

# MODELAÇÃO MATEMÁTICA EM CIÊNCIA JURÍDICA

PEDRO COSME DA COSTA VIEIRA (\*)

**SUMÁRIO:** A aplicação do método científico aos “estudos da natureza” induziu nestes um desenvolvimento exponencial. Para imitar esse sucesso, os outros ramos de conhecimento têm feito um esforço na sua transformação em ciência. No presente trabalho vamos apresentar, de forma sucinta, como a modelação matemática pode tornar científico o estudo do aparecimento, evolução e pertinência das “leis comuns” e das instituições judiciais que regulam as relações entre os indivíduos e a sociedade e, desta forma, mostrar como os “estudos jurídicos” se transformaram na Ciência Jurídica.

**Palavras Chave** — *Economics of Law*; Ciência Jurídica; Modelos de Comportamento Humano; Maximização da Utilidade

## 1. INTRODUÇÃO

A aplicação do método científico aos “estudos da natureza” proporcionou, em pouco mais de dois séculos, um desenvolvimento que não tinha sido conseguido com a meditação filosófica em mais de três milhares de anos. E isto porque, na perspectiva *popperiano*, as teorias utilizadas pela ciência na explicação das relações de causa-efeito entre as variáveis estudadas são verificáveis e passíveis de serem postas em causa por qualquer indivíduo. Desta forma, o método científico funciona como uma linguagem que permite a difusão das teorias, tornando possível que uns pensadores fundamentem novas teorias com base noutras já anteriormente formuladas por outros pensadores. É esta forma interrelacionada de pesquisar o conhecimento que tem permitido o seu desenvolvimento exponencial.

---

(\*) Faculdade de Economia do Porto.

Sendo que inicialmente o método científico apenas seria de aplicar nos ramos de conhecimento onde fosse possível a experimentação controlada, tem havido por parte dos outros ramos do conhecimento, um esforço de transformação em ciência de forma a imitar o sucesso das “ciências experimentais”.

Neste caminho de evolução, os estudos judiciais não ficam de fora, sendo a Ciência Jurídica cada vez mais uma realidade, que, utilizando como ponto de partida a modelação matemática do comportamento humano, estuda o aparecimento, evolução e pertinência das “leis comuns” e das instituições judiciais que garantem a imposição da leis e que regulam as relações entre os indivíduos e a sociedade.

## 2. A ORIGEM DO COMPORTAMENTO HUMANO

Sendo aceite que o Homem resulta de um longo processo evolutivo *darwiniano* de mutação aleatória e selecção, então possui estratégias comportamentais que procuram a maximização de uma função de ajustamento ao meio ambiente. Dessas estratégias de optimização resultam regras de comportamento para o indivíduo se ajustar às restrições impostas pelo meio ambiente que vão evoluindo por um processo de criação aleatória e selecção ou por um processo racional de procura de soluções (ver, por exemplo, Posner, 1980).

Assim sendo, todo o estudo do comportamento humano pode ser enquadrado na Ciência Económica pois esta é “a ciência que estuda a escolha humana num mundo em que os recursos são escassos em relação às necessidades humanas, assumido que o homem é maximizador e actua no melhor do seu interesse individual” <sup>(1)</sup>, Coase (1978). Desta forma, faz todo o sentido considerar as leis, as penas e os mecanismos de imposição da lei integrados num processo de afectação de recursos, como proposto por, de entre outros, Becker (1968), Easterbrook (1983) e Posner (1987). Neste processo de afectação de recursos, por um lado, cada indivíduo actua racionalmente comparando, em termos esperados, o benefício de ter uma conduta ilícita, liquido do “custo” da pena a cumprir no caso de ser descoberto e condenado por ter essa conduta ilícita, com o benefício de uma conduta lícita, e, por outro lado, a sociedade actua racionalmente, comparando os

---

(1) Tradução do autor.

custos sociais que as acções ilícitas causam com os custos de um mecanismo que evite que essas acções ilícitas ocorram, Stigler (1970).

