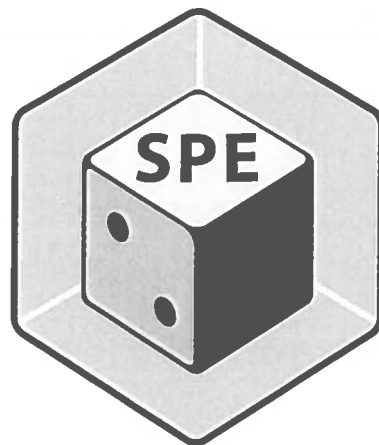


Boletim



SOCIEDADE PORTUGUESA
DE ESTATÍSTICA

Publicação semestral

primavera de 2017



Incerteza em Engenharia

Medições, erros aleatórios e o filtro de Kalman	Marco Costa	15
Testes U. M. P. não enviesados e o controlo de artigos defeituosos em Engenharia Industrial	Manuel Cabral Morais	22
Simulação de Monte Carlo na avaliação de incertezas de medição	Sandra Ramos	30
Modelação do atraso dos veículos em cruzamentos semaforizados	Maria Lurdes Simões e Paula Milheiro Oliveira	34
Regressão Linear com Variáveis Fortemente Correlacionadas	Mário Figueiredo e Robert Nowak	43
O papel das metodologias prob. e est. no melhoramento da concepção de materiais obtidos por misturas	Paula Milheiro Oliveira	50
Métodos Bayesianos para Engenharia	Giovani Loiola da Silva	56
Incerteza existe!	Dinis Duarte Pestana e Fernanda Otilia Figueiredo	61

Editorial	1
Mensagem da Presidente	3
Notícias	4
<i>Enigmística</i>	12
SPE e a Comunidade	13
Pós-Doc	70
Ciência Estatística	74
Prémio SPE 2017	77
Prémios "Estatístico Júnior 2017"	78
Bolsas para XXIII Congresso SPE	80

Informação Editorial

Endereço: Sociedade Portuguesa de Estatística.
Campo Grande. Bloco C6. Piso 4.

1749-016 Lisboa. Portugal.

Telefone: +351.217500120

e-mail: spe@fc.ul.pt

URL: <http://www.spestatistica.pt>

ISSN: 1646-5903

Depósito Legal: 249102/06

Tiragem: 500 exemplares

Execução Gráfica e Impressão: Gráfica SobreireNSE

Editor: Fernando Rosado, fernando.rosado@fc.ul.pt

Sociedade Portuguesa de Estatística desde 1980

Índice

Editorial	1
Mensagem da Presidente	3
Notícias	4
<i>Enigmística</i>	12
<i>SPE e a Comunidade</i>	13
<i>Incerteza em Engenharia</i>	
Medições, erros aleatórios e o filtro de Kalman <i>Marco Costa</i>	15
Testes uniformemente mais potentes não enviesados e o controlo de artigos defeituosos em Engenharia Industrial <i>Manuel Cabral Morais</i>	22
Simulação de Monte Carlo na avaliação de incertezas de medição <i>Sandra Ramos</i>	30
Modelação do atraso dos veículos em cruzamentos semaforizados <i>Maria Lurdes Simões e Paula Milheiro Oliveira</i>	34
Regressão Linear com Variáveis Fortemente Correlacionadas <i>Mário Figueiredo e Robert Nowak</i>	43
O papel das metodologias probabilísticas e estatísticas no melhoramento da concepção de materiais obtidos por misturas <i>Paula Milheiro Oliveira</i>	50
Métodos Bayesianos para Engenharia <i>Giovani Loiola da Silva</i>	56
Incerteza existe! <i>Dinis Duarte Pestana e Fernanda Otilia Figueiredo</i>	61
<i>Pós -Doc</i>	
<i>Paulo Canas Rodrigues</i>	70
<i>Carina Silva</i>	72
<i>Ciência Estatística</i>	
<i>Artigos Científicos</i>	74
<i>Livros e Capítulos de Livros</i>	74
<i>Teses de Mestrado</i>	75
<i>Tese de Doutoramento</i>	76
Prémio SPE 2017	77
Prémios “Estatístico Júnior 2017”	78
Bolsas para XXIII Congresso SPE	80

Incerteza existe!

