

A CORRECÇÃO DE DENTADO EM RODAS CILÍNDRICAS DE ENGRENAGENS EXTERIORES REDUTORAS E MULTIPLICADORAS

José António dos Santos Almacinha *

Jorge Humberto Oliveira Seabra **

CETRIB - Unidade de Tribologia e Manutenção Industrial

DEMEGI - Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial

FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Rua dos Bragas - 4099 Porto codex - Portugal

RESUMO:

Uma correcção de dentado, com uma escolha criteriosa dos desvios a impor às rodas de uma engrenagem, com dentes de perfil em evolvente de círculo, pode modificar muito favoravelmente características importantes do engrenamento ou permitir o seu funcionamento com um entre-eixo diferente do normal, imposto por razões construtivas.

Neste texto, após uma breve referência à geometria do dentado com perfil em evolvente de círculo e a algumas das características fundamentais de um engrenamento, apresentam-se, de forma sucinta, alguns dos sistemas de correcção de dentado mais difundidos e que fornecem soluções satisfatórias em problemas correntes.

Finalmente, apresentam-se alguns exemplos de aplicação dos sistemas expostos, de modo a permitir constatar as suas vantagens e inconvenientes.

* Assistente - DEMEGI - FEUP.

* * Professor Auxiliar - DEMEGI - FEUP.

NOMENCLATURA

- a** - Entre-eixo normal
- a'** - Entre-eixo de funcionamento
- b** - Largura do dentado
- c** - Folga no fundo do dente
- d** - Diâmetro primitivo de corte
- d_a** - Diâmetro da cabeça (addendum)
- d_b** - Diâmetro de base ($d \cos \alpha_t$)
- d_f** - Diâmetro do pé (dedendum)
- e₀** - Intervalo entre dentes do buril ($e_0 = e_n$ - intervalo normal)
- e_t** - Intervalo aparente entre dentes ($e_n / \cos \beta$)
- g_{s1}, g_{s2}** - Escorregamentos específicos no pinhão e na roda
- h** - Altura do dente
- h_a** - Altura da cabeça do dente
- h_{ao}** - Altura da cabeça do dente da ferramenta de corte
- h_f** - Altura do pé do dente
- m₀=m_n** - Módulo do buril = módulo normal
- m_t** - Módulo aparente (transversal) ($m_n / \cos \beta$)
- p₀=p_n** - Passo primitivo de corte = passo primitivo normal
- p_{bt}** - Passo de base aparente ($p_t \cos \alpha_t$)
- p_t** - Passo primitivo aparente ($p_n / \cos \beta$)
- s₀** - Espessura do dente do buril ($s_0 = s_n$ espessura normal do dente)
- s_{an}** - Espessura normal da cabeça do dente
- s_t** - Espessura aparente do dente ($s_n / \cos \beta$)
- u** - Razão de engrenamento
- v** - Velocidade linear
- v_g** - Velocidade de escorregamento
- x** - Coeficiente de desvio (desvio)
- z** - Número de dentes
- z'** - Número de dentes mínimo para evitar a interferência de corte
- z_v** - Número de dentes virtuais ($z / \cos^3 \beta$)
- F_t** - Carga nominal tangencial transmitida sobre o primitivo
- K** - Factor de alteração da cabeça dos dentes
- W_k** - Cota tangencial sobre k dentes
- α₀=α_n** - Ângulo de pressão de corte = Ângulo de pressão normal
- α_t** - Ângulo de pressão aparente ($\tan \alpha_t = \tan \alpha_n / \cos \beta$)
- α'_t** - Ângulo de pressão aparente de funcionamento
- β** - Ângulo de hélice primitiva
- ε_α** - Razão de condução aparente
- ε_β** - Razão de condução complementar (de recobrimento) ($b \tan \beta / (\pi m_t)$)
- ε_γ** - Razão de condução total
- ρ_{a0}** - Raio de concordância da ponta da cabeça da ferramenta
- σ_H** - Pressão superficial
- ω** - Velocidade angular
- inv α** - Involuta de α ($\tan \alpha - \alpha$)
- indice1** - para quantidades associadas à menor roda da engrenagem (PINHÃO)
- indice2** - para quantidades associadas à maior roda da engrenagem (RODA)

INTRODUÇÃO

Em teoria, os dentes das rodas dentadas podem apresentar multiplas formas e perfis. As curvas consideradas mais apropriadas para a execução dos flancos dos dentes são: a cicloide, a epicicloide, a hipocicloide, a pericicloide e a evolvente de círculo.

As quatro primeiras curvas são, teoricamente, mais exactas, apresentando as engrenagens nelas baseadas um atrito entre dentes e um desgaste muito pequenos. No entanto, a necessidade da existência de um entre-eixo de funcionamento rigorosamente igual à distância entre eixos normal, para que o engrenamento se faça de forma correcta, levaram ao desinteresse da sua utilização na esmagadora maioria das aplicações industriais. Actualmente, a sua utilização cinge-se a certas engrenagens de relojoaria, alguns mecanismos muito pequenos, compressor Root e pouco mais [1,2].

Em contrapartida, o dentado em evolvente de círculo tem a vantagem de permitir um funcionamento perfeito mesmo quando a distância entre eixos varia dentro de certos limites. G. Grant, no seu "Tratado de Engrenagens" (1890), mostrou as vantagens do perfil em evolvente comparativamente ao cicloidal [3].

As primeiras rodas com perfil em evolvente eram sempre concebidas para funcionar, tal como as cicloidais, com um entre-eixo normal. Este tipo de engrenagens continua a ser recomendado para sistemas mecânicos correntes, cuja principal característica seja a necessidade de intermutabilidade.

No entanto, a utilização de engrenagens de dentado normal é cada vez mais restrita, sendo a maioria das rodas dentadas projectada para responder eficazmente aos requisitos de cada aplicação particular. O projectista de uma engrenagem tem uma razoável flexibilidade na escolha dos valores das distâncias entre eixos, espessuras dos dentes e diâmetros dos corpos das rodas. A única restrição que deve, normalmente, ser aceite é a de as rodas serem talhadas recorrendo apenas a ferramentas normalizadas.

As engrenagens que funcionam, por exemplo, com uma distância entre eixos não normal, diferem em vários aspectos das concebidas para operarem com um entre-eixo normal. A principal vantagem das engrenagens de perfil em evolvente de círculo é a possibilidade da talhagem de rodas com dentes de perfil não normal, designadas por rodas de dentado corrigido, com ferramentas normalizadas.

1 - A GEOMETRIA DO DENTADO COM PERFIL EM EVOLVENTE DE CÍRCULO

1.1 - O Dentado Normal

A figura 1.1 define os elementos geométricos da cremalheira de corte normalizada e do dentado, no caso particular de $\beta = 0$ (dentado recto), de rodas para engrenagens cilíndricas de mecânica geral e mecânica grosseira [2, 4, 5].

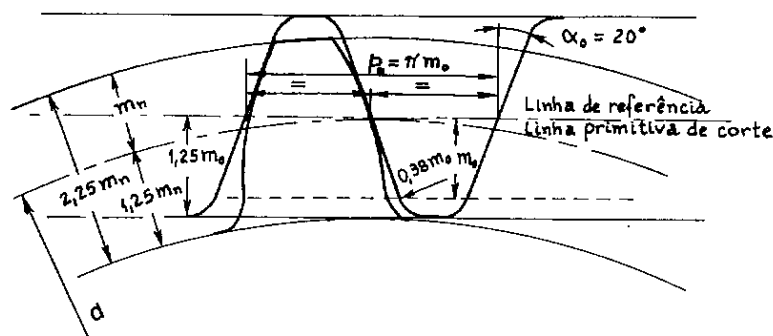


Figura 1.1 - Elementos geométricos da cremalheira de corte normalizada e do dentado normal.

