



Universidade do Porto

FEUP Faculdade de
Engenharia

DEMec / DEIG

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL E GESTÃO

ANÁLISE MATEMÁTICA I

**CONTEÚDO TEÓRICO
E
APLICAÇÕES**

Prof. Carlos A. Conceição António

Setembro 2013

PREFÁCIO

Este texto pretende ser um contributo para os estudantes de Análise Matemática do primeiro ano do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica (MIEM) e do Mestrado Integrado em Engenharia Industrial Gestão (MIEIG) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

O livro tem como objectivo apresentar o conteúdo programático da unidade curricular de Análise Matemática I focando os aspectos essenciais da matéria lecionada. Para além da exposição teórica apresentam-se exercícios de aplicação no final de cada capítulo.

Aconselha-se a leitura complementar da bibliografia indicada na respectiva Ficha da Disciplina.

Porto, FEUP, 10 de Setembro de 2013

O autor,

Carlos Alberto da Conceição António, Prof. Associado, Agregado

ÍNDICE

página

A. DIFERENCIAÇÃO EM \mathbb{R}

1.	Revisão de alguns conceitos e resultados	1
1.1	Conceito de derivada	2
1.2	Interpretação física do conceito de derivada	5
1.3	Derivação de funções compostas (regra da cadeia)	6
1.4	Derivação da função inversa	8
1.5	Teorema dos acréscimos finitos	9
1.6	Aplicações	12
2.	Noção de diferencial e regras de cálculo	17
3.	Teorema de Cauchy e regra de L'Hôpital	22
4.	Aproximação Polinomial	26
4.1	Introdução	27
4.2	Polinómio de Taylor	28
4.3	Fórmula de Taylor com Resto	31
4.4	Aplicações	33
5.	Série de Taylor como limite dos polinómios de Taylor	39
6.	Séries numéricas	45
6.1	Propriedades das séries	47
6.2	Séries telescópicas	48
6.3	Séries geométricas	48
6.4	Critérios de convergência	49
6.5	Séries alternadas	52

ÍNDICE

	página
B. INTEGRAL DE RIEMANN EM R	
7. O conceito de Integral definido	55
7.1 Motivação para a noção de integral: o conceito e cálculo de áreas	56
7.2 Definição e construção do Integral de Riemann	60
7.3 Definição de função integrável	61
7.4 Propriedades do integral definido	63
7.5 Integrabilidade das funções monótonas e limitadas	65
7.6 Cálculo do integral definido dum potência e das funções trigonométricas básicas	67
7.7 Aplicações	68
8. Cálculo de áreas e Teoremas do valor médio para integrais	69
8.1 Aplicação do integral definido ao cálculo de áreas	70
8.2 Teorema do valor médio para integrais	74
8.3 Teorema do valor médio ponderado para integrais	75
9. Teoremas Fundamentais do Cálculo	77
9.1 Integral como função do limite superior	78
9.2 Primeiro Teorema Fundamental do Cálculo	78
9.3 Demonstração do primeiro teorema baseada em argumento geométrico	81
9.4 Definição de Primitiva	82
9.5 Segundo Teorema Fundamental do Cálculo	84
9.6 Aplicações	85
10. Primitivação por substituição e por partes	87
10.1 Método de substituição para integrais	88
10.2 Método de integração por partes	90
11. Cálculo de volumes usando integrais	96
11.1 Caso geral	97

	página
11.2	Sólidos de revolução 100
11.2.1	Método das secções transversais 100
11.2.2	Método das cascas cilíndricas 103
11.3	Aplicações 105
12.	Definição de funções e cálculo de áreas usando coordenadas polares 109
12.1	Gráficos de funções em coordenadas polares 110
12.2	Cálculo de áreas usando coordenadas polares 112
12.3	Aplicações 115
13.	Outros métodos de primitivação 119
13.1	Primitivação de fracções racionais 120
13.2	Primitivação de expressões racionais trigonométricas 128
13.3	Primitivação de expressões irracionais por substituição trigonométrica 130
13.4	Primitivação usando a substituição universal 132
C. TÓPICOS ADICIONAIS	
14.	Funções hiperbólicas 134
15.	Integrais impróprios 141
15.1	Definição de integral impróprio 142
15.2	Integrais impróprios de primeira e segunda espécie 142
15.3	Aplicações 144
16.	Introdução às equações diferenciais de primeira ordem 146
16.1	Equações diferenciais de variáveis separáveis 148
16.2	Equações diferenciais lineares de primeira ordem 149
16.3	Equação de Bernoulli 152

BIBLIOGRAFIA:

- [1] Larson, R., Hostetler, R.P., Edwards, B.H.; “Cálculo”, 8ª Edição, McGraw-Hill Interamericana. ISBN: 85-86804-56-8 (vol.1), 85-86804-82-7 (vol.2).
- [2] Tom M. Apostol, “Cálculo”, Editora Reverté, Ltd. (editor), Vol.1.
- [3] Michael Spivak, "*Cálculo Infinitesimal*", Editora Reverté, S.A. (editor), Vol.1.
- [4] G.H. Edwards e D.E. Penney, “*Calculus with analytic geometry*”, Fifth Edition, Prentice Hall, New Jersey, ISBN: 0-13-736331-1