

# Resumindo e concluindo...

TeleTextos de bolso e de trazer por casa, suavemente, suavemente

## Em busca do tempo perdido

© Sílvio A. Abrantes

Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores  
Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto  
Porto, Portugal  
sam@fe.up.pt

Fevereiro de 2009

### Conteúdo

1.	Introdução .....	1
2.	Recuperação da temporização em banda-base .....	2
2.1.	Em malha fechada e com a ajuda de decisões (DD) .....	2
2.1.1.	Detector “Early-Late” (ELD) .....	2
2.1.2.	Detector “Zero-Crossing” (ZCD) .....	2
2.1.3.	Detector de Mueller & Mueller (MMD) .....	2
2.2.	Em malha fechada e sem ajuda dos dados (NDA) .....	2
2.2.1.	Máxima Verosimilhança (ML) e NDA .....	2
2.2.2.	Detector de Gardner .....	2
2.3.	Em malha aberta e sem ajuda dos dados (NDA) .....	3
2.3.1.	Máxima Verosimilhança (ML) e NDA .....	3
2.3.2.	Estimador de Oerder & Meyr .....	3
3.	Recuperação da temporização em modulações lineares (MPSK e QAM) .....	3
3.1.	Em malha fechada e com a ajuda de decisões (DD) .....	3
3.1.1.	Detector “Early-Late” (ELD) .....	3
3.1.2.	Detector “Zero-Crossing” (ZCD) .....	3
3.1.3.	Detector de Mueller & Mueller (MMD) .....	3
3.2.	Em malha fechada e sem ajuda dos dados (NDA) .....	3
3.2.1.	Máxima Verosimilhança (ML) e NDA .....	3
3.2.2.	Detector de Gardner .....	4
3.3.	Em malha aberta e sem ajuda dos dados (NDA) .....	4
3.3.1.	Máxima Verosimilhança (ML) e NDA .....	4
3.3.2.	Estimador de Oerder & Meyr .....	4
4.	Referências .....	4

### 1. Introdução

Este é o esboço de um TeleTexto sobre a recuperação da temporização de símbolos em comunicações digitais, processo também designado por *recuperação de relógio* ou *sincronização de símbolos*. Aqui se apresenta, apenas e só, um apanhado de expressões e métodos de sincronização digital em tempo discreto expostos em [1]. As variáveis das expressões têm os seguintes significados:

- $L$ : intervalo de observação, em símbolos
- $N_s$ : factor de sobreamostragem
- $N_s L$ : duração do intervalo de observação

Em busca do tempo perdido

$T_s = T/N_s$  : intervalo de amostragem das amostras de sinal recebidas

$\hat{t}$  : estimador de temporização. É este o nosso alvo.

$t = kT + \hat{t}_k$  : instantes de amostragem dos símbolos

$c_k$  e  $\hat{c}_k$  : símbolo de informação (“dados”) e símbolo detectado

$z(k)$  : saída (real ou complexa) do filtro adaptado

$e(k)$  : sinal de erro proveniente do Detector de Erro de Temporização (“Timing Error Detector”).

Significado de siglas: DD, de “Decision-Directed”, indica que as decisões (boas ou más) sobre símbolos são tidas em conta; DA, de “Data-Aided”, indica que o método utiliza os símbolos da mensagem (é “ajudado pelos dados”); NDA, de “Non-Data-Aided”, é agora óbvio.

## 2. Recuperação da temporização em banda-base

As amostras usadas são reais e normalmente obtidas à saída do filtro adaptado. São apresentadas três alternativas: duas em malha fechada (com “feedback”) - uma com ajuda de símbolos estimados e outra sem ajuda - e uma terceira em malha aberta e sem ajuda.

### 2.1. Em malha fechada e com a ajuda de decisões (DD)

A temporização  $\hat{t}$  é actualizada iteração a iteração de acordo com

$$\hat{t}_{k+1} = \hat{t}_k + \mu e(k),$$

em que  $\mu > 0$  é o “passo de adaptação” (*step-size*).

#### 2.1.1. Detector “Early-Late” (ELD)

$$e(k) = \hat{c}_k [z(kT + T/2 + \hat{t}_k) - z(kT - T/2 + \hat{t}_{k-1})]$$

São precisas duas amostras por símbolo (recolhidas de  $T/2$  em  $T/2$  segundos).

#### 2.1.2. Detector “Zero-Crossing” (ZCD)

$$e(k) = (\hat{c}_{k-1} - \hat{c}_k) z(kT - T/2 + \hat{t}_{k-1})$$

São precisas duas amostras por símbolo. Detector proposto por Gardner.

#### 2.1.3. Detector de Mueller & Mueller (MMD)

$$e(k) = \hat{c}_{k-1} z(kT + \hat{t}_k) - \hat{c}_k z[(k-1)T + \hat{t}_{k-1}]$$

É precisa apenas uma amostra por símbolo (recolhida de  $T$  em  $T$  segundos).

### 2.2. Em malha fechada e sem ajuda dos dados (NDA)

#### 2.2.1. Máxima Verosimilhança (ML) e NDA

$$e(k) = z(kT + \hat{t}_k) [z(kT + T/2 + \hat{t}_k) - z(kT - T/2 + \hat{t}_{k-1})]$$

São precisas duas amostras por símbolo. O estimador é parecido com o detector “Early-Late” - substituiu-se o símbolo  $\hat{c}_k$  pela amostra  $z(kT + \hat{t}_k)$  - e por isso também é designado por NDA-ELD.