### 3. A ORIGEM DOS CONFLITOS NA SOCIEDADE

Quando o indivíduo  $a$  realiza uma acção que o faz ter um ganho,  $G_a$ , causa em simultâneo uma externalidade, prejuízo, ao indivíduo  $b$ ,  $P_b$ . Assim, o ganho líquido em termos de sociedade,  $GS$ , virá dado pela diferença entre o ganho de  $a$  e a perda de  $b$ :  $GS = G_a - P_b$ .

Apesar de se poderem considerar como socialmente aceitáveis todas as acções em que o ganho social seja não negativo, como o comportamento óptimo do indivíduo  $b$  “prejudicado” é utilizar recursos para que o indivíduo  $a$  “beneficiado” não leve a cabo a acção pretendida, então, desta estratégia de anulação surgem custos sociais sem contrapartida. Formalizemos num modelo matemático simples este conflito social.

Sendo que o indivíduo  $a$  tem disponível um território com dimensão “económica”  $A$ , captando os recursos nele gerados  $Y = f(A, N_a)$  se despende o esforço  $N_a$ , o que lhe proporciona um nível de bem-estar, utilidade, igual a  $U(Y, N_a)$ , crescente com  $Y$  e decrescente com  $N_a$ . O indivíduo optimizador escolhe uma intensidade de esforço,  $N_a^*$ , de forma a maximizar o seu bem-estar, que denominamos por  $V(A)$ , que é crescente com a dimensão “económica” do seu território:

$$V(A) = \underset{N_a}{\text{Max}} U[f(A, N_a), N_a] \quad (1)$$

Se o indivíduo  $a$  tiver como vizinho o indivíduo  $b$ , que tem disponível um território com dimensão “económica”  $B$ , se o primeiro expandir o seu território à custa do território do vizinho em  $d$  unidades, então melhora o seu bem-estar porque a sua utilidade passa a ser  $V(A + d)$  que é maior que  $V(A)$ . No entanto, o segundo indivíduo piora, passando a ter utilidade  $V(B - d)$  que é menor que  $V(B)$ . Em termos sociais, temos um variação  $GS(d) = [V(A + d) - V(A)] + [V(B) - V(B - d)]$  que traduz o “ganho” social de o indivíduo  $a$  se apropriar da parte  $d$  do território do indivíduo  $b$ .

Em termos de limite, quando a dimensão  $d$  é infinitesimal, o ganho de bem-estar do primeiro e a perda do segundo é igual à derivada da função de bem-estar,  $V(A)'$  e  $V(B)'$ , respectivamente, e o ganho social infinitesimal virá  $GS' = V(A)' - V(B)'$  que é nulo no ponto de óptimo social pelo que nesse ponto se observa a igualdade  $V(A)' = V(B)'$ .

A grandeza  $V(A)'$  representa os recursos que o indivíduo  $a$  vai afectar, por um lado, na tentativa de “conquistar” território ao indivíduo  $b$  e, outro tanto, na defesa do seu território dos “ataques” do indivíduo  $b$ .

Assim sendo, nesta sociedade “sem lei”, os indivíduos vão afectar recursos a “atacar” o vizinho e a “defenderem-se” deste, sem conseguirem ganho algum pois as acções anulam-se, causando, pelo contrário, uma diminuição no bem-estar de ambos nas seguintes quantidades, respectivamente:

$$\begin{aligned} V(A| \text{ Existe vizinho } b) &= V(A) - 2 V(A)' \\ V(B| \text{ Existe vizinho } a) &= V(B) - 2 V(B)' \end{aligned} \quad (2)$$

A perda social pela não existência de sistema legal que resolva o conflito de interesses entre os dois vizinhos virá igual a  $2 [V(A)' + V(B)']$ .

Existirão outras razões que motivarão uma perda social por não haver um sistema legal, como, por exemplo, existirem dificuldades no aproveitamento do ganho resultante da divisão do trabalho,  $f(A + B, N_a^* + N_b^*) > f(A, N_a^*) + f(B, N_b^*)$ .

#### 4. ANÁLISE CUSTO – BENEFÍCIO DO SISTEMA JUDICIAL

Como formalizamos no ponto anterior, numa sociedade quando o comportamento de uns prejudica os outros, são afectados recursos privados sem haver benefício algum. Então, será de o colectivo de indivíduos que a sociedade representa criar um mecanismo que, penalizando uns e beneficiando outros, arbitre esses conflitos mas tendo em atenção que esse mecanismo tem que ter um custo inferior aos ganhos sociais que induz, Becker (1968).

