de trabalho, do número de velocidades (frequências de rotação)  $z$  e da razão da sua progressão  $\phi$ . Esta análise deve ser alicerçada em considerações técnicas e também económicas.

Assim, quando a variedade de materiais a maquinar e o campo de diâmetros a cobrir requerem uma larga gama de velocidades (máquinas de furar radiais), havendo a necessidade de obter velocidades de corte o mais próximas possível dos valores teóricos previstos, o número de velocidades requerido será elevado, com o conseqüente reflexo nos custos da caixa. No entanto, quando os avanços podem ser estabelecidos independentemente da velocidade da árvore e o tempo de maquinagem não é função desta (fresadoras), um escalonamento relativamente grosseiro das velocidades da árvore, conjugado com um escalonamento mais fino dos avanços permitem uma resposta satisfatória [2]. Por outro lado, pode tornar-se necessário reduzir a gama de diâmetros, ou a variedade dos materiais a trabalhar, se for essencial obter velocidades óptimas dentro de limites apertados. Torna-se então possível conseguir um escalonamento fino sem ter que recorrer a um grande número de velocidades.



O sistema de normalização das velocidades permite estabelecer a relação entre a razão das velocidades de rotação extremas  $R$ , a razão da progressão  $\varphi$  e o número de velocidades  $z$  de uma caixa, através das seguintes expressões:

$$n_z = n_1 \cdot \varphi^{(z-1)} \quad (2.2)$$

e

$$\varphi = \sqrt[(z-1)]{\frac{n_z}{n_1}} = \sqrt[(z-1)]{R} \quad (2.3)$$

A fig. 2.2 permite uma visualização rápida e clara das diferentes soluções postas ao dispor do projectista.

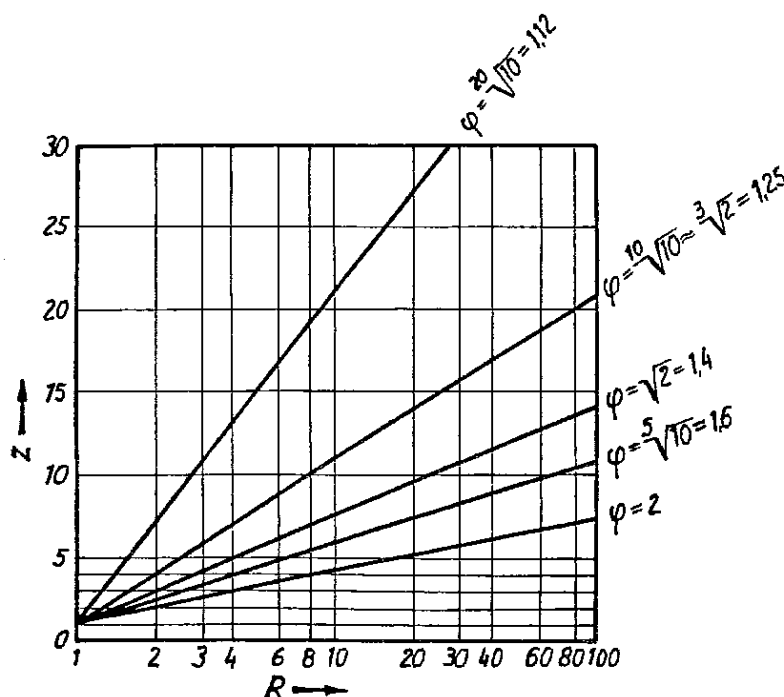


Figura 2.2 - Relação entre a razão das velocidades de rotação extremas  $R$ , o número de velocidades  $z$  e as razões das progressões normalizadas  $\varphi$ .

Os escalonamentos com razões  $\varphi = 1,25$  e  $\varphi = 1,4$  são os utilizados com mais frequência nas caixas de velocidades das máquinas-ferramentas, devido a possuírem uma diminuição relativa da velocidade de corte de 20 e 30%, respectivamente. Quando aplicados a uma série não excessiva de números de rotações por minuto, permitem abranger uma faixa suficientemente ampla de frequências de rotação.

Idênticas considerações podem ser feitas relativamente à definição do sistema de avanço.

## 2.3 - Definição da cadeia cinemática

### 2.3.1 - Generalidades

O estabelecimento da cadeia cinemática da caixa de velocidades de uma máquina-ferramenta está dependente de múltiplos factores. De uma maneira geral, a cadeia cinemática deve garantir uma gama de  $n_1$  a  $n_z$  rotações por minuto na árvore de saída, a partir de uma frequência de rotação constante  $n_0$ , do veio de entrada. Nas máquinas antigas, isso era conseguido através de diferentes pares de rodas de muda. Nas caixas de velocidades modernas, a cadeia cinemática é constituída, fundamentalmente, por um conjunto de  $w$  mecanismos elementares (transmissões de grupo - conjuntos de transmissões por engrenagens dispostas entre dois eixos adjacentes da caixa), assegurando, cada um deles, respectivamente,  $p_1, p_2, \dots, p_w$  diferentes razões de transmissão, de tal modo que, o número total de velocidades  $z$ , da caixa, resulta da expressão,

$$z = \prod_{i=1}^w p_i \quad (2.4)$$

Cada razão de transmissão total  $i_x$  (relação entre cada frequência de rotação da árvore de saída  $n_x$  e a frequência de rotação do veio de entrada  $n_0$ ), conseguida pela cadeia cinemática, é obtida por uma determinada combinação das razões de transmissão dos vários mecanismos elementares, dada por:

$$i_x = \frac{n_x}{n_0} = \prod_{i=1}^w u_{ik_i} \quad , \quad (k_i = 1, 2, \dots, p_i) \quad (2.5)$$

A solução mais económica será aquela em que o número total  $S_r$  de rodas dentadas, da caixa, for mínimo. Se em cada mecanismo, as  $p_i$  razões de transmissão forem obtidas por  $p_i$  engrenagens diferentes (pares de rodas), o número total de rodas dentadas é igual a

$$S_r = 2 \sum_{i=1}^w p_i \quad (2.6)$$

Este número será mínimo, quando os números de engrenagens de todos os mecanismos forem iguais entre si e iguais a

$$p = \sqrt[w]{z} \quad (2.7)$$

Estas considerações não englobam as caixas de velocidades e de avanços que comportam rodas de muda (máquinas especiais destinadas à fabricação em série) ou rodas conjugadas (roda conduzida num mecanismo e condutora noutra, simultâneamente).