Um dentado normalizado diz-se normal quando, durante a sua geração, a linha primitiva de talhagem (corte) da cremalheira de corte coincide com a sua linha de referência, que é o lugar geométrico em que as espessuras dos dentes s_0 e os respectivos intervalos e_0 são iguais a metade do passo primitivo p_0 , isto é, $s_0 = e_0 = \pi m_0 / 2$.

1.2 - Dentado Corrigido

Um dentado normalizado diz-se corrigido, quando a linha primitiva de talhagem da cremalheira de corte não coincide com a sua linha de referência. Uma análise efectuada num plano perpendicular ao eixo da roda (secção transversal), para possibilitar um tratamento unificado dos dentados recto e helicoidal, permite verificar que, no primitivo de talhagem, $s_t \neq e_t$, como mostra a figura 1.2

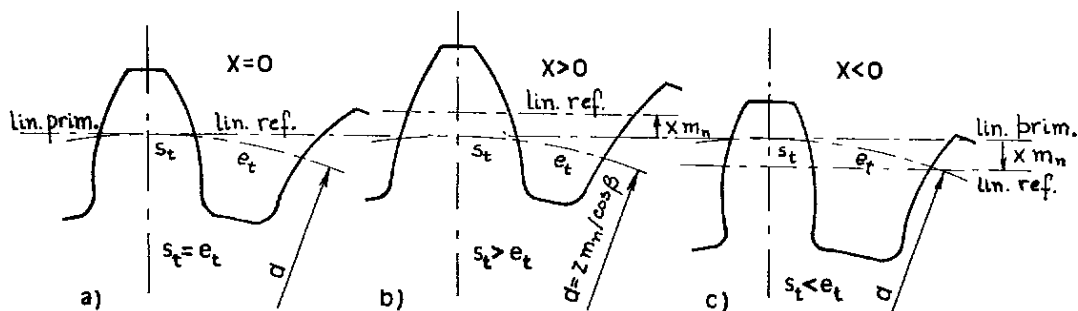


Figura 1.2 - Comparação entre dentados: a) Dentado normal ($x = 0$); b) Dentado corrigido positivamente ($x > 0$); c) Dentado corrigido negativamente ($x < 0$).

As noções de linha e diâmetro primitivo de corte são essencialmente cinemáticas, estando ligadas à condição de rolamento sem escorregamento entre a ferramenta de corte e a roda a talhar, o que implica a igualdade de arcos percorridos, nos dois corpos, pelo ponto de

contacto, figura 1.3. O diâmetro primitivo de corte é um valor bem definido, fundamentalmente imposto pelo módulo do buril e expresso por,

$$d = z m_n / \cos \beta \quad (1.1)$$

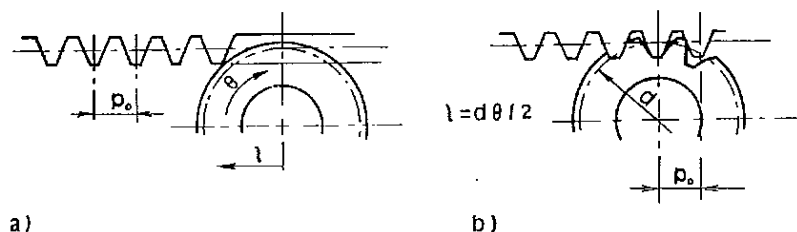


Figura 1.3 - Movimento de geração do dentado em evolvente de círculo.

A correcção do perfil dos dentes em evolvente de círculo pode ser obtida através de qualquer processo de geração por cremalheira de corte, fresa-mãe ou buril-pinhão.

A soma dos raios primitivos de corte das duas rodas de uma engrenagem define o entre-eixo normal

$$a = (z_1 + z_2) m_n / (2 \cos \beta) \quad (1.2)$$

Quando o entre-eixo de funcionamento de uma engrenagem é igual ao seu entre-eixo normal, os círculos primitivos de funcionamento confundem-se com os círculos primitivos de corte. Naturalmente que, para ter um funcionamento correcto com entre-eixo normal, as espessuras s_{t1} e s_{t2} dos dentes das duas rodas, nos primitivos de corte, devem satisfazer a relação $s_{t1} + s_{t2} = \pi m_t$. Sempre que $s_{t1} + s_{t2} \neq \pi m_t$, o entre-eixo de funcionamento deverá ser diferente do entre-eixo normal.

Assim, se as duas rodas de uma engrenagem são de dentado normal, o seu entre-eixo será normal. Se as rodas tiverem dentado corrigido, podem ocorrer duas situações:

- O entre-eixo de funcionamento é igual ao entre-eixo normal - correcção de dentado sem variação de entre-eixo;
- O entre-eixo de funcionamento é diferente do entre-eixo normal - correcção de dentado com variação de entre-eixo.

A modificação (correcção) do perfil dos dentes em evolvente de círculo obtidos por geração através da variação do posicionamento radial da ferramenta de corte, corresponde a alterar o entre-eixo de funcionamento da operação de corte.

As fresas de forma só são usadas para talhar engrenagens que vão operar com um entre-eixo normal. Estas fresas são concebidas de modo a que a espessura dos dentes no primitivo seja igual a metade do passo circular, com uma pequena redução de modo a permitir a existência de uma folga de engrenamento, designada na literatura inglesa por "backlash" [3].

Por convenção, considera-se que a correcção do dentado é positiva quando a linha de referência da cremalheira de corte é exterior ao círculo primitivo de corte da roda, e negativa no caso contrário, figura 1.2.

A distância entre estas duas linhas designa-se por desvio ou correcção absoluta e é expressa em milímetros. O quociente desta grandeza pelo módulo do buril m_0 designa-se por desvio, correcção relativa ou coeficiente de desvio x .

1.3 - Correcção de dentado sem variação de entre-eixo

O funcionamento de uma engrenagem com entre-eixo normal obriga a que a soma dos desvios impostos às duas rodas deva ser nula.

$$x_1 + x_2 = 0 \quad (1.3)$$

Na tabela 1.1, resumem-se as características dos dentes de uma engrenagem corrigidos nestas condições, comparativamente ao dentado normal. A justificação para a atribuição de um desvio positivo ao pinhão e negativo à roda pode ser encontrada nas secções seguintes.

Dentado normal	Dentado corrigido ($x_1 + x_2 = 0$)	
Pinhão e Roda	Pinhão	Roda
$h_a = m_n$	$h_a = m_n + x_1 m_n$	$h_a = m_n - x_2 m_n$
$h_f = 1.25 m_n$	$h_f = 1.25 m_n - x_1 m_n$	$h_f = 1.25 m_n + x_2 m_n$
$h = 2.25 m_n$	$h = 2.25 m_n$	$h = 2.25 m_n$
$a' = a = (z_1 + z_2) m_n / (2 \cos \beta)$	$a' = a = (z_1 + z_2) m_n / (2 \cos \beta)$	
$\alpha'_t = \alpha_t$	$\alpha'_t = \alpha_t$	

Tabela 1.1

A espessura dos dentes medida nos círculos primitivos de corte, na sua secção transversal, está modificada de uma quantidade $2 \times m_n \tan \alpha_t$.

A variação da espessura, medida numa secção normal do dente segundo a direcção normal ao perfil, ou seja, a variação da espessura sobre o círculo de base, vem expressa por $2 \times m_n \sin \alpha_n$, o que vai influenciar a cota nominal de controlo tangencial sobre k dentes W_k .

em que, $q = (\operatorname{inv} \alpha)^{2/3}$;

o entre-eixo de funcionamento vem expresso por:

$$a' = a \cos \alpha_t / \cos \alpha'_t \quad (1.6)$$

Quando se aproximam as duas rodas de modo a funcionarem com um entre-eixo a' , a folga normalizada no fundo dos dentes $c = 0.25 m_n$ diminui, a menos que se diminua a altura do dente de uma quantidade,

$$K = (B - B_v / \cos \beta) (z_1 + z_2) / 2 \quad (1.7)$$

em que:

$$B = 2 (x_1 + x_2) / (z_1 + z_2) \quad (1.8)$$

e

$$B_v = (\cos \alpha_t / \cos \alpha'_t) - 1 \quad (1.9)$$

Na tabela 1.2, resumem-se as modificações nas proporções do dentado devidas às correcções dos dentes do pinhão e da roda. Os valores de x_1 e x_2 devem ser considerados nestas expressões algebricamente.