No quadro seguinte apresentamos uma lista dos recursos despendidos na implementação da lei em Portugal pelo erário público (em tribunais cartórios e prisões) e pelos privados (em advogados, solicitadores e no cumprimento das penas) no ano de 1998, a partir de dados obtido no Ministério da Justiça (1999) a que acrescentamos estimativas de custos unitários mensais nossas, considerando 14 meses por ano, e que um euro vale 200.482 escudos. A estimativa dos custos apresentada é feita por defeito porque existem muitos itens cujo custo seria de considerar, quer despendido pelos privados, como por exemplo, o custo em alarmes, portas blindadas, gradeamentos, cães de guarda, seguranças privados, sistemas de

vigilância electrónica, e os custos derivados das dificuldades causadas na circulação de pessoas e bens e perdas de bem-estar em resultado da retracção do comportamento, quer despendidas pelo erário público, como por exemplo, o custo do aparelho legislativo, de gabinetes técnicos, das autarquias locais, etc.

**Quadro 1 — Estimativa da Despesa em Meios de Imposição da Lei e Perdas dos Presos**

Meios de Imposição da Lei	Indivíduos	Euros/mês	10 <sup>6</sup> Euros
Magistrado judiciais	1324	5000	93
Magistrados do M.P.	982	5000	69
Funcionários de justiça	7605	2500	266
Notários	756	5000	53
Oficiais	4382	2500	153
Advogados	16440	2500	575
Solicitadores	1936	1500	41
Judiciária + PSP + GNR	45523	1750	1115
Funcionários Prisionais	5166	1750	127
TOTAL dos Meios	84114		2492
Perdas dos Presos	14880	1500	312
TOTAL de Meios + Penas			2804

Por outro lado, apresentamos dados do Ministério da Justiça (1999) para o anos de 1998 sobre o total de processos crime e cíveis entrados nos tribunais, o que é uma estimativa, por defeito, do total de violações à lei.

**Quadro 2 — Total de processos entrados nos tribunais no ano de 1998**

Categoria	Por Magistrado	10 <sup>3</sup> Processos
Magistrado judiciais	552	731
Magistrados do M.P.	539	529
Total Criminal e Cível		1260

Podemos ainda retirar dos quadros 1 e 2 uma estimativa de 2225 euros para o custo de cada “violação à lei” processada pelo sistema judicial no ano de 1998.

Sendo que o sistema judicial tem por fim garantir a eficiência social, deve criar um quadro de leis que proíba certos comportamentos e que permita aos indivíduos a gestão dos conflitos. No caso das leis proibicionistas, será ainda necessário associar uma pena a aplicar a cada violação da lei e uma compensação a quem sofrer as consequências nefastas dessa violação, a pagar pelo violador ou pelo erário público.

#### 4.1. Formalização da análise de Custo-Benefício

Seja que a sociedade criou um quadro de leis que denominamos por apenas Lei. Para fazer cumprir a Lei por parte de todos os indivíduos, a sociedade vai aplicar recursos na sua imposição. Assim, existe uma certa quantidade de polícias, de juizes e funcionários, de capital em instalações e outros meios que vamos referir por *Polícia*, *Tribunais*, *Instalações* e *Outros*, respectivamente, que traduz, no agregado, um nível de esforço público na aplicação da Lei,  $A = f(\text{Polícias}, \text{Tribunais}, \text{Instalações}, \text{Outros})$  cujo custo é  $C_A(A)$ , crescente com o nível de esforço público  $A$  empregue.

Associado ao sistema de imposição da Lei existe uma percentagem de falhas que traduz a impossibilidade de serem detectados todos os ilícitos, de descobrir sempre quem praticou um dado ilícito e pela possibilidade de ser condenada uma pessoa inocente.

Dada um nível de esforço  $A$ , a probabilidade de um ilícito particular ser descoberto de um total de  $O$  ilícitos cometidos e condenada a pessoa que o praticou virá dada por  $P_{bem}(A, O)$ , crescente com  $A$  e decrescente com  $O$ , enquanto que a probabilidade de ser condenada uma pessoa inocente virá dada por  $P_{mal}(A, O)$ , decrescente com  $A$  e crescente com  $O$ . Em termos estatísticos  $(1 - P_{bem})$  traduz o “erro tipo um” e  $P_{mal}$  traduz o “erro tipo dois”.