Por razões de limitação das dimensões de atravancamento da caixa, em que se evitam rodas dentadas de grande diâmetro, ou quando os números de dentes das rodas ou as velocidades tangenciais no círculo primitivo têm que ser limitadas, as razões de transmissão de qualquer engrenagem numa caixa devem estar compreendidas entre os seguintes valores [2,4] :

$$\frac{1}{4} \leq u_{ik_i} \leq \frac{2}{1} \quad (\text{caixas de velocidades}) \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{5} \leq u_{ik_i} \leq \frac{3}{1} \quad (\text{caixas de avanço}) \quad (2.9)$$

Assim, o valor da razão  $R_i$ , para cada mecanismo elementar, deve ser:

$$R_i \leq 8 \quad (\text{caixas de velocidades}) \quad (2.10)$$

$$R_i \leq 15 \quad (\text{caixas de avanço}) \quad (2.11)$$

Tendo em consideração as restrições construtivas atrás enunciadas, o projecto de uma cadeia cinemática, com o menor número possível de engrenagens, obriga a conseguir uma redução na diferença entre as velocidades de entrada e de saída da caixa. Assim, caixas de velocidades para gamas de rotações elevadas serão simplificadas com o recurso a motores eléctricos de 3000 r.p.m., enquanto que, caixas com árvores de rotação lenta poderão utilizar motores de 750 ou 1000 r.p.m. No entanto, se o accionamento destas caixas for efectuado através de uma transmissão redutora por correias ou a sua cadeia cinemática incorporar uma redução por parafuso sem-fim, poder-se-ão utilizar motores de 1500 ou 3000 r.p.m., que têm menores dimensões de atravancamento e são de utilização mais corrente.

### 2.3.2 - Selecção da variante construtiva

Atendendo a que as razões de transmissão totais da caixa são resultado de diferentes combinações das razões dos seus mecanismos elementares, é possível ter disponíveis diversas variantes construtivas de uma cadeia cinemática, para obter o mesmo número de velocidades, na árvore de saída. Koenigsberger [2] apresenta o conjunto de variantes construtivas possíveis, para caixas de 4 a 18 velocidades, fig.2.3.

NÚMERO DE VELOCIDADES DA CAIXA	VARIANTES CONSTRUTIVAS DA CADEIA CINEMÁTICA			Nº MÍNIMO DE RODAS EM CAIXAS S/RODAS CONJUGADAS
4	2·2			8
6	3·2	2·3		10
8	2·2·2			12
	4·2	2·4		
9	3·3			
10	5·2	2·5		
12	3·2·2	2·3·2 (1)	2·2·3	14
	4·3	3·4		
	6·2	2·6		
15	5·3	3·5		
16	2·2·2·2			16
	4·2·2	2·4·2	2·2·4	
	4·4			
18	3·3·2	3·2·3	2·3·3	18
	6·3	3·6		

(1) - permite a sua fácil conversão em caixa de 18 velocidades.

Figura 2.3 - Variantes construtivas das cadeias cinemáticas de caixas de 4 a 18 velocidades.

A análise da fig.2.3 permite constatar que, por exemplo, uma caixa de 18 velocidades requer o mesmo número de rodas dentadas que as caixas de 16 e 15 velocidades. As caixas de 6, 9, 12 e 18 velocidades são normalmente materializadas com trens de rodas dentadas móveis, enquanto que, as caixas de 4, 8 e 16 velocidades são mais apropriadas para execuções com embraiagens, especialmente, electromagnéticas e hidráulicas [3].

A escolha da variante construtiva que permite obter um determinado número de velocidades, deve ser condicionada pelas seguintes considerações:

- O número de veios requerido depende da quantidade de rodas que podem ser montadas em cada trem móvel e do número de trens que podem ser dispostos em paralelo. O espaço disponível deve ser tido em consideração, pois as dimensões axial e radial da caixa podem estar limitadas.

- Raramente se dispõem mais de 4 pares de rodas dentadas deslocáveis, por mecanismo, atendendo à considerável dimensão axial resultante.

- Os trens móveis não devem ser constituídos por mais do que 3 rodas. Se existirem 4 engrenagens num mecanismo, devem prever-se dois trens com 2 rodas.
- Os trens de rodas móveis devem estar dispostos, sempre que possível nos primeiros veios da caixa. Na árvore de saída, deve estar montado o menor número possível de rodas, que devem ser fixas, para evitar vibrações nocivas ao correcto funcionamento da máquina. Atendendo ao elevado custo dos veios estriados, os trens móveis devem ser concentrados, sempre que possível, no mesmo veio.
- O número de engrenagens em cada mecanismo elementar deve decrescer da entrada para a saída da caixa. Tendo em conta que as caixas de velocidades das máquinas-ferramentas são, geralmente, redutoras, e admitindo que a potência transmitida permanece contante (não contabilizando as perdas), os momentos  $M$  aumentam à medida que as velocidades nos diferentes veios vão diminuindo ( $P=M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n / 60$  [kW]), o que implica a necessidade de rodas com maior módulo e espessura, por conseguinte mais caras.

Escolhida a variante  $e$ , conseqüentemente, o seu número  $w$  de mecanismos elementares, deve verificar -se se a razão  $R$  estabelecida para a caixa é garantida por esta configuração, atendendo às restrições impostas pelas expressões (2.10) e (2.11). Assim teremos [2,4]:

$$R \leq R_{\text{máx}} \quad (2.12)$$

com:

$$R_{\text{máx}} = 8^w \quad (\text{caixas de velocidades}) \quad (2.13)$$

e

$$R_{\text{máx}} = 15^w \quad (\text{caixas de avanços}) \quad (2.14)$$

### 2.3.3 - Selecção da variante cinemática

A configuração construtiva da caixa, adoptada para permitir obter um determinado número de velocidades (número de mecanismos elementares e sua disposição ordenada na cadeia cinemática), possibilita o desenvolvimento de diferentes variantes cinemáticas, em função das possíveis sequências de accionamento dos seus mecanismos elementares.

Na fig. 2.4, apresenta-se o esquema construtivo de uma caixa de 6 velocidades com trens de rodas móveis. Neste exemplo, que será seguido ao longo do texto, as 6 velocidades são conseguidas através de uma composição de dois mecanismos elementares. O primeiro

mecanismo elementar é constituído por 3 engrenagens e o segundo mecanismo por 2 engrenagens ( $6 = 3 \times 2$ ).

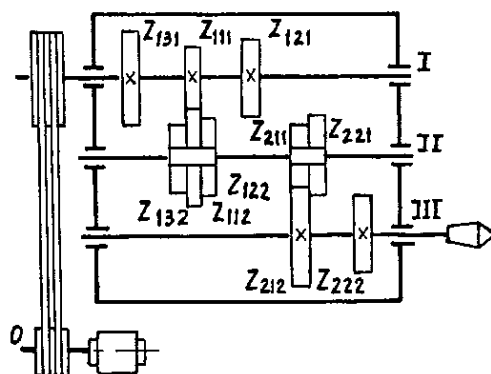


Figura 2.4 - Esquema construtivo de uma caixa de 6 velocidades ( $6 = 3 \times 2$ ).

Para a obtenção sucessiva de todas as frequências de rotação da árvore, de  $n_1$  a  $n_z$ , é necessário comandar, primeiramente, a mudança das velocidades de um dos mecanismos (grupos de transmissões), designado de mecanismo elementar de base, repetindo-se a operação para os restantes mecanismos constituintes (mecanismo de primeira selecção, mecanismo de segunda selecção, etc).