Dentado corrigido (Pinhão e Roda : $x_1 + x_2 \neq 0$) $c/ i=1,2$	
$h_{ai} = m_n + x_i m_n - K m_n$	$s_{ti} = m_t (\pi / 2 + 2 x_i \tan \alpha_n)$
$h_{fi} = 1.25 m_n - x_i m_n$	$e_{ti} = m_t (\pi / 2 - 2 x_i \tan \alpha_n)$
$d_{ai} = m_n (z_i / \cos \beta + 2 + 2 x_i - 2 K)$	$a' \neq a$
$d_{fi} = m_n (z_i / \cos \beta - 2.5 + 2 x_i)$	$\alpha'_t \neq \alpha_t$

Tabela 1.2

Convém referir que uma das características mais aliciantes do perfil em evolvente de círculo é a possibilidade da existência de um entre-eixo de funcionamento diferente do entre-eixo normal, com a conseqüente alteração dos diâmetros primitivos de funcionamento, não alterar a razão de engrenamento da engrenagem, já que os diâmetros de base d_b , noção cinemática intrínseca de cada uma das rodas não sofrem alteração.

$$z_2 / z_1 = \omega_1 / \omega_2 = d_{b2} / d_{b1} \quad (1.10)$$

As considerações tecidas acerca dos desvios x_1 e x_2 de uma engrenagem, ao longo deste texto, são feitas com base nos seus valores nominais, que possibilitam um engrenamento teórico com uma folga entre dentes nula. A especificação das respectivas tolerâncias associadas à qualidade de fabrico pretendida e dos desvios necessários à fixação dos valores

limite máximo e mínimo da folga de engrenamento, imprescindível ao real funcionamento de uma engrenagem, bem como a referência aos respectivos meios de verificação, serão objecto de uma abordagem em trabalho posterior.

2 - CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS AO FUNCIONAMENTO DE UMA ENGRENAGEM

2.1 - Razão de Condução

Chama-se razão de condução (aparente, no caso do dentado helicoidal) ϵ_α ao quociente do comprimento de engrenamento AB pelo passo de base p_{bt} representados na figura 2.1:

$$\epsilon_\alpha = AB / p_{bt} \quad (2.1)$$

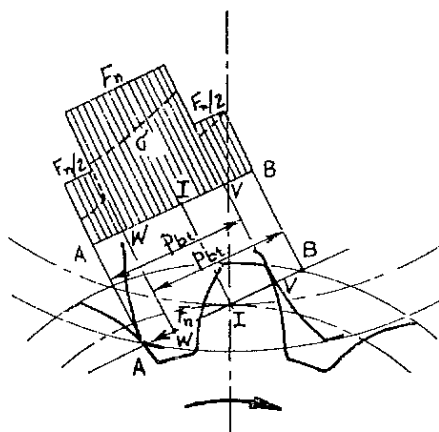


Figura 2.1 - Engrenagem em que $1 < \epsilon_\alpha < 2$.

Uma razão de condução grande proporciona um engrenamento mais suave e uma maior capacidade de carga. ϵ_α deve ser sempre maior do que 1.0. A norma NF E 23-013 [6], indica que a razão de condução deve ser sempre igual ou superior a 1.3 (se $z_2 / z_1 > 5$, $\epsilon_\alpha = 1.2$ é aceitável).

Se $\epsilon_\alpha < 1.0$, o par de rodas engrena com choque. Quando $1.0 \leq \epsilon_\alpha < 2.0$, erros de passo circular e de perfil do dente podem ainda originar o aparecimento de choques. Mas se $2.0 \leq \epsilon_\alpha < 3.0$, esta possibilidade diminui.

Com um ângulo de pressão de 20° , ϵ_α nunca é superior a 2.0, valor que pode ser obtido com $\alpha_0 = 15^\circ$ (no entanto, este ângulo é desfavorável para outras características importantes da engrenagem) [7].

Relativamente à capacidade de carga de uma engrenagem, constata-se que o ponto mais esforçado de um dente ao longo da linha de engrenamento, o ponto V, (onde, na secção transversal, o número de pares de dentes em contacto passa de um para dois, quando, por

exemplo, $1.0 < \varepsilon_\alpha < 2.0$, figura 2.1), deve estar o mais próximo possível do ponto I (tangência dos círculos primitivos). O Método ISO de determinação da resistência à rotura dos dentes considera, para efeitos de cálculo, uma carga nominal tangencial F_t transmitida sobre o diâmetro primitivo de corte, na secção transversal, multiplicada pelo factor $0.25+0.75 / \varepsilon_\alpha$, o que demonstra o interesse em aumentar ε_α [8,9].

Para além do recurso à correcção do dentado, a razão de condução pode ser aumentada através dos seguintes processos:

- a) Alteração das proporções do dentado, em particular, aumentando a altura da cabeça do dente. Só por si não é utilizada, por razões de resistência da base do dente, mas conjugada com uma modificação de perfil, dá origem aos designados 'dentes altos' que podem permitir a obtenção de valores de ε_α maiores do que 2.0.
- b) Diminuição do ângulo de pressão, permitindo aumentar o comprimento de engrenamento.
- c) Aumento isolado, ou simultâneo, de z_1 e z_2 , mantendo os diâmetros primitivos constantes. O passo de base diminui, apesar da consequente diminuição do módulo provocar uma diminuição, embora menos significativa, do comprimento AB.
- d) Recurso ao dentado helicoidal. O aproveitamento da razão complementar ε_β , resultante da linha de contacto dos dentes não ser paralela aos eixos da engrenagem, permite obter uma razão de condução total ε_γ superior à razão de condução aparente ε_α . Para utilizar com proveito uma engrenagem helicoidal, ε_β deve ser superior a 1.0. O aumento de ε_β é função do aumento da largura b , limitada por considerações de resistência e desgaste, e de β limitado pelo aumento da componente axial da força transmitida pela engrenagem.

2.2 - Escorregamentos específicos

Como se pode observar na figura 2.2, os escorregamentos específicos num ponto M de contacto de dois perfis conjugados resultam das razões entre a velocidade de escorregamento dos perfis aparentes e a velocidade de cada perfil na direcção da tangente comum nesse ponto, sendo definidos por:

$$g_{s1,M} = (v_{r1} - v_{r2}) / v_{r1} \quad g_{s2,M} = (v_{r1} - v_{r2}) / v_{r2} \quad (2.2)$$

Esta característica é um factor preponderante no desgaste dos dentes. Constata-se [2, 4], que estes escorregamentos estão muito desequilibrados no pinhão e na roda. A figura 2.3 mostra que o escorregamento específico atinge um valor muito importante no pé do pinhão e um valor muito mais baixo no pé da roda.

Existem métodos de correcção de dentado que permitem equilibrar os escorregamentos específicos nos pontos limite de engrenamento, com evidente benefício no comportamento ao

desgaste da engrenagem. Para tal, basta determinar os desvios que permitam equilibrar, em valor absoluto, a igualdade entre $g_{s1,B}$ e $g_{s2,A}$:

$$(\omega_2 T_2 B - \omega_1 T_1 B) / (\omega_1 T_1 B) = (\omega_1 T_1 A - \omega_2 T_2 A) / (\omega_2 T_2 A) \quad (2.3)$$

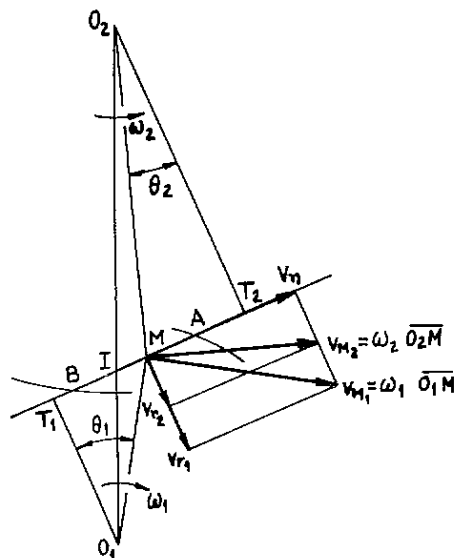


Figura 2.2 - Velocidades num ponto do engrenamento.