Dinis Duarte Pestana, *dinis.pestana@fc.ul.pt*

*Centro de Estatística e Aplicações, Universidade de Lisboa,
Instituto de Investigação Científica Bento da Rocha Cabral*

Fernanda Otília Figueiredo, *otilia@fep.up.pt*

*Faculdade de Economia da Universidade do Porto,
Centro de Estatística e Aplicações, Universidade de Lisboa*

1 Introdução

Contou-nos a Professora Ivette Gomes que há alguns anos uma aluna que frequentava as aulas de Processos Estocásticos um dia lhe disse, no intervalo, que gostava muito das aulas, mas que achava esquisito que a Professora não tivesse a certeza dos resultados que demonstrava – muitas vezes apresentava um resultado começando por anunciar que quase certamente ...

É consensual que o termo incerteza é muito vago, difícil de definir, podendo ter significados muito diferentes consoante o contexto e área de estudo em que aparece. Mas haverá prova mais evidente de que a incerteza existe?

A convicção de que a incerteza impera neste mundo porque uma entidade irracional tudo controla (*Fortuna Imperatrix Mundi*, princípio e fim de *Carmina Burana* de Carl Orff) é quase universal. Em muitas mitologias os próprios deuses estão submetidos aos caprichosos acasos do destino. A própria Física, que no século XIX parecia um baluarte de certezas, teve que admitir o princípio da incerteza, e Max Born (que afirmou que Física teórica é Filosofia) fez afirmações lapidárias como “*I believe that ideas such as absolute certitude, absolute exactness, final truth, etc. are figments of the imagination which should not be admissible in any field of science.*” ou “*The conception of chance enters in the very first steps of scientific activity [...] I think chance is a more fundamental conception than causality.*”

2 Como Lidar com a Incerteza?

O acaso pode parecer assustador, a menos que se consiga transformar esse inimigo num aliado; os “jogos de azar” desde há muito são rendosa fonte de lucros para quem usa o acaso como aliado, e ruína para os outros. Se forem gulosos por mão de vaca com grão porventura já repararam que há nela um osso que tem quatro faces quase planas, distintas, podendo, ao ser jogado sobre uma mesa, ficar assente sobre qualquer uma dessas quatro faces – mas não com a mesma probabilidade.

Na Roma antiga faziam-se apostas sobre o resultado do lançamento de quatro astrágalos, dependendo o valor do prémio do “lance”; por exemplo o “lance de Vénus” (as quatro faces viradas para cima serem diferentes umas das outras) saía raramente, pelo que merecia uma maior recompensa.

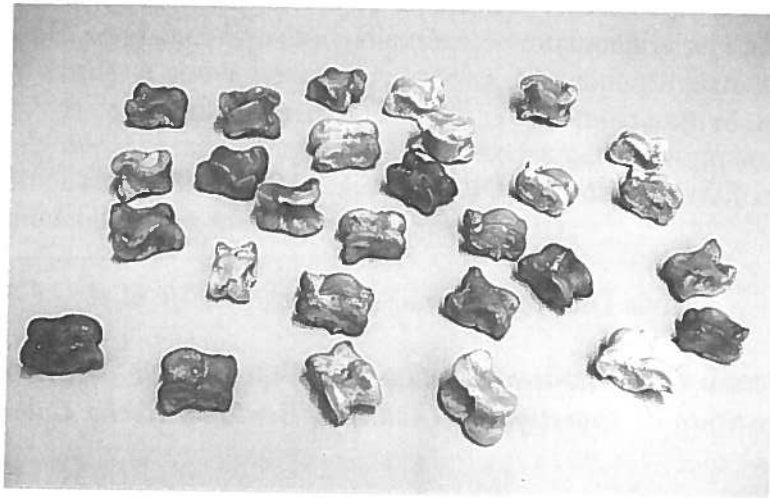


Figura 1: Astrágalos.

Assim, já na Roma antiga os conceitos de probabilidade e de valor esperado, empiricamente, influenciavam as regras dos jogos de azar.

Esses dois conceitos fundamentais, probabilidade e valor esperado, são claramente assumidos em 1654, quando Pascal e Fermat, em resposta a um desafio feito por um jogador, iniciaram a domesticação do acaso. Mas nos passos iniciais da Probabilidade (Pascal, Fermat, Huyghens, Montmort) assumia-se uma equiprobabilidade dos acontecimentos elementares que restringia a sua aplicação a situações bastante particulares como as que idealmente se esperam em jogos honestos.