Atendendo a que as frequências de rotação da caixa formam uma progressão geométrica de razão  $\varphi$ , de acordo com a expressão (2.2), o mesmo acontecendo, consequentemente, com as razões de transmissão totais  $i_x$ , é possível demonstrar que [2,4] :

- Se a caixa é constituída por  $w$  mecanismos elementares, de tal maneira que o mecanismo elementar de base tenha  $p_1$  engrenagens, o mecanismo de primeira selecção tenha  $p_2$  engrenagens, o mecanismo de segunda selecção tenha  $p_3$  engrenagens, etc, contando os números dos mecanismos segundo a sua ordem de utilização para obter as frequências de rotação consecutivas da gama de velocidades, as razões de transmissão  $u_{ik}$ , de cada mecanismo elementar, formam uma progressão geométrica de razão  $\varphi^t$ , em que  $\varphi$  é a razão da progressão geométrica das frequências de rotação do último veio da caixa e os valores de expoente  $t$ , designado por característica do grupo, são números inteiros e iguais a :

-  $t = t_1 = 1$ , para o mecanismo elementar de base;

e

$$i-1 \\ - t = t_i = \prod_{j=1} p_j \quad , \quad c/i = 2,3,\dots, w, \text{ para cada um dos mecanismos de selecção.}$$

A característica do grupo é, assim, igual à quantidade de escalões de velocidade, existente no conjunto das transmissões de grupo que precedem cinematicamente o mecanismo em questão. A equação geral que regula as transmissões de grupo é a seguinte:

$$u_{i1} : u_{j2} : u_{k3} : \dots : u_{ip_i} = 1 : \varphi^{t_i} : \varphi^{2t_i} : \dots : \varphi^{(p_i - 1)t_i} \quad (2.15)$$

A cadeia cinemática de uma caixa, com mais do que um mecanismo elementar, pode ser representada graficamente através de um diagrama de estrutura (rede de construção), onde as velocidades estão indicadas numa escala logarítmica horizontal, sendo os veios representados por linhas paralelas e equidistantes umas das outras.

Atendendo a que  $n_x / n_{x-1} = \varphi$  e  $\log n_x - \log n_{x-1} = \log \varphi$ , os valores das velocidades aparecem igualmente espaçados, sendo as razões de transmissão de cada mecanismo, em termos relativos, indicadas pela amplitude das distâncias entre as respectivas velocidades. A inclinação das linhas unindo pontos correspondentes a valores de velocidade, em diferentes eixos, dá uma indicação da grandeza das razões de transmissão. A construção de um diagrama de estrutura assenta na imposição da condição de simetria na disposição dos diferentes pontos de velocidade e na representação das rectas correspondentes às várias engrenagens da caixa.

A configuração construtiva da caixa de 6 velocidades, representada na fig. 2.4, admite o desenvolvimento de duas variantes cinemáticas, de acordo com a sequência de accionamento dos seus dois mecanismos elementares. Na fig. 2.5, apresentam-se os diagramas de estrutura correspondentes a estas duas variantes. A variante a) tem como mecanismo elementar de base (o primeiro a ser accionado), o mecanismo de entrada da caixa, sendo o mecanismo que contém a árvore de saída o mecanismo de primeira selecção. Assim,  $t_1=1$  e  $t_2=3$ . Por sua vez, na variante b), o primeiro mecanismo a ser accionado é o mecanismo de saída da caixa, sendo o mecanismo de primeira selecção aquele que é constituído pelo veio de entrada. Neste caso,  $t_1=1$  e  $t_2=2$ .

Se a caixa for constituída por mais que dois mecanismos elementares, torna-se trabalhoso traçar todos os possíveis diagramas de estrutura, podendo recorrer-se então às fórmulas de estrutura de cada variante,

$$z = p_1 [t_1] \times p_2 [t_2] \times p_3 [t_3] \times \dots \quad (2.16)$$

que são estabelecidas, calculando os valores de  $t_i$ , em função da ordem de actuação de cada mecanismo elementar.

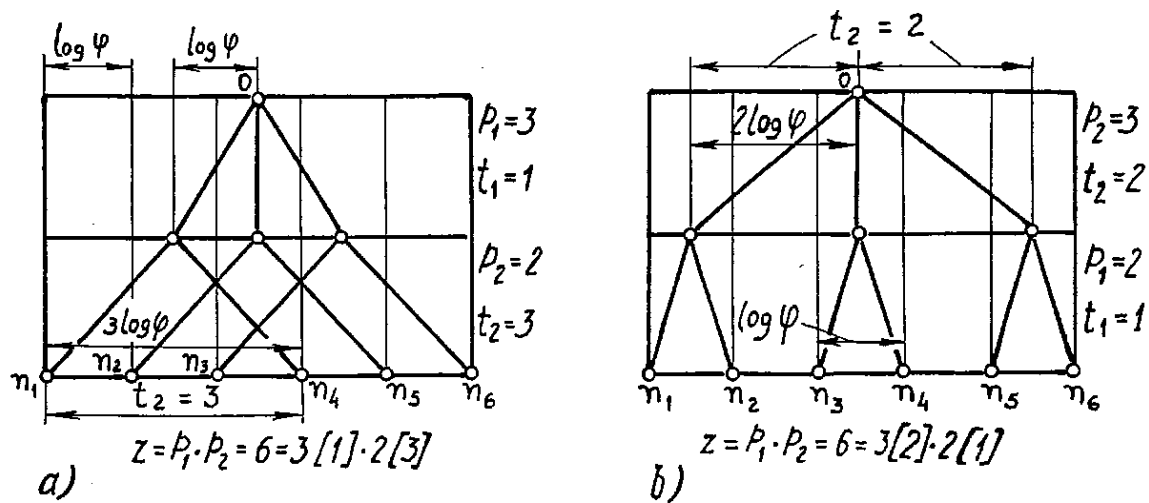


Figura 2.5 - Diagramas de estrutura das variantes cinemáticas de uma caixa de 6 velocidades ( $6 = 3 \times 2$ ).

A razão  $R_i$ , para cada mecanismo elementar da caixa, pode ser determinada, a partir da expressão (2.15), da seguinte forma:

$$R_i = u_{ip_i} / u_{i1} = \varphi^{(p_i-1) t_i} = \varphi S_i \quad (2.17)$$

Para cada variante cinemática, é possível determinar a razão  $R_i$  máxima, através do cálculo do valor máximo de  $S_i$ . Seguindo a lei de cálculo das características de grupo  $t_i$ , constata-se que o valor de  $S_{máx}$  corresponde ao último mecanismo de selecção [1,4].

As limitações impostas pelas expressões (2.10) e (2.11), conduzem a valores máximos de  $\varphi$ , função de  $S_{máx}$ , compatíveis com a possibilidade de utilização de cada variante cinemática.

$$\varphi_{máx} = \frac{S_{máx}}{\sqrt{8}} \quad (\text{caixas de velocidades}) \quad (2.18)$$

$$\varphi_{máx} = \frac{S_{máx}}{\sqrt{15}} \quad (\text{caixas de avanços}) \quad (2.19)$$

Estes valores  $\varphi_{máx}$  devem ser superiores aos valores normalizados de  $\varphi$ , previamente definidos.



Se uma caixa de  $z$  velocidades for constituída por  $w$  mecanismos elementares e se o último mecanismo de selecção tiver  $p_w$  engrenagens, a razão  $R_w$  deste mecanismo vem expressa como:

$$R_w = R_i \max = \varphi (p_w - 1) t_w = \varphi (z - z / p_w) = \varphi S_{\max} \quad (2.20)$$

A análise desta expressão permite concluir que o valor de  $S_{\max}$  será mínimo, para um dado  $z$ , se o número de engrenagens do último mecanismo de selecção for mínimo.