#### 2.2.2. Detector de Gardner

$$e(k) = \{z[(k-1)T + \hat{t}_{k-1}] - z(kT + \hat{t}_k)\} z(kT - T/2 + \hat{t}_{k-1})$$

Compare-se com o detector ZCD: substituíram-se as decisões  $\hat{c}_{k-1}$  e  $\hat{c}_k$  por amostras de  $z$ .

### 2.3. Em malha aberta e sem ajuda dos dados (NDA)

#### 2.3.1. Máxima Verosimilhança (ML) e NDA

Exige uma filtragem especial dos sinais recebidos. Este método não é apresentado.

#### 2.3.2. Estimador de Oerder & Meyr

$$\hat{\tau} = -\frac{T}{2\pi} \arg \left\{ \sum_{k=0}^{N_s L-1} x^2(kT_s) e^{-j2\pi k/N_s} \right\}, \quad N_s = 4$$

É uma alternativa simples ao estimador ML NDA em malha aberta (não apresentado). As amostras  $x(kT_s)$  são obtidas à saída de um filtro passa-baixo que poderá estar adaptado aos impulsos. O factor de sobreamostragem tem de valer  $N_s = 4$ .

## 3. Recuperação da temporização em modulações lineares (MPSK e QAM)

Tal como em banda-base, são apresentadas três alternativas: duas em malha fechada e uma em malha aberta. As amostras usadas são obtidas à saída do filtro adaptado e são complexas (em banda-base são reais). Vale a pena lembrar que se as expressões seguintes fossem escritas em função das partes reais e imaginárias dos complexos envolvidos não seriam tão compactas.

### 3.1. Em malha fechada e com a ajuda de decisões (DD)

Os métodos desta secção são aplicados à recuperação conjunta da temporização de símbolo e da fase da portadora. Mais uma vez a temporização  $\hat{\tau}$  em malha fechada é actualizada de acordo com a equação

$$\hat{\tau}_{k+1} = \hat{\tau}_k + \mu_T e_T(k),$$

em que  $e_T(k)$  é o sinal de erro de temporização e  $\mu_T > 0$  é o "passo de adaptação" (*step-size*). A fase é actualizada de modo idêntico:  $\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \mu_P e_P(k)$ , em que  $e_P(k)$  é o sinal de erro de fase.

#### 3.1.1. Detector "Early-Late" (ELD)

$$e_T(k) = \text{Re} \left\{ \hat{c}_k^* e^{-j\hat{\theta}_k} \left[ z(kT + T/2 + \hat{\tau}_k) - z(kT - T/2 + \hat{\tau}_{k-1}) \right] \right\}$$

#### 3.1.2. Detector "Zero-Crossing" (ZCD)

$$e_T(k) = \text{Re} \left\{ (\hat{c}_{k-1}^* - \hat{c}_k^*) z(kT - T/2 + \hat{\tau}_{k-1}) e^{-j\hat{\theta}_k} \right\}$$

#### 3.1.3. Detector de Mueller & Mueller (MMD)

$$e_T(k) = \text{Re} \left\{ \hat{c}_{k-1}^* z(kT + \hat{\tau}_k) e^{-j\hat{\theta}_k} - \hat{c}_k^* z[(k-1)T + \hat{\tau}_{k-1}] e^{-j\hat{\theta}_k} \right\}$$

### 3.2. Em malha fechada e sem ajuda dos dados (NDA)

As decisões sobre os símbolos não são conhecidas pois também não se conhece a fase da portadora.

#### 3.2.1. Máxima Verosimilhança (ML) e NDA

$$e(k) = \text{Re} \left\{ z^*(kT + \hat{\tau}_k) \left[ z(kT + T/2 + \hat{\tau}_k) - z(kT - T/2 + \hat{\tau}_{k-1}) \right] \right\}$$

Em busca do tempo perdido

É parecido com o detector "Early-Late" da recuperação conjunta: substituiu-se o símbolo rodado  $\hat{c}_k^* e^{-j\hat{\theta}_k}$  pela amostra  $z^*(kT + \hat{\tau}_k)$ . Também é designado por NDA-ELD.

### 3.2.2. *Detector de Gardner*

$$e(k) = \text{Re} \left\{ \left[ z(kT - T + \hat{\tau}_{k-1}) - z(kT + \hat{\tau}_k) \right] z^*(kT - T/2 + \hat{\tau}_{k-1}) \right\}$$

## 3.3. Em malha aberta e sem ajuda dos dados (NDA)

### 3.3.1. *Máxima Verosimilhança (ML) e NDA*

Exige uma filtragem especial dos sinais recebidos. O método não é apresentado.

### 3.3.2. *Estimador de Oerder & Meyr*

$$\hat{\tau} = -\frac{T}{2\pi} \arg \left\{ \sum_{k=0}^{N_s L-1} |z(kT_s)|^2 e^{-j2\pi k/N_s} \right\}, \quad N_s = 4$$

O sinal é sobreamostrado ao ritmo de  $N_s/T$  amostras/s e o factor de sobreamostragem vale  $N_s = 4$ . Os valores  $z(kT_s)$  são amostras complexas da saída do filtro adaptado, como de costume.

## 4. Referências

- [1] Mengali, Umberto e D'Andrea, Aldo N., *Synchronization Techniques for Digital Receivers*, Plenum Press, 1997.