J. Bernoulli tinha claramente a percepção de que esse pressuposto de equiprobabilidade é facilitador, e por isso adotou um “princípio da razão insuficiente”: se não houver razões suficientes para considerar que os acontecimentos elementares têm probabilidades distintas, é pragmático considerá-los equiprováveis. Mas por outro lado encontrou uma forma de domesticar o acaso quando não faz sentido admitir essa razão insuficiente – observou que em circunstâncias muito gerais a média empírica estabiliza, um resultado que considerava o seu “teorema de ouro”, e que foi rebatizado lei dos grandes números por Poisson, com sucesso (não teve sucesso nenhum ao batizar “lei dos pequenos números” a lei que deduziu para o limite de sucessões dicotômicas com probabilidade de sucesso evanescente assumindo estabilidade do valor esperado). A aplicação desse teorema a “provas de Bernoulli” (sucessão de experiências aleatórias independentes com resultado dicotômico, em que a probabilidade dos resultados não varia de experiência para experiência) abriu a possibilidade de usar uma “probabilidade frequencista”, cujo espectro de aplicabilidade a situações reais é vasto, e permitiu em particular o desenvolvimento inicial da Estatística, usando o paradigma do coletivo de que von Mises seria o paladino.

O teorema áureo de Bernoulli circulava na correspondência científica desde 1695, mas o seu maravilhoso tratado *Ars Conjectandi* só foi publicado postumamente em 1713 pelo seu sobrinho Nikolaus Bernoulli; entretanto já em 1710 John Arbuthnot tinha enviado uma curiosa carta à Royal Society, em que mostrava que a hipótese de equiprobabilidade dos sexos, nos humanos levaria a que a probabilidade de observação constante de mais nascimentos de rapazes do que raparigas em 72 anos de registos (como acontecia naqueles a que tinha acesso) seria apenas $0.5^{72} \approx 0.0000000000000000000000212$ (uma probabilidade muito menor do que o que Poincaré viria a chamar “moralmente impossível”). Daí concluía (com fascinantes comentários sobre a existência da Divina Providência) que aquela hipótese de equiprobabilidade deve ser rejeitada, uma apresentação pioneira de testes estatísticos, muito anterior aos ensaios de significância de Fisher, à ideia de valor- p , e aos testes de hipóteses de Neyman e de E. Pearson.

A probabilidade frequencista permitiu também os arrojados progressos feitos por Abraham de Moivre, que na edição de 1718 do seu *The Doctrine of Chances* escreveu estas palavras lapidares:

“Further, the same Arguments which explode the notion of Luck may, on the other side, be useful in some Cases to establish a due comparison between Chance and Design: We may imagine Chance and Design to be as if it were in Competition with each other, for the production of some sorts of Events, and may calculate what Probability there is, that those Events should be rather owing to one than to the other”. Assim, para Abraham de Moivre já é perfeitamente claro que acaso e necessidade se fundem nas mais diversas proporções, dando origem a padrões de probabilidade muito diversos.

Ainda na herança de J. Bernoulli, Laplace reassumiu o princípio da razão insuficiente, e o facto de escrever em francês possivelmente contribuiu para que se chamasse probabilidade Laplaciana a que se obtém como razão de casos favoráveis por casos possíveis, assumindo equiprobabilidade destes. Mas quem não ler apenas a meia dúzia inicial de páginas do seu *Essai Philosophique sur la Probabilité* percebe que a sua compreensão do acaso é muito mais vasta, devendo a probabilidade ser reavaliada tendo em conta a acumulação de informação disponível (as urnas de Laplace, são um elaborado esquema amostral em duas etapas, que exibem claramente que a probabilidade objetiva pode não ser adequada). Laplace foi também um pioneiro da inferência estatística, e no seu *Mémoire sur la probabilité des causes par les évènements* redescobre os resultados de Bayes sobre a “inversão da probabilidade” e as consequências que tem para a inferência. Esta nova concepção da probabilidade, levada ao extremo por de Finetti na afirmação de que a probabilidade é uma fêzada, e por Savage no seu *Foundations of Statistics*, alargou consideravelmente a forma como a Estatística lida com a incerteza.