2.3 - Gripagem

Numa engrenagem, as condições combinadas de pressão superficial e de velocidade de escorregamento podem tornar-se propícias ao desenvolvimento de uma temperatura de contacto muito elevada, suficiente para provocar a rotura do filme de óleo, produzindo-se assim um contacto metal / metal, aumentando a probabilidade de ocorrência de uma avaria de gripagem. A gripagem manifesta-se então por meio de arrancamentos de metal, na direcção do escorregamento entre dentes. Almen introduziu o produto $\sigma_H v_g$ (factor de Almen) para quantificar este efeito.

Henriot demonstrou [2,4,7] que, equilibrar os escorregamentos específicos nos pontos extremos do engrenamento equivale a igualar os factores de Almen nesses mesmos pontos e, conseqüentemente, fazer baixar o seu valor máximo, figura 2.3.

A igualdade dos escorregamentos específicos e dos factores de Almen em A e B, pressupõe a utilização do mesmo material para o pinhão e a roda. Esta situação ocorre geralmente em aplicações importantes da indústria automóvel, aviação, máquinas-ferramenta, etc.

No entanto, em mecânica geral é frequente a construção do pinhão ser feita num material um pouco mais resistente do que o da roda. A utilização do procedimento em questão sobredimensiona o pinhão em termos de escorregamentos específicos. Tal situação é

vantajosa, pois neste tipo de aplicações a utilização de diferentes materiais prende-se com a existência de razões de engrenamento importantes, e só por si, normalmente, não melhora muito a resistência do pinhão à rotura e ao desgaste.

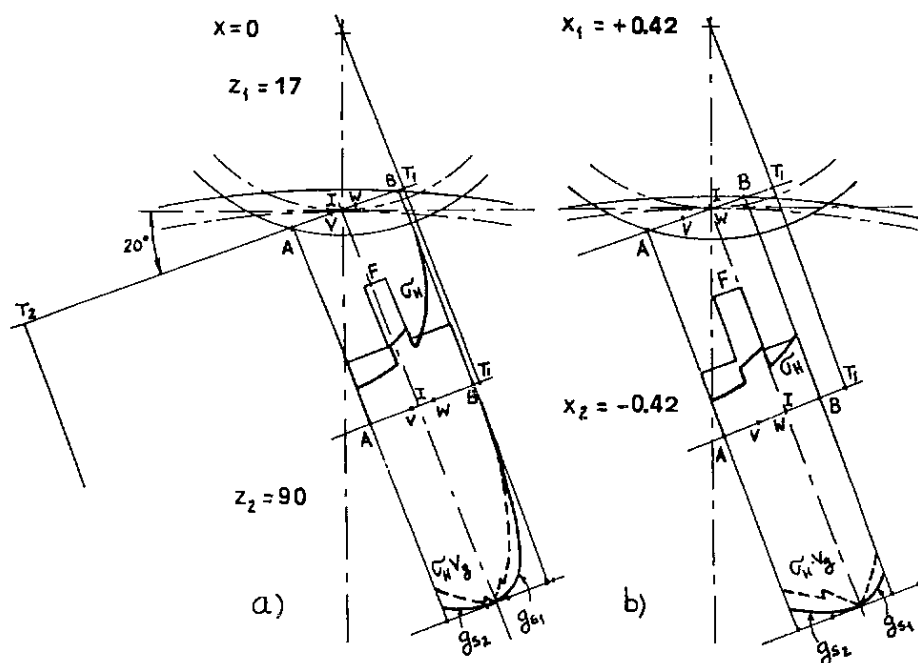


Figura 2.3 - Variação dos escorregamentos específicos, factor de Almen, pressão superficial e carga transmitida. a) Dentado normal. b) Dentado corrigido.

Henriot afirma que, apesar dos factores de Almen terem visto baixar o seu nível de aceitação, devido à sua simplicidade, a sua utilização na determinação do patamar de gripagem em aplicações bem específicas é de grande utilidade, propondo mesmo alguns valores limite para $\sigma_H v_g$, [2].

2.4 - Capacidade de carga da engrenagem

A capacidade de carga à pressão superficial (ligada às avarias de "pitting") e à rotura (tensão na base dos dentes) melhoram com o aumento da soma dos desvios. A espessura na base dos dentes aumenta e a espessura normal da cabeça diminui, mantendo constante a altura dos dentes. Um valor demasiado elevado de x pode levar mesmo ao aparecimento de um dente pontiagudo e encurtado.

A espessura normal da cabeça dos dentes não deve ser nunca inferior a $0.2 m_n$. As referências [2,6,10] fornecem indicações mais pormenorizadas sobre este tema.

2.5 - Folga no fundo dos dentes

Sempre que o entre-eixo de funcionamento é diferente do entre-eixo normal, a manutenção da folga normalizada no fundo dos dentes ($c = 0.25 m_n$), figura 1.4, implica uma redução K da altura da sua cabeça, obtida através da expressão (1.7).

Uma diminuição exagerada da folga c , associada a somas de números de dentes pequenas ou a pequenos módulos, pode provocar a ocorrência de fenómenos nefastos durante o funcionamento da engrenagem, tais como: interferência, compressão do lubrificante, etc. G. Henriot [7] afirma que, por exemplo, para um módulo $m_n = 1$ mm, uma folga de 0.25 mm é bem necessária.

No entanto, para módulos de valor mais significativo, é possível permitir uma redução da folga c até um valor de $0.10 m_n$ (excepcionalmente $0.05 m_n$) [6,10]. Este procedimento permite aumentar a altura do dente e, conseqüentemente, melhorar a razão de condução aparente da engrenagem.

3 - UTILIZAÇÃO DA CORRECÇÃO DE DENTADO NA MELHORIA DAS CARACTERÍSTICAS DE FUNCIONAMENTO DAS ENGRENAGENS

3.1 - Introdução

Desde que em 1889, Lasche demonstrou empiricamente o interesse da correcção do dentado para a duração de vida das engrenagens dos carros eléctricos, vários estudos geométricos, cinemáticos e dinâmicos de engrenagens permitiram verificar a importância da correcção de dentado relativamente a todas as suas características.

Atendendo a que certas características fundamentais a considerar no funcionamento de uma engrenagem são contraditórias, não se pode pretender determinar condições normalizadas de correcção de dentado que sejam as melhores em todas as aplicações.

Assim, por exemplo, nas engrenagens de uma turbina a trabalhar a velocidade elevada, em que o silêncio de funcionamento é fundamental, a razão de condução tem uma grande importância. Para além do aumento do seu número de dentes, a utilização de um ângulo de pressão mais baixo que o normal e uma altura de dentes maior do que a altura normalizada contribuem positivamente para o tipo de funcionamento pretendido. Por outro lado, analisando as engrenagens de um laminador, em que o problema do ruído é secundário, constata-se que aquelas condições de funcionamento são desfavoráveis, já que a sua velocidade é baixa e a sua resistência à rotura é a característica fundamental.

Não é pois possível estabelecer um sistema de correcção aplicável em todas as situações, mas apenas desenvolver sistemas que fornecem soluções satisfatórias em problemas correntes.

Niemann e Winter enumeraram todos os sistemas de dentado que sucederam ao sistema de dentado normal de Willis (1841) com um ângulo de pressão de $14^{\circ} 30'$.