Assim, no exemplo da caixa de 6 velocidades, para cada uma das duas possíveis variantes cinemáticas, apresentadas na fig. 2.5, tendo em conta as expressões (2.18) e (2.20), verifica-se que: a variante a) tem  $p_2 = 2$  engrenagens no último mecanismo de selecção, logo  $S_{\max} = 3$ , o que implica  $\varphi \leq 2$ ; a variante b) tem  $p_2 = 3$  engrenagens no último mecanismo de selecção, logo  $S_{\max} = 4$ , o que implica  $\varphi \leq 1.68$ . Constatam-se que, enquanto a variante a) admite uma gama de velocidades, segundo qualquer valor normalizado de  $\varphi$ , a variante b) só tem aplicação em gamas de velocidades com razões de progressão  $\varphi \leq 1.6$ .

Esta observação está de acordo com as especificações que indicam que:

- As variantes cinemáticas devem ser adoptadas de forma a que as razões  $\varphi^t$ , de cada mecanismo elementar, vão aumentando da entrada para a saída da caixa;
- As velocidades inferiores da caixa, e, conseqüentemente, os maiores momentos torsores devem ser assegurados pela mesma engrenagem do último mecanismo, pois rodas dentadas com características de resistência superiores (maiores módulo e largura) tem custos de produção mais elevados. As variantes, do tipo da representada na fig. 2.5 b), só têm aplicação quando as diferenças, entre os momentos a transmitir pelas várias engrenagens, são pequenas, sendo possível projectar todas as rodas de uma parte da caixa com os mesmos módulo e largura.

Os diagramas e as formulas de estrutura permitem seleccionar a sequênciade accionamento dos mecanismos elementares da caixa e suas razões de progressão  $\varphi^t$ , mas não dão uma informação precisa sobre os valores absolutos das razões de transmissão de cada uma das engrenagens constituintes, atendendo a que a sua construção assentou em condições de simetria que condicionaram a definição da velocidade do veio de entrada da caixa.

As verdadeiras razões de transmissão teóricas de todos os mecanismos podem ser visualizadas através do diagrama de velocidades, construído a partir do diagrama de estrutura seleccionado para a caixa. As velocidades aparecem, também, indicadas numa escala logarítmica horizontal, mas os pontos referentes às verdadeiras velocidades teóricas, de cada

grupo de transmissões, já não estão dispostos simetricamente, mas sim de acordo com o seu valor real.

Assim, enquanto um diagrama de estrutura cobre todas as caixas com características construtivas e cinemáticas comuns, o diagrama de velocidades define uma concepção particular da caixa, com os correspondentes valores teóricos das velocidades  $z$  e razões de transmissão  $u_{ikj}$ .

Na fig. 2.6, apresentam-se os diagramas de velocidade de cada uma das variantes cinemáticas desenvolvidas para o exemplo da caixa de 6 velocidades, com uma razão de progressão  $\varphi = 1.4$ . A velocidade a plena carga do motor de accionamento (1500 r.p.m.) foi objecto de uma prévia redução, de modo a ser possível obter a velocidade mínima ( $n_1 = 125$  r.p.m.), a partir da velocidade de entrada da caixa  $n_0$ , através de uma razão de transmissão total mínima  $i_1$  que tivesse em conta as restrições impostas, pela expressão (2.8), às razões de transmissão de cada mecanismo elementar constituinte ( $u_{ikj} \geq 1/4$ ).

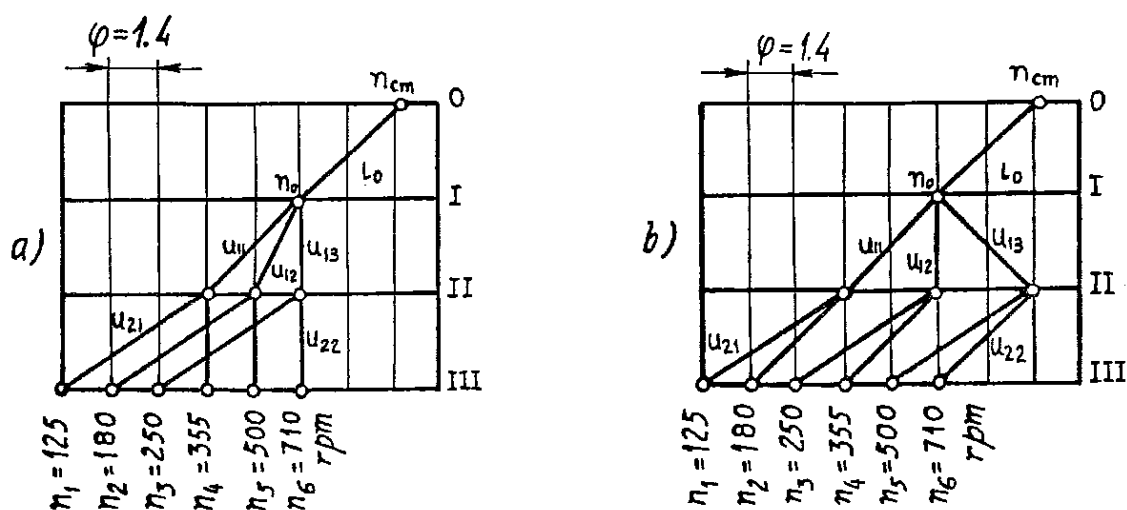


Figura 2.6 - Diagramas de velocidades das variantes cinemáticas de uma caixa de 6 velocidades ( $6 = 3 \times 2$ ).

A construção de um diagrama de velocidades deve ter por base as seguintes considerações:

- A velocidade  $n_0$ , do veio de entrada da caixa, resulta, normalmente, de uma prévia redução da velocidade transmitida pela fonte de accionamento.
- A velocidade  $n_0$  deve ser, sempre que possível, maior ou igual a  $n_z$ , de modo a permitir evitar a ocorrência de transmissões em aceleração nos mecanismos elementares.

- A fixação do valor de  $n_0$  deve, por outro lado, ter em conta as limitações impostas, pelas expressões (2.8) e (2.9), às razões de transmissão  $u_{jk}$ . A razão de transmissão total mínima  $i_1$ , resultante da combinação das razões  $u_{j1}$  dos vários mecanismos elementares, deve permitir obter a velocidade mínima  $n_1$ , a partir da velocidade arbitrada para o veio de entrada. Por vezes, para transpor uma grande relação de transmissão, desdobram-se as razões de transmissão do último mecanismo, introduzindo engrenagens intermediárias ou utiliza-se um mecanismo de dobrado.