3 Equiprobabilidade e Para Além

A equiprobabilidade dos acontecimentos elementares corresponde a uma incerteza máxima (entropia máxima) sobre o resultado de uma experiência aleatória, e nesse sentido o correspondente modelo de “uniformidade discreta” não é interessante para fazer escolhas e tomar decisões. No entanto, do ponto de vista metodológico, didático, e de desenvolvimento da teoria da probabilidade, esse tratamento democrático manteve uma enorme importância.

Quando no início do século XX Émile Borel consegue finalmente fazer uma construção rigorosa de probabilidade contínua, é mais uma vez à custa da equiprobabilidade: define uma variável aleatória “uniforme” padrão $U = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{X_k}{2^k}$ em que $X_k = \begin{cases} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{cases}$, independentes, enunciando o que é atualmente referido como “princípio de Borel” para definir aquela variável (detalhes em Pestana e Velosa, 2010, pp. 305-306).

Claro que esta interessante definição de uma variável contínua como acumulação infinita de variáveis dicotómicas, que na essência é a representação dos reais de $[0,1]$ na base 2, mostra claramente que é a de entropia máxima no suporte $[0,1]$. Mas as novas aquisições da Teoria da Probabilidade – nomeadamente os conceitos de variáveis e vetores aleatórios, e suas funções de distribuição – permitiram de forma rigorosa ir muito para além da equiprobabilidade, usando condicionamento e transformações de variáveis e de vetores aleatórios para aceder a padrões de probabilidade adequados para modelar a fusão de contingência e necessidade a que aludiu Abraham de Moivre.

Merece particular destaque a transformação uniformizante: denote-se U a variável aleatória uniforme padrão, seja F uma função contínua crescente de 0 para 1. Então $X = F^{-1}(U)$ é uma variável aleatória com função de distribuição F (e este resultado pode ser generalizado usando a inversa generalizada F^{\leftarrow} quando a função de distribuição F não é invertível).

Quer isto dizer que se pode partir da uniforme padrão para qualquer outro padrão de aleatoriedade, e que a uniforme padrão é uma ponte entre quaisquer dois padrões de aleatoriedade univariada

(desde que se conheça forma explícita da função de distribuição). Um resultado que foi fulcral para o desenvolvimento da Estatística Computacional e para o simulacro da realidade que é a simulação, que imita a multiplicação dos pães e dos peixes do Evangelho, pois permite fazer muito (?) de muito pouco, quando se quer usar grandes números e se tem pequenas amostras.

4 Incerteza, Metrologia, Amostragem e Controle da Qualidade

Probabilidade e valor esperado foram duas formas incipientes de lidar com o acaso, informação e entropia tornaram-se auxiliares importantes, e amostragem e planeamento de experiências tornaram-se incontornáveis, por serem instrumentos adequados para tornar o acaso nosso aliado. Só podemos abordar um número limitado de temas, e naturalmente devido aos nossos interesses e experiência elegemos Metrologia, Amostragem e Controle da Qualidade.

Começamos por completar a 2ª citação que acima fizemos de palavras de Max Born: "*The conception of chance enters in the very first steps of scientific activity in virtue of the fact that no observation is absolutely correct*". Guardamos para agora a citação mais completa, porque assim chama melhor a atenção para as medições serem essencialmente diversas das contagens, no sentido em que a sua precisão é limitada pelos instrumentos de medição e frequentemente também por erro humano, ou incúria. Qualquer medição é na sua essência imperfeita, incerta; por isso, a ciência da medição (não só como medir, como também avaliar a imprecisão das medições feitas) tornou-se parte da formação científica de cientistas e de utilizadores da Ciência e das Técnicas. Adiante referiremos alguns progressos que a Metrologia trouxe, nomeadamente ao nível da normalização. E como a incerteza existe, devemos sempre usar como regra de ouro

- controlar tudo o que for possível controlar,
- aleatorizar o que não for possível controlar, com os objetivos de equilibrar, reduzir a variabilidade, limitar esses enviesamentos,
- e o que não for possível controlar nem aleatorizar, bloquear.

