



Universidade do Porto

FEUP Faculdade de
Engenharia

DEMec / DEGI

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA E GESTÃO INDUSTRIAL

ANÁLISE MATEMÁTICA I

CONTEÚDO TEÓRICO

E

APLICAÇÕES

(edição aumentada)

Prof. Carlos A. Conceição António

Setembro 2017

PREFÁCIO

Este texto pretende ser um contributo para os estudantes de Análise Matemática do primeiro ano do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica (MIEM) e do Mestrado Integrado em Engenharia Industrial e Gestão (MIEIG) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

O livro tem como objectivo apresentar o conteúdo programático da unidade curricular de Análise Matemática I focando os aspectos essenciais da matéria lecionada. Para além da exposição teórica apresentam-se exercícios de aplicação no final de cada capítulo.

Aconselha-se a leitura complementar da bibliografia indicada na respectiva Ficha da Disciplina.

Porto, FEUP, 1 de Setembro de 2017

O autor,

Carlos Alberto da Conceição António, Prof. Associado, Agregado FEUP

ÍNDICE

página

A. DIFERENCIAÇÃO EM \mathbb{R}

1.	Revisão de alguns conceitos e resultados	1
1.1	Conceito de derivada	2
1.2	Interpretação física do conceito de derivada	5
1.3	Derivação de funções compostas (regra da cadeia)	6
1.4	Derivação da função inversa	8
1.5	Teorema dos acréscimos finitos	9
1.6	Aplicações	12
2.	Noção de diferencial e regras de cálculo	17
3.	Teorema de Cauchy e regra de L'Hôpital	22
4.	Aproximação Polinomial	26
4.1	Introdução	27
4.2	Polinómio de Taylor	28
4.3	Fórmula de Taylor com Resto	31
4.4	Aplicações	33
5.	Série de Taylor como limite dos polinómios de Taylor	39
6.	Séries numéricas	45
6.1	Propriedades das séries	47
6.2	Séries telescópicas	48
6.3	Séries geométricas	48
6.4	Critérios de convergência	49
6.5	Séries alternadas	52
6.6	Síntese e outros critérios de análise de séries	53
6.7	Aplicações sobre séries numéricas	55

ÍNDICE

	página
B. INTEGRAL DE RIEMANN EM R	
7. O conceito de Integral definido	61
7.1 Motivação para a noção de integral: o conceito e cálculo de áreas	62
7.2 Definição e construção do Integral de Riemann	66
7.3 Definição de função integrável	67
7.4 Propriedades do integral definido	69
7.5 Integrabilidade das funções monótonas e limitadas	71
7.6 Cálculo do integral definido dum potência e das funções trigonométricas básicas	73
7.7 Aplicações	74
8. Cálculo de áreas e Teoremas do valor médio para integrais	75
8.1 Aplicação do integral definido ao cálculo de áreas	76
8.2 Teorema do valor médio para integrais	80
8.3 Teorema do valor médio ponderado para integrais	81
9. Teoremas Fundamentais do Cálculo	83
9.1 Integral como função do limite superior	84
9.2 Primeiro Teorema Fundamental do Cálculo	84
9.3 Demonstração do primeiro teorema baseada em argumento geométrico	87
9.4 Definição de Primitiva	88
9.5 Segundo Teorema Fundamental do Cálculo	90
9.6 Aplicações	91
10. Primitivação por substituição e por partes	93
10.1 Método de substituição para integrais	94
10.2 Método de integração por partes	96
11. Cálculo de volumes usando integrais	102
11.1 Caso geral	103

	página	
11.2	Sólidos de revolução	106
11.2.1	Método das secções transversais	106
11.2.2	Método das cascas cilíndricas	109
11.3	Aplicações	111
12.	Definição de funções e cálculo de áreas usando coordenadas polares	115
12.1	Gráficos de funções em coordenadas polares	116
12.2	Cálculo de áreas usando coordenadas polares	118
12.3	Aplicações	121
13.	Outros métodos de primitivação	125
13.1	Primitivação de fracções racionais	126
13.2	Primitivação de expressões racionais trigonométricas	134
13.3	Primitivação de expressões irracionais por substituição trigonométrica	136
13.4	Primitivação usando a substituição universal	138
 C. TÓPICOS ADICIONAIS		
14.	Funções hiperbólicas	140
15.	Integrais impróprios	147
15.1	Definição de integral impróprio	148
15.2	Integrais impróprios de primeira e segunda espécie	148
15.3	Aplicações	150
16.	Introdução às equações diferenciais de primeira ordem	152
16.1	Equações diferenciais de variáveis separáveis	154
16.2	Equações diferenciais lineares de primeira ordem	155
16.3	Equação de Bernoulli	158

BIBLIOGRAFIA:

- [1] Larson, R., Hostetler, R.P., Edwards, B.H.; “Cálculo”, 8ª Edição, McGraw-Hill Interamericana. ISBN: 85-86804-56-8 (vol.1), 85-86804-82-7 (vol.2).
- [2] Tom M. Apostol, “Cálculo”, Editora Reverté, Ltd. (editor), Vol.1.
- [3] Michael Spivak, "*Cálculo Infinitesimal*", Editora Reverté, S.A. (editor), Vol.1.
- [4] G.H. Edwards e D.E. Penney, “*Calculus with analytic geometry*”, Fifth Edition, Prentice Hall, New Jersey, ISBN: 0-13-736331-1