- A determinação das razões  $u_{jk}$  de cada um dos  $w$  mecanismos elementares de uma caixa começa pelo cálculo das razões  $u_{j1}$  que permitem obter a razão de transmissão total mínima  $i_1$ , tendo em conta as seguintes relações:

$$i_1 = n_1/n_0 \geq \left(\frac{1}{4}\right)^w \quad (\text{caixas de velocidades}) \quad (2.21)$$

$$u_{j1} = \sqrt[w]{i_1} \quad , \quad c/ i = 1, 2, \dots, w \quad (2.22)$$

A expressão (2.22) é baseada na tentativa de obter uma caixa de engrenagens com uma soma mínima de números de dentes, atendendo a que, uma recta é menor distância entre dois pontos. Os valores das razões  $u_{j1}$  devem ser normalizados, segundo números normais que são potências da razão  $\phi$  das velocidades da caixa, conforme especifica a norma DIN 804. Para o cálculo dos números de dentes das diversas rodas constituintes da caixa, devem utilizar-se os valores exactos dos números normais, em vez dos seus valores nominais, com vista a poder arredondar os números fraccionários dos dentes, ao escalonamento decimal geométrico exacto, com a maior aproximação possível. Os arredondamentos devem ser feitos de modo a que as maiores razões de transmissão de redução pertençam aos mecanismos próximos da saída da caixa, para que esta seja lentamente redutora. Assim, os veios dos mecanismos próximos da entrada de caixa rodarão a velocidades mais elevadas e, conseqüentemente, estarão sujeitos a menores binários. As restantes razões  $u_{jk}$  de cada mecanismo da caixa são obtidos a partir das  $u_{j1}$ , conhecidas que são as razões  $\phi^t$  de cada mecanismo elementar.

Continuando a análise do exemplo da caixa de 6 velocidades, agora só para a variante cinemática a) que é, como foi referido, a que se mostra mais adequada à materialização do accionamento, verifica-se que o diagrama de velocidades adoptado, figura 2.6 a), obriga às seguintes razões de transmissão:  $u_{11} = 1/1.9953$ ,  $u_{12} = 1/1.4125$  e  $u_{13} = 1/1.0000$ , para o primeiro mecanismo elementar;  $u_{21} = 1/2.8184$  e  $u_{22} = 1/1.0000$ , para o segundo mecanismo.

## 2.4 - Determinação dos números de dentes das rodas dentadas

As variações apresentadas pelos valores efectivos das frequências de rotação ou avanços da caixa, relativamente aos respectivos valores nominais, são resultado, fundamentalmente, em termos mecânicos, das limitações encontradas na escolha dos números de dentes das rodas dentadas, para a materialização das diferentes razões de transmissão do diagrama de velocidades. Os limites admissíveis para estas variações estão caracterizados pela normalização existente, conforme já foi referido na secção 2.2 . Atendendo a que os números de dentes das rodas devem ser inteiros, que a distância entre-eixos em cada grupo de transmissões deve ser fixa e, ainda, devido à existência de exigências de atravancamento, não é possível projectar caixas em que as velocidades estejam sempre de acordo com os valores nominais dos números preferíveis.

A selecção dos números de dentes, a partir de um conjunto de tabelas, tem sido tentada por vários autores. Germar [5] preparou um conjunto de tabelas, em que, cada par de rodas é escolhido para materializar uma razão de transmissão normalizada, sendo os limites do erro em velocidade de  $\pm 2\%$ , para cada combinação de duas engrenagens. Numa caixa de três mecanismos, o erro acumulado pode ser de 10% ou mais. Stephan [6] propôs uma tabela simplificada para a selecção dos dentes. As razões de transmissão estão dentro dos limites de variação especificados, pela norma DIN 804, para cada razão de transmissão. No entanto, para caixas com vários mecanismos, apresenta o mesmo defeito das tabelas de Germar. Jaekel [7] sugeriu que, basicamente, é necessário escolher engrenagens, em cada grupo, relacionadas umas com as outras, em vez de seleccionar pares de rodas que assegurem razões de transmissão preferíveis.

Reddy [8] demonstrou que as variações ocorridas nas velocidades de saída das árvores são, fundamentalmente, devidas a erros verificados na selecção das várias razões de transmissão dos diferentes grupos de engrenagens. Da análise do diagrama de velocidades, apresentado na fig. 2.7, verifica-se que qualquer velocidade  $n_x$  pode ser obtida por uma determinada combinação dos vários mecanismos elementares, através da expressão:

$$n_x = n_1 \cdot \prod_{i=1}^w \theta_{ik_i}, \quad (k_i = 1, 2, \dots, p_i) \quad (2.23)$$

em que , atendendo à lei que regula as transmissões de grupo, expressa pela equação (2.15),

$$\theta_{ik_i} = u_{ik_i} / u_{i1} = \varphi^{(k_i-1) t_i} \quad (2.24)$$

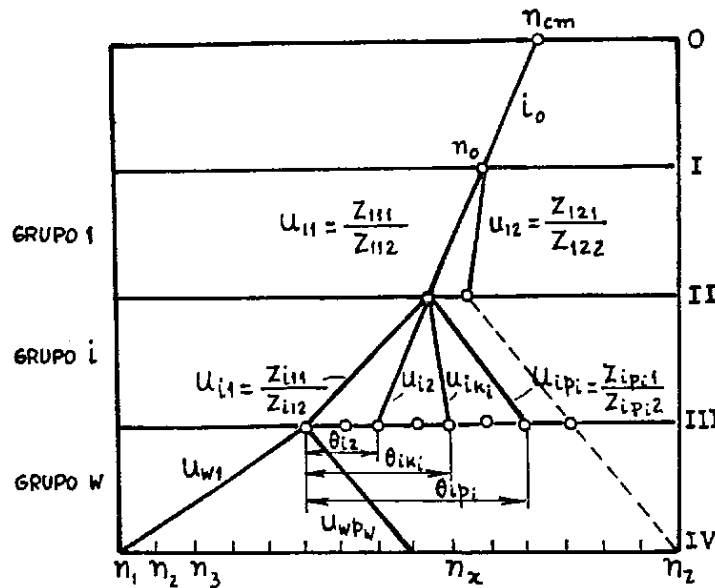


Figura 2.7 - Diagrama de velocidades de uma caixa de velocidades.

Esta razão  $\theta_{ik_i}$ , entre as razões de transmissão de ordem  $k_j$  e ordem 1 do mecanismo elementar  $i$ , está sujeita a um erro percentual  $\epsilon_{ik_i}$ , relativamente aos valores normalizados segundo DIN 804. Como a redução de razão  $i_0$  a montante da caixa é, geralmente, obtida por uma transmissão por correias, pode ser ligeiramente alterada de forma a mudar a velocidade  $n_0$ , do veio de entrada da caixa, com vista a deslocar todas as  $z$  velocidades de saída. Assim, em cada grupo, a primeira transmissão terá uma percentagem de erro  $\epsilon_{j1} = 0$  e o erro  $\epsilon_{ik_i}$  terá um valor máximo e um mínimo, de que resulta, por combinação dos diferentes mecanismos, a ocorrência de uma percentagem de erro máxima e outra mínima, nas velocidades de saída da caixa, dadas por:

$$\epsilon_{n_x} \text{ máx} = \left( \sum_{i=1}^w \epsilon_{ik_i} \right) \text{ máx} \quad (2.25)$$

$$\epsilon_{n_x} \text{ min} = \left( \sum_{i=1}^w \epsilon_{ik_i} \right) \text{ min}$$

O campo do erro das velocidades de saída da árvore resulta, então, da diferença

$$\epsilon = \epsilon_{n_x} \text{ máx} - \epsilon_{n_x} \text{ min} \quad (2.26)$$

Os erros  $\epsilon_{ik_i}$  das razões  $\theta_{ik_i}$  devem ser minimizados tanto positiva como negativamente, para permitir a minimização do campo de erro  $\epsilon$ . Assim, Reddy propõe uma variação limite dos valores de  $\epsilon_{ik_i}$  de  $\pm 1\%$ , de modo que, na generalidade dos casos, o erro total seja inferior ou igual ao valor de 5% especificado pela normalização.