São estes princípios norteadores que presidiram ao desenvolvimento da Amostragem e do Planeamento de Experiências. Em Controle da Qualidade é sobretudo Amostragem que está em jogo (por exemplo, amostragem de aceitação), sendo em geral o objetivo tomar uma decisão, sendo necessário estimar algum parâmetro com um grau de precisão adequado aos nossos objetivos. Naturalmente o problema central é a escolha de uma estratégia de amostragem adequada (em que questões muito pragmáticas como facilidade de obtenção de dados, custo, etc, estão na ordem do dia – a ponto de haver mesmo disciplinas amostrais em que se mede uma coisa que é fácil e/ou barato medir para avaliar outra que é difícil e dispendioso medir, no fundo o recurso à maravilhosa ideia da regressão, de Galton), e a conseqüente determinação da dimensão da amostra que se deve recolher para se conseguir, com uma probabilidade elevada pré-fixada, o grau de precisão desejado.

Como se referiu anteriormente, em qualquer processo de medição existe sempre alguma imprecisão no resultado, a qual pode surgir devido à falta de precisão do equipamento de medição ou à falta de calibração do mesmo, pode estar associada ao processo de medição e ambiente em que ele ocorre, às próprias características do que está a ser medido ou a outras fontes desconhecidas incluídas no processo de medição. Como avaliar e contornar esta incerteza no resultado? O primeiro passo a dar é identificar as possíveis fontes de incerteza, e só depois é possível quantificá-la, e eventualmente desenvolver métodos que incorporem a variabilidade a ela associada. Neste contexto, podemos fazer referência aos seguintes trabalhos: Stoto (1988), num estudo estatístico

efetuado sobre o envelhecimento da população, identifica possíveis fontes de incerteza e apresenta técnicas interessantes para a estimar e reportar. Em NASA (2010) podemos encontrar um conjunto de princípios e métodos para análise e gestão da incerteza em processos de medição. Lopes *et al.* (2016) descreve uma metodologia detalhada para identificação de fontes de incerteza e sua caracterização num estudo sobre medição e caracterização de incerteza em medidas de desempenho de processos.

Devido à necessidade de existir um procedimento para avaliação da incerteza em metrologia, a Sociedade Internacional de Standardização, ISO (*International Organization for Standardization*), publicou o guia GUM (*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*), o qual passou a ser utilizado a partir de 1995. Em 1999, de acordo com requisitos especificados pela ECA (*European Co-operation for Accreditation*), foi desenvolvido o programa GUM *Workbench*, o qual disponibilizou ferramentas úteis para calcular a incerteza total num processo de medição resultante da combinação das incertezas individuais das várias componentes do processo. Este procedimento envolve oito passos, descritos detalhadamente em Losinger (2004). Se tivermos em atenção a Diretiva Comunitária 2007/589/CE, a incerteza é definida como o parâmetro que caracteriza a dispersão dos valores que poderiam razoavelmente ser atribuídos ao resultado da medição de uma determinada quantidade, tendo em atenção os efeitos de fatores sistemáticos e aleatórios. Assim, a incerteza de uma medição pode exprimir-se por uma faixa de valores provavelmente próximos do valor real, representados por um intervalo do tipo "valor \pm variabilidade", ou através de um gráfico. Por exemplo, Jackson (2008) apresenta representações gráficas com sombreamento para representar a incerteza.

A incerteza impera também na área de Controle da Qualidade. O Controle Estatístico da Qualidade consiste na utilização de um conjunto de métodos com o objetivo de melhorar continuamente um produto, processo ou serviço. Este objectivo, em termos estatísticos, pode ser expresso em termos de redução de variabilidade. Muitos dos procedimentos de Controle da Qualidade estão sujeitos a diversas fontes de incerteza/variabilidade, existindo também várias ferramentas frequentemente utilizadas com o objetivo de a avaliar. Refira-se, por exemplo, os fluxogramas ou organigramas, os diagramas de causa-e-efeito e os diagramas de Pareto, que são ferramentas típicas em Controlo da Qualidade. Nestes diagramas as várias etapas do processo são enumeradas detalhadamente e as possíveis fontes de problemas em cada etapa são referidas, de modo a facilitar a identificação e correção de problemas, caso ocorram, contribuindo assim para melhorar o processo. Representações gráficas como o diagrama de dispersão, a caixa de bigodes, o diagrama de pontos e o diagrama de caule e folhas, além das medidas de dispersão, permitem também detetar possíveis erros nos dados, analisar a sua variabilidade e compará-los com valores nominais pretendidos.