A sociedade Maag (Suíça) foi a primeira a tornar comum o emprego de um sistema de correcção racional. Maag desenvolveu um sistema de correcção de dentado com variação de entre-eixo, para $\alpha_0 = 15^{\circ}$.

O dentado Stub ($\alpha_0 = 20^{\circ}$, $h_a = 0.8 m_0$), normalizado em 1932 (ASA. B.6.1 - 1932), permitiu baixar o número de dentes limite mínimo sem interferência, mas as suas qualidades globais revelaram-se insuficientes.

As normas DIN 867 a 870 estabeleceram um sistema com h_a normal, $\alpha_0 = 20^{\circ}$ e correcção de dentado permitindo evitar as interferências.

Mais tarde, a BSS 436 - 1940 estabeleceu um sistema que propunha uma correcção de dentado com variação de entre-eixo, quando a soma do número de dentes da engrenagem era menor do que 60 e uma correcção de dentado sem variação de entre-eixo quando essa soma era igual ou superior a 60, [7].

Neste texto, apresentam-se, sucintamente, alguns dos sistemas de correcção de dentado mais difundidos, fazendo-se uma breve referência às suas vantagens e inconvenientes que serão explicitados com os exemplos numéricos que se seguirão.

3.2 - Correcção de Dentado sem Entre-eixo Imposto

3.2.1 - Sistema de Correcção tendo em conta a Eliminação da Interferência de Corte

A primeira utilização do dentado corrigido está ligada à luta contra as questões da interferência. Durante muito tempo, este problema foi evitado graças ao emprego de dentes 'baixos' (tipo Stub ou Fellows), actualmente abandonados apesar da sua boa resistência à flexão, pois provocam uma diminuição grande da razão de condução, característica muito importante nas engrenagens modernas.

O número de dentes mínimo z' de um pinhão talhado, por cremalheira ou fresa-mãe, sem interferência é expresso por:

$$z' = 2 ((h_{a0} - p_{a0} (1 - \sin \alpha_0)) / m_0) \cos \beta / \sin^2 \alpha_t \quad (3.1)$$

Em engrenagens de dentado recto e com uma cremalheira de altura activa unitária, z' toma os seguintes valores: 17 ($\alpha_0=20^{\circ}$), 22 ($\alpha_0=17^{\circ} 30'$), 30 ($\alpha_0=15^{\circ}$). Assim, sempre que z_1 ou z_2 são menores do que z' , tem-se:

a) Se $z_1 + z_2 < 2 z'$ - correcção com variação de entre-eixo.

$$\begin{aligned} x_1 &= (z' - z_1) / z' \\ x_2 &= (z' - z_2) / z' \end{aligned} \quad (3.2)$$

b) Se $z_1 + z_2 \geq 2 z'$ - correcção sem variação de entre-eixo.

$$\begin{aligned} x_1 &= (z' - z_1) / z' \\ x_2 &= -x_1 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Este sistema, permitindo a eliminação da interferência de corte, constituía a base do antigo sistema DIN 870. No entanto, a sua utilização não é mais aconselhável, por não contemplar a correcção do desequilíbrio, em termos de escorregamentos específicos e de pressões superficiais, existente nos pontos extremos da linha de engrenamento, que condiciona a resistência ao desgaste das rodas da engrenagem [2]. Os desvios calculados por este sistema devem ser considerados apenas como valores mínimos.

3.2.2 - Sistema proposto pelo Secretariado da ISO / TC60 - Engrenagens

Este sistema, proposto pelo secretariado da ISO / TC60 - Engrenagens, presidido por H. Deby, esteve na origem dos trabalhos de normalização dos desvios (1954) que levaram à elaboração do relatório técnico ISO/TR 4467 - 1982 [10].

O dentado helicoidal conduz a condições de interferência menos severas do que o dentado recto, já que o ângulo de pressão aparente é mais elevado do que o ângulo de pressão da ferramenta de corte, o que afasta os pontos de interferência T_1 e T_2 do ponto primitivo (figura 2.3). Isto permite afirmar que as condições de escorregamento específico, de pressão superficial e do factor de gripagem melhoram sobretudo na zona do pé do pinhão. Assim, uma determinada Σz , com dentado helicoidal, necessita de menores desvios do que igual soma de dentes rectos. A consideração de números de dentes virtuais z_v revela-se uma regra prática suficiente para permitir uma abordagem unificada das engrenagens cilíndricas.

a) Se $z_{v1} \geq 30$ - dentado normal.

b) Se $z_{v1} + z_{v2} \geq 60$ - correcção sem variação de entre-eixo.

$$x_1 = 0.03 (30 - z_{v1}) \quad (3.4)$$

$$x_2 = -x_1$$

c) Se $z_{v1} + z_{v2} < 60$ - correcção com variação de entre-eixo.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0.03 (30 - z_{v1}) \\
 x_2 &= 0.03 (30 - z_{v2})
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

mas, quando $\Sigma z_v < 30$, $(x_1 + x_2) \leq + 0.90$. No entanto, o relatório ISO/TR 4467 elevou, posteriormente, o valor limite superior recomendado para 1.0. Para valores de z_v demasiado pequenos ou relativamente elevados, os valores calculados de x_1 e x_2 afastam-se ligeiramente dos valores preconizados pelo documento citado.

Este sistema é particularmente simples e dá bons resultados quando aplicado a problemas de Mecânica Geral [7], apesar do relatório técnico ISO/TR 4467 vir alterar pontualmente alguns deles.

3.2.3 - Sistema de Correção de Henriot

O sistema proposto por G. Henriot [4], foi estabelecido com base nos seguintes princípios:

- Equilibragem dos escorregamentos específicos máximos, $g_{s1,B}$ e $g_{s2,A}$, no pinhão e na roda;
- Equilibragem dos factores de Almen $\sigma_H v_g$ nas extremidades da linha de engrenamento.

Este sistema de correção, normalmente apresentado em ábacos como o da figura 3.1, para z_{v1} e $z_{v2} \geq 10$ e $\alpha_0 = 20^\circ$, pode também ser implementado num algoritmo de resolução numérica.

a) Se $z_{v1} + z_{v2} \geq 60$ - correção sem variação de entre-eixo.

$x_1 = - x_2$, de modo a equilibrar g_{s1} e g_{s2} em B e A.

b) Se $z_{v1} + z_{v2} < 60$ - correção com variação de entre-eixo.

$x_1 \neq x_2$, de modo a equilibrar g_{s1} e g_{s2} em B e A, conservando a folga normal ($c=0.25 m_n$) no fundo dos dentes.

A especificação de $\Sigma z_v=60$, como valor limite inferior para a aplicação de uma correção de dentado sem variação de entre-eixo, permite que o valor máximo dos escorregamentos específicos não seja superior a 3.0, mesmo para uma engrenagem com um pinhão de número de dentes pequeno, a menos da zona em que z_{v1} e z_{v2} são simultaneamente muito pequenos.

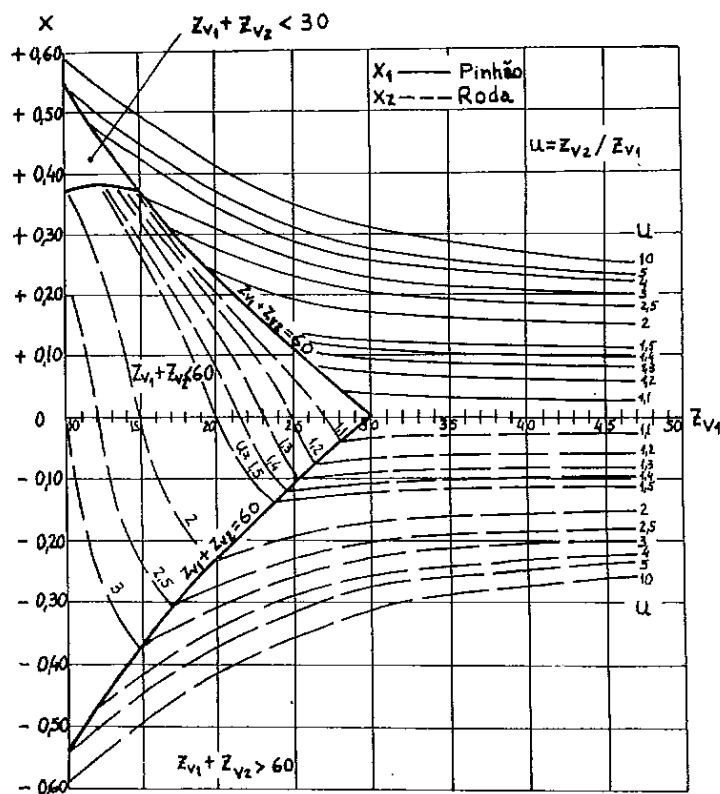


Figura 3.1 - Sistema de correcção de Henriot.