O cálculo do número de dentes das rodas dentadas de cada mecanismo  $i$ , de modo a que a razão  $\theta_{ik_i}$  não apresente uma variação superior a  $\pm 1\%$ , relativamente ao valor teórico, pressupõe uma prévia escolha da soma do número de dentes  $Sz$ , a atribuir a cada mecanismo. A soma  $Sz$  está relacionada com a distância entre-eixos  $a$ , de cada mecanismo, e com o módulo  $m$  das suas engrenagens constituintes, através da expressão:

$$a = \frac{Sz \cdot m}{2} \quad (2.27)$$

A escolha da ordem de grandeza de  $Sz$ , para cada mecanismo elementar, deve ter em vista a obtenção de um atravancamento e custo mínimos. As dimensões de atravancamento de uma engrenagem são determinadas por condições de resistência à pressão superficial dos dentes das rodas. Para transmitir uma dada potência, a uma determinada velocidade, considerando uma dada razão de transmissão, Henriot [9] aponta um valor mínimo para a distância entre - eixos  $a$ , obtido a partir da expressão

$$(b \cdot a^2)_{\min} = 4.9 \times 10^5 \frac{P}{n_{i1}} \cdot \frac{(1/u_{i1} + 1)^3}{1/u_{i1}} \cdot \frac{1}{K_{adm}} \quad (2.28)$$

onde  $P$ [kW] é a potência de accionamento da caixa,  $n_{i1}$ [r.p.m.] é a frequência de rotação da menor roda (pinhão) do mecanismo  $i$ ,  $u_{i1}$  é a menor razão de transmissão do mecanismo  $i$ ,  $b$  é a largura da roda e  $K_{adm}$  [daN.mm<sup>-2</sup>] e  $b/a = f(u_{i1})$  são obtidos através de tabelas, para diferentes tipos de engrenagens.

Para cada mecanismo elementar, o cálculo do módulo deve ser feito para a menor roda motora, atendendo a que esta é, geralmente, a mais solicitada. As demais engrenagens constituintes são, normalmente, executadas com o mesmo módulo, podendo compensar-se as diferenças nas solicitações, pela escolha de larguras de dentes distintas ou de outros materiais. Apenas no último mecanismo da caixa podem encontrar-se engrenagens com diferentes módulos, frequentemente de dentes helicoidais, a fim de possibilitar um funcionamento silencioso das engrenagens altamente solicitadas.

Um cálculo aproximado do módulo  $m$  pode ser executado, recorrendo ao cálculo simplificado de Lewis [3,9] admitindo que  $b=12m$ .

$$m = \sqrt[3]{\frac{1.623 \times 10^5 \cdot P}{\sigma_{adm} \cdot z_{i11} \cdot n_{i1}}} \cdot Y_L \cdot \cos \beta \quad (2.29)$$

onde  $P$  [kW] é a potência de accionamento da caixa,  $n_{i1}$ [r.p.m.] é a frequência de rotação da menor roda motora do mecanismo  $i$ ,  $z_{i11}$  é o número de dentes da menor roda motora,  $\sigma_{adm}$  [daNmm<sup>-2</sup>] é a tensão admissível do material constituinte da roda,  $Y_L$  é o factor de forma de

Lewis e  $\cos\beta$  permite utilizar esta expressão no caso do dentado helicoidal, desde que, para a determinação de  $Y_L$ , se utilize o número de dentes virtual  $z_v$ .

Os valores obtidos para os módulos de cada mecanismo devem ser substituídos por valores normalizados, superiores, de acordo com a norma ISO 54.

Röegnitz [3] afirma que, em caixas de velocidades, o número mínimo de dentes das rodas deve situar-se entre 21 e 24 dentes, se não se quiser executar o eixo e a roda numa só peça. Quando o veio e o pinhão são maquinados na mesma peça, o número de dentes deste deve ser superior a 15.

Conhecidos  $a_{\min}$  e  $m$  determina-se um valor mínimo de  $S_z$  que deverá ser arredondado para um valor de uso corrente. Segundo Röegnitz, para a materialização de razões de transmissão normalizadas, de acordo com DIN 804, são frequentemente utilizáveis, como soma de dentes, os números divisíveis por 2 e 3, especialmente  $S_z = 72$ , mas também 48, 54, 60, 84, 90, 96 e 108.

Fixado o valor de  $S_z$  para cada mecanismo elementar, calculam-se os números dos dentes das rodas constituintes da engrenagem que materializa a primeira razão de transmissão  $u_{i1}$ :

$$z_{i11} = u_{i1} / (u_{i1} + 1) \cdot S_z \quad (2.30)$$

$$z_{i12} = 1 / (u_{i1} + 1) \cdot S_z$$

Determinados os números de dentes das rodas das primeiras transmissões, de cada mecanismo, a velocidade  $n_0$  deve ser ajustada, de modo a que a transmissão total mínima resultante permita obter exactamente a primeira frequência de rotação da árvore de saída  $n_1$ .

A selecção dos números de dentes das restantes engrenagens, de cada mecanismo elementar, é feita recorrendo a tabelas, obtidas por cálculo numérico, que têm em conta a possibilidade de utilização de rodas com correcção de dentado. Assim, as somas de dentes das engrenagens de cada mecanismo podem tomar valores entre  $S_z - 2 \leq S'_z \leq S_z + 2$ , atingindo  $S_z - 3$  e  $S_z + 3$  no caso de caixas com rodas conjugadas. Para cada valor normalizado de  $\theta_{ik_j}$  e de  $S'_z$ , determinam-se os números de dentes  $z_{ik_j1}$  e  $z_{ik_j2}$  da engrenagem  $k_j$ , que asseguram a manutenção do erro relativo  $\epsilon_{ik_j}$  dentro dos limites estabelecidos.

Em caixas com trens de rodas móveis, quando todas as engrenagens de um mecanismo elementar têm o mesmo módulo, deve existir uma diferença mínima de quatro dentes entre as rodas de cada veio, para evitar a interferência dos diâmetros exteriores, a quando da translação dos trens.

Conhecidas todas as rodas constituintes dos diferentes mecanismos é possível determinar todos os valores efectivos frequências de rotação da árvore, que deverão obedecer aos limites

impostos pelos documentos normativos. Pode então ser construído o verdadeiro diagrama de velocidades.

No caso do exemplo da caixa de 6 velocidades que tem vindo a ser analisado neste texto, a determinação das somas de números de dentes de cada um dos seus dois mecanismos constituintes pode ser feita admitindo uma potência de acionamento da caixa de 4 kW e a utilização de um aço de cementação na execução das diferentes rodas dentadas.