O comportamento de um indivíduo quanto à prática de ilícitos será condicionado pela probabilidade de ser descoberto e condenado e pela pena que lhe será, nesse caso, aplicada. No entanto, a possibilidade de uma pessoa inocente ser erradamente condenada e de o cumprimento da pena poder causar um prejuízo para a sociedade, faz com que não seja possível nem desejável reduzir a quantidade de ilícitos a zero.

Sendo que existem  $O$  violações à lei, o que causa, por um lado, para os violadores da lei um ganho  $G(O)$  do qual tem que ser descontado o custo esperado  $C_l(O)$  em meios para cometer as violações e em cumprimento de penas, e, por outro lado, para as vítimas um prejuízo  $P(O)$  a que se acresce um custo  $C_i(O)$  do sistema judicial em meios para descobrir, levar os vio-

ladores à justiça, condena-los e aplicar a pena. Desta forma, quantifica-se o “ganho” social causado pelo nível de ilícitos  $O$  somando o ganho líquido dos violadores com o prejuízo total das vítimas e com o custo do sistema judicial, obtendo-se um valor agregado que denominamos por  $GS(O)$  e que é decrescente com  $O$ :

$$GS(O) = [G(O) - C_f(O)] - [P(O) + C_t(O)] \quad (3)$$

As penas aplicadas ao “condenado”, seja ele inocente ou não, implicarão como custo para o indivíduo  $C_{ind}(Pena)$  por não poder trabalhar enquanto está preso, pela vergonha de ser condenado, pela perda de credibilidade, *etc.*, e um custo para o sociedade de  $C_{soc}(Pena)$  por serem necessários guardas prisionais, haver perda de receita fiscal, ser necessário dar subsídios às famílias pobres dos presos para compensar as perdas de rendimento, *etc.* No caso de outras *Penas* que não de prisão, também haverá custos para os indivíduos como, por exemplo, o valor da multa.

Apesar de na literatura não ser considerado o custo para a sociedade de uma pessoa inocente ser condenada, na soma dos custos teremos que pesar esse custo considerando, por exemplo, que em termos esperados, uma pena aplicada a uma pessoa inocente causa um dano cem vezes superior ao que causaria se a pessoa fosse culpada.

Em termos formais, o comportamento individual será condicionado pelo sistema judicial de forma que, no agregado, a quantidade  $O$  de ofensas à Lei virá dado em função das probabilidades de condenação,  $P_{bem}$  e  $P_{mal}$ , dos custos que as penas causam aos condenados,  $C_{ind}$ , e de um termo aleatório,  $u$ . Dada a relação entre estas grandezas, obtemos que a quantidade de ofensas apenas é dependente do nível de esforço público na aplicação da Lei e das penas aplicadas aos condenados:

$$O = O(P_{bem}, P_{mal}, C_{ind}, u) = O(A, Penas, u) \quad (4)$$

Somando todos os custos e proveitos, obtemos o ganho social da Lei, em termos esperados, que vem em função do nível “tolerado” de ilícitos, do nível de esforço público na aplicação da Lei e das penas aplicadas aos condenados:

$$GS_{lei} = E[GS - C_A - (C_{ind} + C_{soc})(P_{bem} + 100 P_{mal})] = GS_{lei}(O, A, Pena) \quad (5)$$

Sendo que, como já referimos, a Lei tem por finalidade aumentar a eficiência da sociedade, o nível “tolerado” de ilícitos, o esforço aplicado na descoberta e condenação dos violadores da Lei e as penas aplicadas aos condenados, virão como solução do seguinte problema de otimização:

$$\{O^*, A^*, Pena^*: GS_{lei}(O^*, A^*, Pena^*) \text{ é máximo}\} \quad (6)$$

Sendo que a Ciência Jurídica é positiva, permitindo o estudo da razão da existência da Lei e das instituições que garantem a sua imposição, também é normativa, apontando em que sentido esta deve evoluir. De uma análise do modelo formal que apresentamos neste ponto, podemos conjecturar uma ganho de eficiência social se o sistema judicial evoluir no seguinte sentido:

- 1) Não deve haver leis a proibir comportamentos cuja imposição tenha um custo social maior que o prejuízo social que esses comportamentos causam.
- 2) Sempre que possível e tendo em atenção a sua eficácia, as penas devem ter o mínimo custo possível. Assim, por serem as mais custosas, devem ser consideradas penas alternativas às “penas de prisão”, como, por exemplo, a aplicação de multas, a imposição de trabalho comunitário ou o acompanhamento do indivíduo por técnicos de acção sociais.
- 3) Devem ser dados incentivos a quem colaborar na “descoberta de verdade”, por exemplo, diminuindo a pena se o condenado tiver colaborado com a justiça e atribuindo compensações às testemunhas (tendo o cuidado de não serem criados incentivos ao perjúrio).
- 4) Finalmente, quando o comportamento se reduzir a questões sem prejuízo grave para a sociedade, deve ser deixado às partes a resolução da disputa, facultando a sociedade os meios que facilitem a sua resolução.

## 5. RESOLUÇÃO DE DISPUTAS

No ponto anterior, assumimos que a criação da Lei e o esforço na identificação e condenação dos violadores dessa Lei é despendido pela sociedade. No entanto, quando dos comportamentos antagónicos dos indivíduos



não resulta um “ganho” social negativo por o ganho de um ser maior ou igual à perda do outro, ou quando a criação e imposição de uma lei a proibir esse comportamentos é muito custosa, é socialmente mais eficiente criar apenas leis que regulem as relações entre as partes e que sejam estas a invocar e pedir que as mesmas sejam aplicadas. Denominemos esses interesses antagónicos por Disputas.

### 5.1. Formalização da Disputa de Priest e Klein (1984)

Existem diversos factores que caracterizam uma Disputa, como sejam, a matéria de facto, os meios de prova, o direito e jurisprudência aplicáveis, os juizes intervenientes, e outras variáveis. Esses factores caracterizadores da Disputa, que se representam em termos genéricos pelo vector  $X$ , permitem que seja construída uma medida  $Y$ , que se assume como objectiva, que quantifica o seu mérito,  $Y = H(X)$ .

O Autor ganha, e o Réu perde, sempre que o mérito  $Y$  da Disputa for igual ou superior a um determinado valor limite  $Y^*$ ,  $Y \geq Y^*$ .

Apesar de o mérito  $Y$  ser, por pressuposto, objectivo, a sua quantificação não pode ser feita pelas partes de forma exacta porque o conhecimento que cada uma delas tem dos factores  $X$  é assimétrico e imperfeito.

Formalizando, para o Autor o mérito da Disputa vale  $\hat{Y}_A = Y + \varepsilon_A$  enquanto que para o Réu vale antes  $\hat{Y}_R = Y + \varepsilon_R$ . Como estamos em presença de agentes racionais que não cometem erros sistemáticos, ambos os estimadores do mérito da Disputa são cêntricos,  $E[\varepsilon_A] = E[\varepsilon_R] = 0$ .

Dado que as partes têm um conhecimento imperfeito e diferente dos factores, haverá duas estimativas para a probabilidade de que o Autor ganhe a Disputa, uma considerada pelo próprio Autor e outro pelo Réu:

$$\begin{aligned} P_A &= P(Y \geq Y^* \mid \hat{Y}_R) = P(\varepsilon_R < \hat{Y}_R - Y^*) \\ P_R &= P(Y \geq Y^* \mid \hat{Y}_R) = P(\varepsilon_R < \hat{Y}_R - Y^*) \end{aligned} \quad (7)$$

O Autor, se ganhar a disputa, recebe o quantitativo  $J$  e tem como custas judiciais e despesas  $C_{AG}$ , tendo como ganho líquido  $(J - C_{AG})$ . No entanto, se a perder, não recebe nada e tem como custas judiciais e despesas  $C_{AP}$ . Assim sendo, para o Autor, o valor esperado da disputa vem dado por  $V_A = P_A (J - C_{AG}) - (1 - P_A) C_{AP}$ . Por outro lado, o Réu, se perder a disputa, tem um prejuízo de  $(J - C_{RG})$  e se a ganhar tem um prejuízo  $C_{RP}$ . Assim, para o Réu, o prejuízo esperado da disputa é  $V_R = P_R (J + C_{RG}) + (1 - P_R) C_{RP}$ .