Por volta de 1920-1930 Dodge e Romig, dos *Bell Laboratories*, desenvolveram a amostragem de aceitação como alternativa à inspeção a 100%, estando cientes de que esta abordagem podia induzir em erro/incerteza na tomada de decisão. A escolha do processo de seleção e dimensionamento da amostra de forma a garantir uma dada precisão para o resultado, expressam preocupações no sentido de contornar esta incerteza. A curva característica operacional associada aos planos de amostragem de aceitação permite também minimizar a incerteza na tomada de decisão, pois exprime a probabilidade de aceitação de um lote face a vários cenários possíveis no que respeita à verdadeira incidência de defeituosos nesse lote. Outros exemplos de fontes de incerteza nos resultados de amostragem e análise dos mesmos são, por exemplo, a subjetividade do analista em análises sensoriais, a falta de precisão e/ou calibração nos instrumentos de medição em análises de cromatografia, e também valores de referência mal calculados em estudos comparativos.

As cartas de controlo, a ferramenta mais popular de Controle Estatístico de Processos, são representações gráficas que permitem ver como as observações do processo ou os valores de uma estatística adequada marcados sequencialmente na carta, se afastam do valor pretendido, fixando margens de variabilidade aceitável que ajudam à tomada de decisão. A primeira carta de controlo, a carta de médias \bar{X} , surgiu com Shewhart em 1924, nos *Bell Laboratories*, para monitorizar

um processo normal, sendo os limites de controlo da carta do tipo “valor nominal do processo \pm variabilidade”. Em muitas das situações práticas as hipóteses subjacentes à implementação desta carta – dados do processo normais e valores nominais para o valor médio e desvio padrão do processo conhecidos – não são realistas. A distribuição subjacente aos dados pode exibir características bem diferentes das observadas numa normal, sendo desconhecida e difícil de estimar, o mesmo acontecendo com os valores nominais do processo. Este processo de modelação dos dados e estimação dos valores nominais do processo é obviamente uma fonte de incerteza que afeta o verdadeiro desempenho da carta de controlo. Para minimizar o efeito da incerteza induzida pela modelação dos dados tem sido proposto na literatura utilizar-se famílias de distribuições em vez de distribuições específicas, assim como a utilização de distribuições por troços de modo a permitir uma melhor modelação dos dados quer na parte central quer nas caudas, especialmente quando temos valores muito extremos nos dados em análise (veja-se, por exemplo, Azzalini (1985, 2005), Jamalizadeb *et al.* (2011) e Figueiredo e Gomes (2013)). Outra forma de contornar esta incerteza é a utilização de métodos de estimação/inferência semiparamétrica, e a implementação de cartas de controlo robustas, ou de cartas não paramétricas (veja-se, por exemplo, Chakraborti *et al.* (2004) e Chakraborti *et al.* (2011)).

No que respeita à incerteza no desempenho da carta devido à estimação dos valores nominais do processo, pode aconselhar-se a utilização de estimadores robustos, combinações lineares de estimadores, ou classes de estimadores com um parâmetro de afinamento de modo a seleccionar em cada caso o melhor estimador da classe face aos dados em estudo. A utilização de procedimentos dinâmicos de estimação de forma a permitir a actualização dos valores nominais do processo é também uma opção. Este método tem sido sugerido na determinação do valor de referência associado à implementação de uma carta CUSUM. Efetuar uma análise de sensibilidade é também bastante útil, pois os valores nominais do processo que foram fixados podem não ser os corretos. Neste contexto de implementação de cartas de controlo, o próprio processo de amostragem utilizado na recolha dos dados na fase de estimação e das amostras subsequentes consideradas na fase de monitorização propriamente dita, assim como o processo de análise dos mesmos, é também uma fonte de incerteza. Alguns detalhes sobre estas problemáticas podem ser encontrados em Huber (1964), Hampel (1971, 1974), Figueiredo e Gomes (2004), Saisana *et al.* (2005), Jensen *et al.* (2006), Chakraborti *et al.* (2009), Wu *et al.* (2009), Li and Wang (2010) e Psarakis *et al.* (2014), entre outros trabalhos.