Considerando uma vida de 25000 h a 12 h / dia e uma velocidade tangencial  $v_t < 5\text{ms}^{-1}$ , para as menores rodas motoras de cada mecanismo, Henriot [9] propõe um factor  $K_{adm}=0.505$  daN mm<sup>-2</sup> e uma relação  $b = 0.45 a$ , o que implica um valor mínimo para a distância entre-eixos de  $a_{min} = 54.7$  mm, para o primeiro mecanismo e  $a_{min} = 78.1$  mm, para o segundo, obtidos através da expressão (2.28).

O cálculo do módulo das rodas foi feito tomando um  $\sigma_{adm} = 32$  daNmm<sup>-2</sup> e admitindo que a menor roda motora do primeiro mecanismo tem 21 dentes e a do segundo 24, o que origina factores de forma de Lewis de  $Y_L = 4.31$  e  $Y_L = 4.12$ , respectivamente. Normalizando os valores determinados, a partir da expressão (2.29), para os módulos obtêm-se  $m = 2$ , para o primeiro e  $m = 2.5$ , para o segundo mecanismo.

Conjugando as imposições da distância entre-eixos mínima por considerações de resistência dos dentes das rodas à pressão superficial e da utilização de números de dentes, das menores rodas motoras, superiores a 21, expressões (2.28) e (2.30), determinam-se valores mínimos de  $S_z$  para cada mecanismo, que após arredondamento para valores de uso corrente propostos por Roegnitz deram origem a  $S_{z1} = 72$  e  $S_{z2} = 84$ .

A partir dos números de dentes das rodas que materializam a primeira razão de transmissão de cada mecanismo ( $z_{111} = 24$ ,  $z_{112} = 48$ ,  $z_{211} = 22$  e  $z_{212} = 62$ ), é possível fixar a velocidade  $n_0 = 705$  r.p.m. de modo a que  $n_1 = 125$  r.p.m. Admitindo uma percentagem de erro relativo de  $\pm 1\%$  entre as razões de transmissão  $k_i$  e 1 de cada mecanismo, a figura 2.8 apresenta os pares de rodas que materializam as diferentes razões de transmissão.

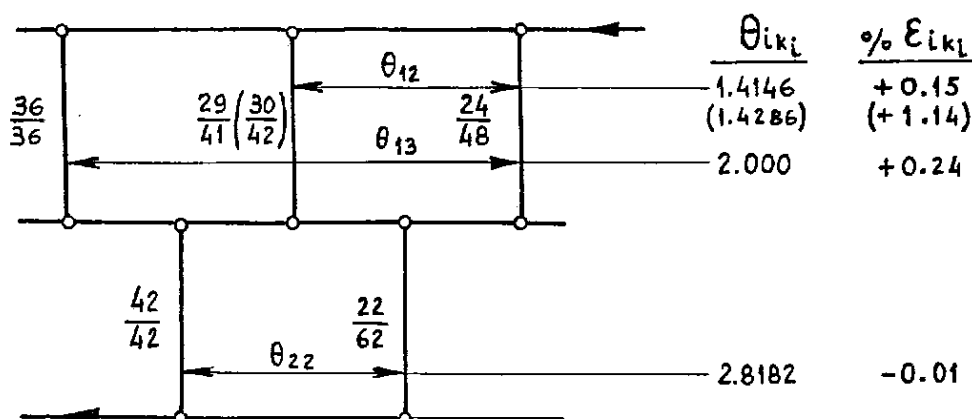


Figura 2.8 - Diagrama estrutural da configuração desenvolvida para a caixa de 6 velocidades.



De notar que, a segunda transmissão do primeiro mecanismo é conseguida, dentro da margem de erro imposta, se for utilizada uma soma de 70 dentes, com a correspondente correcção do dentado das respectivas rodas. No entanto, atendendo ao baixo valor de erro encontrado no segundo mecanismo, é possível alargar a percentagem de erro de  $\theta_{12}$  para  $\epsilon_{12} = 1.14 \%$ , já que, mesmo assim, o campo de erro das velocidades de saída é apenas de  $\epsilon = 1.14 - (-0.01) = 1.15 \%$ , evitando-se qualquer correcção de dentado.

Assim as velocidades efectivas de saída da caixa tomam os seguintes valores:  $n_1 = 125$ ,  $n_2 = 177$ ,  $n_3 = 250$ ,  $n_4 = 353$ ,  $n_5 = 499$ ,  $n_6 = 705$ . Verifica-se que todos os valores respeitam os valores limite estabelecidos pela normalização (ver anexo), tendo em conta a tolerância mecânica. Atendendo a que a velocidade a plena carga do motor eléctrico, indicada pelo fabricante ( $n_{cm} = 1410$  r.p.m.), é igual à velocidade utilizada na verificação da tolerância mecânica, a verificação da tolerância mecânica + eléctrica fica automaticamente feita.

#### 4 - CONCLUSÕES

O accionamento do movimento principal das máquinas -ferramentas correntes, para o trabalho de metais por arranque de apara, através de uma caixa de velocidades escalonadas de engrenagens é o sistema mais difundido, apesar da grande utilização de sistemas de accionamento contínuo nas máquinas-ferramentas modernas.

A utilização de gamas de valores de frequência de rotação e de avanços, em progressão geométrica, segundo séries de números normais (séries Renard), para além de assegurar uma diminuição relativa de velocidade constante, o que é importante em termos de rendimento das operações de maquinação, permite definir de forma simplificada a cinemática das caixas, nomeadamente na construção dos diagramas de estrutura e de velocidades, como resultado de uma fácil escolha das razões de transmissão normalizadas das diferentes engrenagens constituintes.

A selecção dos números de dentes de cada uma das rodas dos vários mecanismos elementares de uma caixa de velocidades deve ser feita a partir da tentativa de minimização do campo de erro das velocidades de saída da árvore, resultante da acumulação dos erros ocorridos na escolha das engrenagens que materializam as diferentes razões de transmissão dos seus mecanismos constituintes. Este procedimento é mais eficaz do que tentar seleccionar pares de rodas que assegurem, individualmente, razões de transmissão preferíveis.

A escolha das somas de números de dentes para cada um dos mecanismos elementares da caixa pressupõe uma prévia definição de respectiva distância entre-eixos mínima admissível e do módulo das suas rodas dentadas constituintes.

Assim, um modelo numérico interactivo para cálculo de configurações cinemáticas de caixas de velocidades e dos principais parâmetros geométricos das suas engrenagens

constituintes, que reuna todas as noções em termos de projecto e disposições normativas referidas neste texto , é certamente uma ferramenta importante no projecto de caixas de velocidades de máquinas-ferramentas.