Sendo que, se houver acordo, o Autor e o Réu têm custas judiciais e despesas de  $C_{AA}$  e  $C_{RA}$ , respectivamente, com agentes neutros ao risco, o Autor aceita um acordo se receber pelo menos  $V_A + C_{AA}$  e o Réu aceita um acordo se pagar no máximo  $V_R - C_{RA}$ . Para que as partes cheguem a acordo será então necessário que  $V_A + C_{AA} \geq V_R - C_{RA}$ :

$$P_A (J - C_{AG}) - (1 - P_A) C_{AP} + C_{AA} \geq P_R (J + C_{RG}) + (1 - P_R) C_{RP} - C_{RA} \quad (8)$$

Lê-se nesta expressão que serão factores que favorecem a celebração de um acordo, o Autor ser pessimista e o Réu ser optimista, *i.e.*,  $P_A < P_R$ , e que as despesas quando há acordo sejam inferiores às despesas quando não há, *i.e.*,  $C_{AA} + C_{RA}$  menor que  $C_{AG} + C_{RG}$  e que  $C_{AP} + C_{RP}$ .

Sendo que um julgamento tem um custo elevado quer para a sociedade quer para os indivíduos, será de conjecturar um ganho de eficiência social se o sistema judicial evoluir no seguinte sentido:

- 1) Incentivar a que as partes troquem a informação que têm disponível.
- 2) O “Tribunal” pronunciar-se nas várias fases do processo sobre o mérito da Disputa.
- 3) Diminuir as despesas das partes quando chegam a acordo.

## 6. CONCLUSÃO

No presente trabalho apresentamos modelos matemáticos que formalizam os “estudos jurídicos”, transformando-os em Ciência Jurídica cujo objecto de estudo é a procura de uma justificação para a forma como a sociedade actua na resolução dos conflitos que surgem quando o comportamento optimizador de um indivíduo prejudica o colectivo. Só assim, é possível justificar, no sentido positivo, a existência da Lei, das Penas e das instituições que garantem a imposição da Lei, sem invocar justificações baseadas na “lei e justiça reveladas”.

Igualmente importante, a formalização matemática também permite, em termos normativos, prever em que sentido deve evoluir o sistema judicial para aumentar a eficiência social em resposta à constante alteração social.

Trabalho importante para se poderem utilizar os modelos matemáticos na condução das políticas judiciárias é obter estudos empírico que quantifiquem a eficácia das diversas políticas na sociabilização dos indivíduos.

Assim, torna-se necessário quantificar quanto as diversas penas alternativas condicionam o comportamento dos indivíduos, qual a pertinência de cada leis no aumento do bem-estar social e que nível de conflictualidade social é tolerável pelos indivíduos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Stigler, George J. (1970), "The Optimum Enforcement of Laws", *Journal of Political Economics*, Vol. 78, pp. 526-36.
- Becker, Gary S. (1968), "Crime and Punishment: An Economic Approach", *Journal of Political Economics*, Vol. 76, pp. 169-217.
- Easterbrook, Frank H. (1983), "Criminal Procedure as a Market System", *Journal of Legal Studies*, Vol. 12, pp. 289-332.
- Ministério da Justiça (1999), *Justiça em Números*, Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Justiça.
- Coase, Ronald (1978), "Economics and Contiguous Disciplines", *Journal of Legal Studies*, Vol. 7, pp. 201-11.
- Coase, Ronald (1960), "The Problem of Social Cost", *Journal of Law and Economics*, Vol. 3, pp. 1-44.
- Priest, George L. e Benjamin Klein (1984), "The Selection of Disputes for Litigation", *Journal of Legal Studies*, Vol. 13, pp. 1-55.
- Posner, Richard A. (1987), "The Law and Economics Movement", *American Economic Review*, Vol. 77, pp. 1-13.
- Posner, Richard A. (1987), "A Theory of Primitive Society, with Special Reference to Law", *Journal of Law and Economics*, Vol. 23, pp. 1-53.