Este tipo de correcção leva a um aumento do ângulo de pressão de funcionamento e a uma diminuição da altura da cabeça dos dentes para manter a folga no fundo dos dentes, dois factores que tendem a diminuir a razão de condução, cujo valor é já baixo para somas de dentes pequenas.

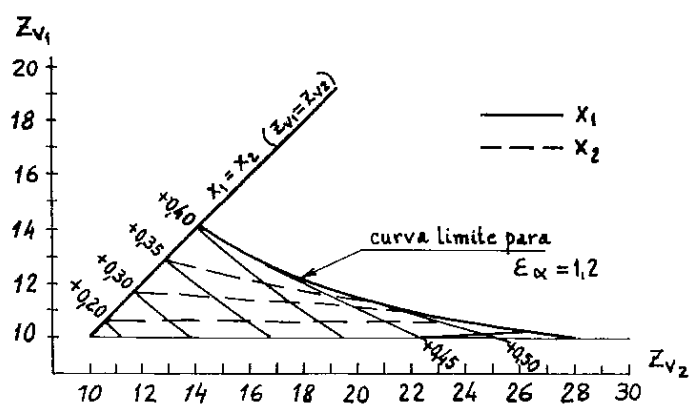


Figura 3.2 - Sistema de correcção de Henriot para $\Sigma z_v < 30$.

Impondo que ε_α deve ser sempre maior ou igual a 1,2, torna-se necessário modificar os valores dos desvios quando $z_{v1} + z_{v2} < 30$, figura 3.2. Nos ábacos referidos, a igualdade da resistência à rotura do pinhão e da roda foi contemplada.

3.3 - Correção de Dentado com Entre-eixo Imposto.

Na prática, há casos em que uma engrenagem é obrigada a trabalhar com um entre-eixo diferente do normal, em geral por razões construtivas. Tal situação aparece com frequência em caixas de velocidades e em trens epicicloidais. Nas caixas, por exemplo, cada mecanismo elementar deve assegurar diferentes razões de transmissão que, por vezes, não podem ser satisfeitas de forma a que as somas dos números de dentes das suas diferentes engrenagens, com igual módulo, sejam todas iguais. Trata-se, portanto, de situações em que o entre-eixo de funcionamento é diferente do normal.

Conhecido a' , pode determinar-se α'_t , através da expressão (1.6) e em seguida obter a soma dos desvios $x_1 + x_2$ recorrendo a (1.5).

O valor desta soma deve ser verificado recorrendo ao relatório técnico ISO/TR 4467 que fornece soluções adequadas para engrenagens de mecânica geral, com $\alpha_n = 20^\circ$, $z_v \geq 6$ e Σz_v sempre ≥ 20 e de preferência ≥ 24 .

A figura 3.3 fornece os limites convencionais e recomendados de $x_1 + x_2$ e zonas para casos especiais em que uma verificação das condições de funcionamento da engrenagem se torna necessária. A diferença entre o entre-eixo de funcionamento e o entre-eixo normal fica assim limitada.

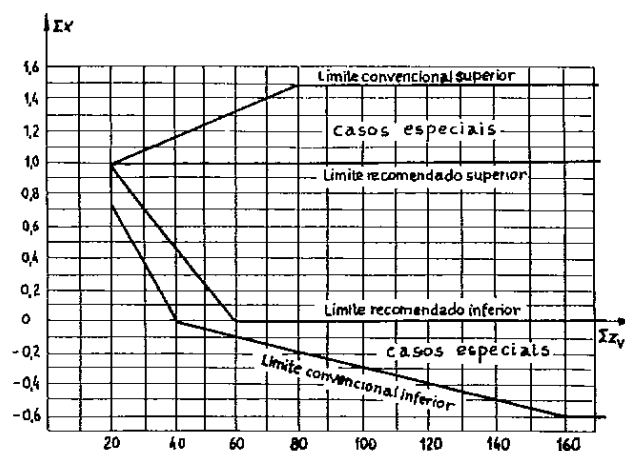


Figura 3.3 - Limites convencionais e recomendados de Σx e zonas para casos especiais.

Por sua vez, a norma NF E 23-013 [6], especifica, de acordo com a experiência dos técnicos franceses, a influência dos desvios sobre certas características da engrenagem, como se pode observar na figura 3.4. O aumento de Σx corresponde a um aumento da capacidade de carga à rotura e qualquer diminuição implica um aumento da razão de condução. No entanto, fora dos limites convencionais, a determinação dos desvios necessita de um estudo especial.

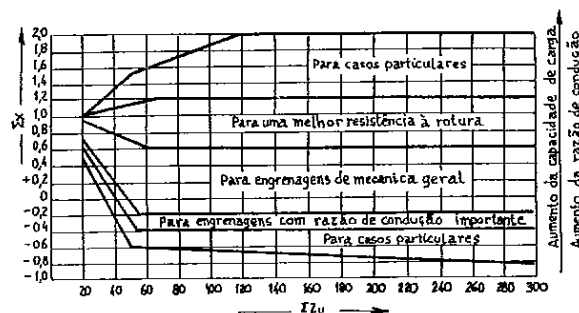


Figura 3.4 - Zonas preferenciais para aplicações específicas.

A selecção de cada um dos desvios pode ser feita recorrendo aos documentos técnicos referidos, através das expressões:

$$x_1 = \lambda (u - 1) / (u + 1) + \Sigma x / (u + 1) \quad (3.6)$$

$$x_2 = \Sigma x - x_1$$

em que $u = z_2 / z_1$ é a razão de engrenamento. Se $u \geq 5$ o cálculo deve ser feito tomando $u=5$. O valor de λ deve estar compreendido entre os seguintes valores:

0.5 $\leq \lambda \leq$ 0.75 - em engrenagens redutoras.

O valor de λ aumenta quando Σz_v diminui;

0.0 $\leq \lambda \leq$ 0.50 - em engrenagens multiplicadoras.

G. Henriot [2] preconiza neste caso um valor $\lambda = 0.0$.

O procedimento adoptado é resultado da consideração do efeito negativo do atrito no engrenamento. A acção **F** do dente da roda mandante sobre o dente da mandada não é dirigida segundo a linha de engrenamento, mas está inclinada do valor do ângulo de atrito, figura 3.5. Atendendo a que **F** tende a dirigir-se para o eixo do órgão mandado, durante o período de aproximação, este deve ser diminuído, impondo à roda mandada o desvio menor possível. Para uma dada soma de desvios, isto corresponde a escolher para a roda mandante o desvio maior possível, que tem como consequência o aumento simultâneo do comprimento de afastamento, de modo a evitar a diminuição drástica do rendimento das engrenagens. Estas condições favoráveis são automaticamente realizadas em engrenagens redutoras, com o aumento de h_a do pinhão em detrimento da roda.