Existe também incerteza na avaliação do desempenho e comparação de diferentes cartas, decorrente do cálculo dos erros tipo I e tipo II, ou das medidas de *performance* associadas à tomada de decisão, quando a incerteza do sistema de medição não está contemplada nestes erros ou medidas de desempenho, e não pode ser negligenciada. As regras de sequências (*runs*) usadas conjuntamente com as regras usuais de tomada de decisão numa carta de controlo permitem contornar alguma possível incerteza na tomada de decisão, ao analisarem a aleatoriedade ou não dos dados representados na carta e a existência ou não de padrões.

Na perspetiva de gestão total da qualidade, TQM (*Total Quality Management*), a função prejuízo, a função utilidade e a razão sinal/ruído são procedimentos utilizados também com o objetivo de medir a incerteza.

Mais detalhes sobre os principais procedimentos e ferramentas usuais em Controlo Estatístico da Qualidade podem ser encontrados, por exemplo, em Montgomery (2009) e Gomes *et al.* (2010).

Para concluir é de referir que a teoria dos conjuntos difusos como alternativa, ou pelo menos como complementar, à utilização de métodos estatísticos e probabilísticos, assim como a utilização de metodologias Bayesianas, têm sido abordagens frequentemente consideradas por vários autores para resolver problemas que envolvem incerteza. Entre outros trabalhos, veja-se por exemplo, Laviolette *et al.* (1995), Lira e Woger (2006) e Willink (2007).

Referências

- [1] ARBUTHNOTT, J. (1710). An argument for divine providence, taken from the constant regularity observed in the birth of both sexes. *Philosophical Transactions*, **27**, 186–90; reeditado em Kendall and Plackett (1977).
- [2] AZZALINI, A. (1985). A Class of distributions which includes the normal ones. *Scandinavian J. of Statistics*, **12**, 171–178.
- [3] AZZALINI, A. (2005). The skew-normal distribution and related multivariate families. *Scandinavian J. of Statistics*, **32**, 159–188.
- [4] BAYES, T. (1763). An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Philos. Trans. Royal Soc. London*, **53**, 370–418. Há reedição recente por Pearson, E. S., and Kendall, M. G. (1970). *Studies in the History of Statistics and Probability*, Griffin, London.
- [5] BERNOULLI, J. (1713). *Ars Conjectandi* (reedição moderna: Editions Culture et Civilisation, 1968, e tradução inglesa preparada por Bing Sung, Harvard University, Cambridge, MA, 1966).
- [6] DE MOIVRE, A. (2015). *The Doctrine of Chances*, reedição da 3ª edição de 1756, Andesite Press.
- [7] CHAKRABORTI, S., VAN DER LAAN, P. e VAN DE WIEL, M.A. (2004). A class of distribution-free control charts. *Journal of the Royal Statistical Society C – Applied Statistics*, **53**, 3, 443–462.
- [8] CHAKRABORTI, S., HUMAN, S.W. e GRAHAM, M.A. (2009). Phase I Statistical Process Control Charts: An Overview and Some Results. *Quality Engineering*, **21**, 1, 52–62.
- [9] CHAKRABORTI, S., HUMAN, S.W. e GRAHAM, M.A. (2011). Nonparametric (distribution-free) quality control charts. In N. Balakrishnan, Ed., *Methods and Applications of Statistics: Engineering, Quality Control and Physical Sciences*, 298–329.
- [10] FIGUEIREDO, F. e GOMES, M.I. (2004). The total median in Statistical Quality Control. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, **20**, 339–353.
- [11] FIGUEIREDO, F. e GOMES, M.I. (2013). The skew-normal distribution in SPC. *Revstat*, **11**, 83–104.
- [12] FINETTI, B. DE (1974). *Theory of Probability*, Wiley, New York.
- [13] GOMES, M.I., FIGUEIREDO, F. e BARÃO, M.I. (2010). *Controlo Estatístico da Qualidade*, Edições SPE, 2ª edição.
- [14] HAMPEL, F.R. (1971). A general qualitative definition of robustness. *Annals of Mathematics and Statistics*, **42**, 1887–1896.
- [15] HAMPEL, F.R. (1974). The influence curve and its role in robust estimation. *Journal of the American Statistical Society*, **69**, 383–393.
- [16] HUBER, P.J. (1964). Robust estimation of a location parameter. *Annals of Mathematics and Statistics*, **35**, 73–100.