## 5 - REFERÊNCIAS

- [1] - CHERNOV, N. N. - Máquinas-Herramientas para Metales. Moscovo: Editorial MIR, 1974.
- [2] - KÖENIGSBERGER, F. - Design Principles of Metal-cutting Machine Tools. New York: A Pergamon Press Book, The MacMillan Company, 1964.
- [3] - RÖEGNITZ, H. - Variadores Escalonados de Velocidades em Máquinas-Ferramenta. Brasil: [s.n.] , [197-] . [Ref. bibl. feita a partir de uma cópia sem página de rosto]. [Trad. de : Stufengtriebe an Werkzeugmaschinen. 4ª ed. Berlin:Springer Verlag, 1965. WB 55].
- [4] - CÁLCULO DAS RAZÕES DE TRANSMISSÃO DE CAIXAS DE VELOCIDADES DE MÁQUINAS-FERRAMENTAS. Ed. lit. da Faculdade de Engenharia do Porto, Tecnologia Mecânica. Porto: Centro Universitário do Porto, [196-] . [Trad. de: Vasco S. S. Sá de publicação do Institut Supérieur des Matériaux et de la Construction Mécanique de Paris].
- [5] - GERMAR, R. - Die Getriebe für Normdrehzahlen. Berlin: Springer, 1932.
- [6] - STEPHAN, E. - Optimale Stufenrädergetriebe für Werkzeugmaschinen. Berlin: Springer, 1958.
- [7] - JAEKEL, K. - Bestimmung der Zähnezahlen in geometrisch gestuften Zahnradgetrieben. Industrie - Anz., 4 June, 1954.
- [8] - REDDY, C. T. - Selection of Number of Gear Teeth for Machine Tool Gear Boxes. J. Mach. Tool Des. Res. U.K. : Pergamon Press. 1974, 14, p. 125-134.
- [9] - HENRIOT, G. - Traité Théorique et Pratique des Engrenages. 4ª ed. Paris: Dunod, 1968, tome I.

## ANEXO

VALORES NOMINAIS [r.p.m.]									LIMITES DA SÉRIE BÁSICA R20 [r.p.m.]			
SÉRIE BÁSICA R 20	SÉRIES DERIVADAS								C/ TOLERÂNCIA MECÂNICA		C/ TOLERÂNCIAS MECÂNICA + ELÉCTRICA	
	R 20/2	R 20/3 (..2800..)		R 20/4 (..1400..)(..2800..)		R 20/6 (..2800..)		-2%	+3%	-2%	+6%	
$\varphi = 1,12$	$\varphi = 1,25$	$\varphi = 1,4$		$\varphi = 1,6$	$\varphi = 1,6$	$\varphi = 2$		7	8	9	10	
1	2	3		4	5	6		7	8	9	10	
100								98	103	98	106	
112	112	11,2				112	11,2	110	116	110	119	
125			125					123	130	123	133	
140	140		1400	140				138	145	138	150	
160		16					1400	155	163	155	168	
180	180		180			180		174	183	174	188	
200			2000					196	206	196	212	
224	224	22,4		224		22,4		219	231	219	237	
250			250					246	259	246	266	
280	280		2800		280		2800	276	290	276	299	
315		31,5						310	326	310	335	
355	355		355		355		355	348	365	348	376	
400			4000					390	410	390	422	
450	450	45			450	45		438	460	438	473	
500			500					491	516	491	531	
560	560		5600	560			5600	551	579	551	596	
630		63						618	650	618	669	
710	710		710		710		710	694	729	694	750	
800			8000					778	818	778	842	
900	900	90		900		90		873	918	873	945	
1000			1000					980	1030	980	1060	

AS SÉRIES R20, R20/2 E R20/4 PODEM SER PROLONGADAS A QUALQUER OUTRO PERÍODO DECIMAL, ATRAVÉS DA MULTIPLICAÇÃO DOS VALORES DO QUADRO POR POTÊNCIAS DE 10.  
AS SÉRIES R20/3 e R20/6 ESTÃO DADAS EM TRÊS PERÍODOS DECIMAIS, JÁ QUE OS SEUS NÚMEROS SÓ SE REPETEM EM CADA QUATRO PERÍODOS DECIMAIS.

Tabela A1 : Velocidades (frequências de rotação) normalizadas (DIN 804).

VALOR NOMINAL R20	AVANÇOS POR MINUTO		AVANÇOS POR ROTAÇÃO (CURSO)	
	LIMITES DA TOL. - 2% + 6% aprox.		LIMITES DA TOL. - 2% + 3% aprox.	
	min.	max.	min.	max.
1	2	3	4	5
1	0,98	1,06	0,98	1,03
1,12	1,10	1,19	1,10	1,16
1,25	1,23	1,33	1,23	1,30
1,4	1,38	1,50	1,38	1,45
1,6	1,55	1,68	1,55	1,63
1,8	1,74	1,88	1,74	1,83
2	1,96	2,12	1,96	2,06
2,24	2,19	2,37	2,19	2,31
2,5	2,46	2,66	2,46	2,59
2,8	2,76	2,99	2,76	2,90
3,15	3,10	3,35	3,10	3,26
3,55	3,48	3,76	3,48	3,65
4	3,90	4,22	3,90	4,10
4,5	4,38	4,73	4,38	4,60
5	4,91	5,31	4,91	5,16
5,6	5,51	5,96	5,51	5,79
6,3	6,18	6,69	6,18	6,50
7,1	6,94	7,50	6,94	7,29
8	7,78	8,42	7,78	8,18
9	8,73	9,45	8,73	9,18
10	9,80	10,6	9,80	10,3

Tabela A2 : Avanços normalizados [ mm ] (ISO 229).

EXPOENTE t	RAZÕES DE TRANSMISSÃO (1/u <sub>1k<sub>t</sub></sub> ) 1 : 1    10 : 1	
	NOMINAL	EXACTO
	$\varphi = 1,06$	$\varphi = 1,0593$
1	2	3
0	1,00 : 1	1,0000 : 1
1	1,06 : 1	1,0593 : 1
2	1,12 : 1	1,1220 : 1
3	1,18 : 1	1,1885 : 1
4	1,25 : 1	1,2589 : 1
5	1,32 : 1	1,3335 : 1
6	1,40 : 1	1,4125 : 1
7	1,50 : 1	1,4962 : 1
8	1,60 : 1	1,5849 : 1
9	1,70 : 1	1,6788 : 1
10	1,80 : 1	1,7783 : 1
11	1,90 : 1	1,8836 : 1
12	2,00 : 1	1,9953 : 1
13	2,12 : 1	2,1135 : 1
14	2,24 : 1	2,2387 : 1
15	2,36 : 1	2,3714 : 1
16	2,50 : 1	2,5119 : 1
17	2,65 : 1	2,6607 : 1
18	2,80 : 1	2,8184 : 1
19	3,00 : 1	2,9854 : 1
20	3,15 : 1	3,1623 : 1
21	3,35 : 1	3,3497 : 1
22	3,55 : 1	3,5481 : 1
23	3,75 : 1	3,7584 : 1
24	4,00 : 1	3,9811 : 1
25	4,25 : 1	4,2170 : 1
26	4,50 : 1	4,4668 : 1
27	4,75 : 1	4,7315 : 1
28	5,00 : 1	5,0119 : 1
29	5,30 : 1	5,3088 : 1
30	5,60 : 1	5,6234 : 1
31	6,00 : 1	5,9566 : 1
32	6,30 : 1	6,3096 : 1
33	6,70 : 1	6,6834 : 1
34	7,10 : 1	7,0795 : 1
35	7,50 : 1	7,4989 : 1
36	8,00 : 1	7,9433 : 1
37	8,50 : 1	8,4140 : 1
38	9,00 : 1	8,9125 : 1
39	9,50 : 1	9,4406 : 1
40	10,00 : 1	10,0000 : 1

Tabela A3 : Razões de transmissão normalizadas (DIN 804)