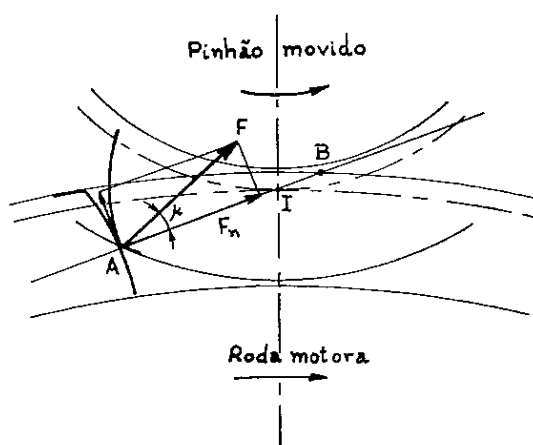


Figura 3.5 - Efeito do atrito na direcção da força de engrenamento F .

O mesmo procedimento nas engrenagens multiplicadoras revela-se negativo. Se a razão de engrenamento é importante e o número de dentes do pinhão é pequeno, o suporte de F aproxima-se perigosamente do eixo do pinhão, verificando-se um mau rendimento ou mesmo o encravamento da engrenagem. Assim, deve escolher-se sempre um desvio o mais pequeno possível para a roda mandada.

Numa engrenagem multiplicadora, uma boa solução pode consistir na utilização de um dentado praticamente normal, em que o pinhão deve ter um número de dentes sempre igual ou superior a 30.

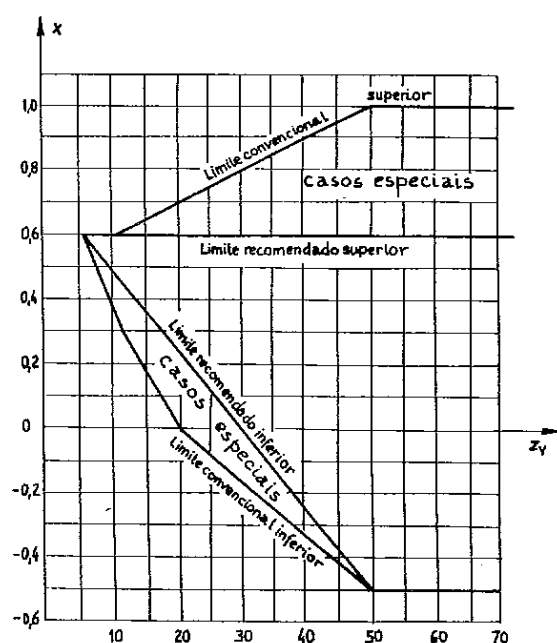


Figura 3.6 - Limites convencionais e recomendados de x e zonas para casos especiais.

A figura 3.6 apresenta os limites convencionais e recomendados para x_1 e x_2 , bem como zonas para casos especiais para as quais se torna necessário proceder a verificações sobre as características de funcionamento, atendendo a que: um desvio demasiado baixo pode dar lugar a uma interferência de corte; um desvio muito elevado pode produzir um dente pontiagudo ou mesmo encurtado [10].

4 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Seguidamente, apresentam-se alguns de exemplos de aplicação dos conceitos expostos. Os valores indicados foram obtidos por intermédio de um algoritmo de resolução numérica desenvolvido na Unidade de Tribologia e Manutenção Industrial - CETRIB, do DEMEGI. Este algoritmo permite a definição da geometria das rodas dentadas cilíndricas de uma engrenagem paralela de dentado com perfil em evolvente de círculo, para mecânica geral e mecânica grosseira.

A partir da prévia definição dos parâmetros independentes de uma engrenagem é possível determinar, entre outras coisas, os coeficientes de desvio e as características da geometria do engrenamento

4.1 - Correção sem entre-eixo imposto

a) $z_1 = 12$; $z_2 = 12$; $\alpha_0 = 20^\circ$; $\beta = 0^\circ$; $m_0 = 5$; $c = 0.25 m_n$

Sistemas	$x_1 + x_2$	x_1	x_2	g_{s1}	g_{s2}	ϵ_α	K	s_{an1}	s_{an2}
Henriot	+0.620	+0.310	+0.310	<u>3.71</u>	<u>3.71</u>	1.208	0.080	2.768	2.768
Equil. g_{si}	+0.970	+0.485	+0.485	2.34	2.34	<u>1.106</u>	0.168	2.861	2.861
ISO/TC60*	+0.900	+0.450	+0.450	2.53	2.53	<u>1.126</u>	0.148	2.831	2.831
Interf corte	+0.588	+0.294	+0.294	<u>3.92</u>	<u>3.92</u>	1.217	0.073	2.768	2.768
Normal	0.0	0.0	0.0	* *	* *	* *	* *	* *	* *

Tabela 4.1 (* Método de Deby ; ** Rodas com interferência de corte)

Neste exemplo, em que $\Sigma z_v < 30$, verifica-se que uma correção de dentado que só tenha em vista o equilíbrio e diminuição dos valores dos escorregamentos específicos pode originar uma razão de condução inferior ao limite mínimo, geralmente considerado como necessário ao bom funcionamento de uma engrenagem.

No entanto, a observação das figuras 3.3 e 3.6 permite concluir que o ISO/TR 4467 privilegia a diminuição dos escorregamentos específicos em problemas correntes.

b) $z_1 = 10$; $z_2 = 46$; $\alpha_0 = 20^\circ$; $\beta = 0^\circ$; $m_0 = 5$; $c = 0.25 m_n$

Sistemas	$x_1 + x_2$	x_1	x_2	g_{s1}	g_{s2}	ε_α	K	s_{an1}	s_{an2}
Henriot	+0.233	+0.555	-0.322	2.71	2.71	1.354	0.007	<u>0.795</u>	4.110
ISO/TC60**	+0.120	+0.600	-0.480	2.13	3.03	1.351	0.002	<u>0.530</u>	4.164
Interf corte	0.0	+0.410	-0.410	<u>15.12</u>	2.85	1.435	0.0	1.395	4.127
Normal	0.0	0.0	0.0	* * *	* * *	* * *	* * *	* * *	* * *
ISO/TR4467*	0.0	+0.482	-0.482	<u>5.62</u>	3.02	1.410	0.0	1.078	4.157

Tabela 4.2 (* Sem variação de entre-eixo; ** Método de Deby; *** Pinhão talhado com interferência de corte)

Este exemplo, para além de mostrar que a obtenção de escorregamentos específicos inferiores a 3.0, quando $\sum z_v < 60$, necessita do recurso a uma correcção com variação de entre-eixo, permite também verificar que isso é conseguido, neste caso em que $z_1 = 10$, à custa de uma espessura normal da cabeça do pinhão s_{an1} inferior a $0.2 m_n$, confirmando as indicações do ISO/TR 4467 [10].

c) $z_1 = 12$; $z_2 = 100$; $\alpha_0 = 20^\circ$; $\beta = 0^\circ$; $m_0 = 5$; $c = 0.25 m_n$

Sistemas	$x_1 + x_2$	x_1	x_2	g_{s1}	g_{s2}	ε_α	K	s_{an1}	s_{an2}
Henriot	0.0	+0.539	-0.539	1.95	1.95	1.442	0.0	1.265	4.196
ISO/TC60*	0.0	+0.540	-0.540	1.94	1.95	1.442	0.0	1.262	4.196
Interf corte	0.0	+0.294	-0.294	<u>25.42</u>	1.66	1.538	0.0	2.199	4.141
Normal	0.0	0.0	0.0	* *	* *	* *	* *	* *	* *

Tabela 4.3 (* Método de Deby ; ** Pinhão talhado com interferência de corte)

Este exemplo permite constatar que a correcção da interferência de corte, só por si, tal como nos exemplos anteriores, não permite a melhoria das condições de desgaste normal do pinhão. Como $\sum z_v > 60$, a correcção pode ser feita sem variação de entre-eixo, com a obtenção de bons resultados.

d) $z_1 = 17$; $z_2 = 90$; $\alpha_0 = 20^\circ$; $b = 30$; $m_0 = 3$; $c = 0.25 m_n$

Sistem	β	x_1+x_2	x_1	x_2	g_{s1}	g_{s2}	ε_α	ε_γ	K	s_{an1}	s_{an2}
Henriot	0°	0.0	+0.418	-0.418	1.51	1.51	1.558	/	0.0	1.407	2.501
ISO*	0°	0.0	+0.390	-0.390	1.68	1.48	1.567	/	0.0	1.455	2.497
Normal	0°	0.0	0.0	0.0	<u>16.94</u>	1.07	1.687	/	0.0	2.022	2.411
Henriot	15°	0.0	+0.392	-0.392	1.35	1.35	1.496	2.320	0.0	1.545	2.500
ISO*	15°	0.0	+0.330	-0.330	1.67	1.29	1.515	2.339	0.0	1.639	2.491
Normal	15°	0.0	0.0	0.0	<u>7.00</u>	0.98	1.598	2.412	0.0	2.065	2.422

Tabela 4.4 (* ISO/TC60 - Método de Deby)

Neste exemplo, pode observar-se o excelente equilíbrio dos valores dos escorregamentos específicos obtido pela correcção de dentado, no entanto, à custa de uma ligeira quebra da razão de condução aparente, comparativamente aos resultados conseguidos com um dentado normal (ver também a figura 2.3).