- [17] ISO (1995). *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement – GUM*.
- [18] JACKSON, C.H. (2008). Displaying Uncertainty with Shading. *The American Statistician*, **62**, 4, 340–347.
- [19] JAMALIZADEB, A., ARABPOUR, A.R. e BALAKRISHNAN, N. (2011). A generalized skew two-piece skew normal distribution. *Statistical Papers*, **52**, 431–446.
- [20] JAYNES, E.T. (2003). *Probability Theory: The Logic of Science*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- [21] JENSEN, W.A., JONES-FARMER, L.A., CHAMP, C.W. e WOODALL, W.H. (2006). Effects of parameter estimation on control chart properties: A literature review. *Journal of Quality Technology*, **38**, 349–364.
- [22] LAPLACE, P.H.S. DE (1774). Mémoire sur la probabilité des causes par les évènements. *Mém. Acad. R. Sci. Paris (Savants Etrangers)*, **6**, 621–656; **8**, 27–65. (Tradução inglesa (S. M. Stigler) em *Statist. Sci.*, **1**, 359–378.)
- [23] LAPLACE, P.H.S. DE (1814). *Théorie Analytique des Probabilités*, 2ème ed., Mme Veuve Courcier, Paris.
- [24] LAVIOLETTE, M., SEAMAN, J.W.JR., BARRETT, J.D. e WOODALL, H.W. (1995). A Probabilistic and Statistical View of Fuzzy Methods. *Technometrics*, **37**, 3, 249–261.
- [25] LIRA, I. e WÖGER, W. (2006). Comparison between the conventional and Bayesian approaches to evaluate measurement data. *Metrologia*, **43**, S249–S259.
- [26] LI, Z. e WANG, Z. (2010). Adaptive CUSUM of the Q chart. *International Journal of Production Research*, **48**, 1287–1301.
- [27] LOPES, I.S., SOUSA, S.D. e NUNES, E. (2015). Methodology for uncertainty characterization of performance measures. *International Journal of Quality and Reliability Management*, **33**, 9, 1346–1363.
- [28] LOSINGER, W.C. (2004). A Review of the GUM Workbench. Dealing with Uncertainty: Statistics for an Aging Population. *The American Statistician*, **58**, 2, 165–167.
- [29] MONTGOMERY, D.C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control*, 6th edition. John Wiley & Sons, Inc..
- [30] NASA (2010). *NASA Measurement Quality Assurance Handbook ANNEX 3 – Measurement Uncertainty Analysis, Principles and Methods*.
- [31] PASCAL, B. e FERMAT, P. – A troca de correspondência sobre a questão do Cavalheiro de Meré encontra-se reproduzida em David, F.N. (1962). *Games, Gods and Gambling*. Griffin, London.
- [32] PESTANA, D.D. e VELOSA, S. (2010). *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, 4ª edição revista, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.
- [33] PIERRE, H. M. (1713). *Essai d'Analyse des Jeux de Hazard* (existe edição moderna acessível, Chelsea, New York, 1980, ou Editions Jacques Gabay, Paris).
- [34] PSARAKIS, S., VYNIYOU, A.K. e CASTAGLIOLA, P. (2014). Some recent developments on the effects of parameter estimation on control charts. *Quality and Reliability Engineering International*, **30**, 1113–1129.

- [35] SAISANA, M., SALTELLI, A. e TARANTOLA, S. (2005). Uncertainty and Sensitivity Analysis Techniques as Tools for the Quality Assessment of Composite Indicators. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A*, **168**, 2, 307–323.
- [36] STOTO, M.A. (1988). Dealing with Uncertainty: Statistics for an Aging Population. *The American Statistician*, **42**, 2, 103–110.
- [37] VON MISES, R. (1981). *Probability, Statistics and Truth*, Dover, New York.
- [38] WILLINK, R. (2006). On the uncertainty of the mean of digitized measurements. *Metrologia*, **44**, 73–81.
- [39] WU, Z., JIAO, J., YANG, M., LIU, Y. e WANG, Z. (2009). An enhanced adaptive CUSUM control chart. *IIE Transactions*, **41**, 642–653.