Por outro lado, podem também verificar-se as condições menos severas em termos de escorregamentos específicos e melhores razões de condução totais existentes no dentado helicoidal e a necessidade de desvios menores, do que no dentado recto, para efectuar as correcções.

4.2 - Correcção com entre-eixo imposto

$a' = 125$; $z_1 = 19$; $z_2 = 91$; $\alpha_0 = 20^\circ$; $\beta = 0^\circ$; $m_0 = 2.25$; $c = 0.25 m_n$

a) Engrenagem redutora

x_1+x_2	λ	x_1	x_2	g_{s1}	g_{s2}	ε_α	K	s_{an1}	s_{an2}
+0.576	0.523	+0.442	+0.134	1.14	1.14	1.518	0.02	1.162	1.818

Tabela 4.5

Neste exemplo, em que o entre-eixo é imposto, apresentam-se os resultados obtidos para uma engrenagem redutora e outra multiplicadora caracterizadas por parâmetros iguais. Na engrenagem redutora, é possível encontrar uma distribuição de x_1 e x_2 que permite equilibrar os escorregamentos específicos.

b) Engrenagem multiplicadora

$x_1 + x_2$	λ	x_1	x_2	g_{s1}	g_{s2}	ε_α	K	s_{an1}	s_{an2}	AI	IB
+0.576	0.500	+0.427	+0.149	1.19	1.13	1.522	0.02	1.180	1.814	6.177	3.931
+0.576	0.030	+0.119	+0.457	2.98	0.87	1.592	0.02	1.501	1.729	4.935	5.639
+0.576	0.0	+0.099	+0.477	3.19	0.85	1.595	0.02	1.518	1.723	4.852	4.744

Tabela 4.6 (AI - Comprimento de aproximação; IB - Comprimento de afastamento)

Na engrenagem multiplicadora, verifica-se que a tentativa de equilíbrio dos escorregamentos específicos só é conseguida à custa de um aumento do comprimento de aproximação (fig. 3.5), ao contrário do que acontece nas redutoras, o que é negativo em termos de rendimento devido ao efeito nocivo do atrito no engrenamento. Torna-se assim necessário escolher uma solução que contemple de forma equilibrada aquelas duas características.

CONCLUSÕES

A correcção de dentado é uma técnica utilizada na talhagem, por geração, de rodas dentadas com dentes de perfil em evolvente de círculo, que permite modificar favoravelmente características importantes de um engrenamento e possibilita o funcionamento correcto de uma engrenagem com um entre-eixo diferente do normal, imposto por razões construtivas, apesar de implicar a perda da sua intermutabilidade funcional.

A importância da correcção de dentado pode ser caracterizada, genericamente, através da influência exercida nos parâmetros seguintes:

- A alteração do preço de revenda das rodas de uma engrenagem, provocada pela correcção, é nula na maior parte dos casos.
- A possibilidade de diminuição da importância dos escorregamentos específicos dos flancos dos dentes tem como consequência a diminuição da taxa de desgaste normal dos dentes.
- O equilíbrio dos escorregamentos específicos nos pontos extremos do engrenamento equivale a igualar os factores de Almen nesses pontos, diminuindo a probabilidade de ocorrência de uma avaria de gripagem.
- O aumento da soma dos desvios é benéfico tanto no plano da capacidade de carga à pressão superficial como no da resistência à rotura.
- O aumento do coeficiente de desvio dos dentes provoca um aumento da espessura do pé e uma diminuição da espessura da cabeça, mantendo constante a altura total dos

dentes. A consideração de valores negativos para o desvio tem um efeito contrário. Para cada roda, existe um valor máximo de desvio que conduz a um dente pontiagudo e um valor mínimo que provoca uma interferência de corte no seu pé.

- A razão de condução diminui ligeiramente com o aumento da soma dos desvios, o que provoca uma diminuição da regularidade da velocidade da roda mandada e um aumento do nível de vibrações, quanto maiores forem as velocidades no primitivo. Os desvios das rodas de engrenagens para grandes velocidades devem privilegiar a obtenção de razões de condução elevadas.
- A folga no pé dos dentes diminui com o aumento da soma dos desvios. Quando o número de dentes da engrenagem e/ou o módulo são pequenos esta diminuição pode ser exagerada, tornando-se necessário diminuir a altura da cabeça dos dentes.
- Nas engrenagens redutoras, o pinhão deve ser corrigido com um desvio positivo e a roda com um desvio negativo. Nas engrenagens multiplicadoras, este procedimento é desfavorável, devendo, sempre que possível, optar-se por um dentado praticamente normal em que o pinhão deve ter um número de dentes maior ou igual a 30.

Assim, limitando correctamente os coeficientes de desvio dos dentes das rodas de uma engrenagem podem-se evitar os inconvenientes que essa correcção eventualmente pudesse provocar, ao mesmo tempo que, uma escolha judiciosa da sua soma e respectiva repartição pelo pinhão e roda podem modificar muito favoravelmente propriedades muito importantes da engrenagem.

No entanto, tendo em conta que estas propriedades são por vezes contraditórias, não é possível determinar condições normalizadas de correcção de dentado que sejam as mais indicadas em todas as aplicações, mas apenas desenvolver sistemas que fornecem soluções satisfatórias em problemas correntes. As engrenagens para aplicações especiais devem ser objecto de um tratamento diferenciado que contemple de uma forma adequada as características consideradas fundamentais para o seu correcto desempenho.

REFERÊNCIAS

- [1] - CARRERAS SOTO, T. - Engrenajes. 1ª ed. 1942
- [2] - HENRIOT, G. - Traité Théorique et Pratique des Engrenages. 6ª ed. Paris: Dunod, 1979 tome I.
- [3] - COLBOURNE, J.R. - The Geometry of Involute Gears. USA: Springer-Verlag, 1987.
- [4] - HENRIOT, G. - Étude des Corrections de Denture. Bulletin de la S.E.I.E. France. 1953, nº 20.
- [5] - ISO 53. 1974 - Engrenages cylindriques de mécanique générale et de grosse mécanique - Crémaillère de référence. ISO.

- [6] - NF E 23-013. 1980 - Déport des dentures des roues cylindriques pour engrenages extérieurs réducteurs. AFNOR.
- [7] - HENRIOT, G. - L'État Actuel du Problème des Corrections de Denture. Bulletin de la S.E.I.E. France.1955, n° 26.
- [8] - NF E 23-015. 1982 - Détermination de la capacité de charge des engrenages cylindriques extérieurs de mécanique générale. AFNOR.
- [9] - ISO/DIS 6336. 1983 - Calculation of load capacity of spur and helical gears. ISO
- [10] - ISO/TR 4467. 1982 - Déport des dentures des roues cylindriques pour engrenages extérieurs réducteurs et multiplicateurs. ISO.