

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Análise do Desempenho e da Dinâmica de Robôs Omnidireccionais de Três e Quatro Rodas

Hélder Filipe Pinto de Oliveira

Licenciado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores
pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
mestre em Automação, Instrumentação e Controlo

Dissertação realizada sob a supervisão do Professor Doutor

Paulo José Cerqueira Gomes da Costa

e do Professor Doutor

António Paulo Gomes Mendes Moreira

do Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Setembro 2007

Aos meus pais.

Agradecimentos

Aos meus orientadores Prof. Dr. Paulo Gomes Costa e Prof. Dr. António Paulo Moreira pela oportunidade de investigação no grupo de Controlo e Robótica (5DPO) da FEUP, e pelo apoio durante a execução deste trabalho, que muitas vezes ultrapassou as horas normais.

A todos os elementos da equipa 5DPO pelo companheirismo, amizade e parceria durante a execução deste trabalho.

Ao José Teixeira do INEGI pela disponibilidade na execução de algumas peças para o robô.

À Nadja pelos sacrifícios, carinho e apoio constante nos momentos mais difíceis, elevando o meu moral nos momentos necessários.

Aos meus pais pelo carinho, ajuda e apoio durante toda a minha vida académica.

Resumo

As aplicações de robôs omnidireccionais são cada vez mais comuns nos últimos anos, devido à grande vantagem de mobilidade quando comparados com outros tipos de robôs. A utilização deste tipo de robôs aparece em larga escala nas competições robóticas em todo o mundo, onde o desempenho das plataformas robóticas é bastante crítico.

Em situações de alto desempenho, a disponibilidade de um modelo dinâmico preciso torna-se muito importante. É essa a motivação para este trabalho, onde se procuram modelos e respectivos algoritmos para estimação dos seus parâmetros. Uma vez testados os modelos e validados através da comparação com ensaios reais, é possível analisar o desempenho e comportamento das plataformas robóticas.

O desempenho dos robôs pode ser avaliado, analisando vários factores como a velocidade, aceleração e consumo. Tipicamente as configurações omnidireccionais passam pelo uso de três ou quatro rodas. A comparação do desempenho das duas configurações não tem sido alvo de grande investigação, merecendo desta forma um estudo aprofundado.

No decorrer deste trabalho foi possível verificar, usando os mesmos motores, que os robôs de quatro rodas apresentam maior atrito, maior velocidade, maior aceleração, maior consumo e maior complexidade quando comparados com os de três rodas.

Abstract

Omni-directional robots are increasingly popular due to its improved mobility when compared with more traditional robots. Their usage is more prominent in many robotic competitions where performance is critical.

To achieve a high level of performance it is very important the availability of a good dynamical model for the robot. That motivates this work where are sought models and the procedures to estimate its parameters. Once the models are validated through real data they can be used to compare the performance of different configurations.

Each robot's performance can be evaluated in terms of maximum speed, acceleration and power consumption. Typical omni-directional configurations use three or four wheels. The relative advantages of each configuration are therefore evaluated using a reconfigurable robot.

For robots with the same kind of motors was found that a four wheel configuration presents more friction, higher maximum speed, power consumption and complexity when compared with the three wheel case.

Índice

Dedicatória	i
Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract	iv
Índice	v
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xv
Nomenclatura	xvii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Contexto	2
1.3 Contribuições	3
1.4 Estrutura	3
2 Robótica Móvel	5
2.1 Introdução	5
2.2 Problemas Associados à Não Holonomia	6
2.3 Sistemas de Locomoção	7
2.3.1 Configuração Ackerman	7
2.3.2 Configuração Triciclo	8
2.3.3 Configuração <i>Synchronous Drive</i>	8
2.3.4 Configuração Diferencial	9
2.3.5 Configuração Omnidireccionais	10
2.4 Rodas Omnidireccionais	11
2.4.1 Rodas Mecanum - "Ilon"	11

2.4.2	Roda Mecanum Melhorada	14
2.4.3	Roda Omnidireccional Comercial	17
2.4.4	Roda Omnidireccional Convencional	18
2.5	Aplicações de Robôs Omnidireccionais	19
3	Descrição da Plataforma Robótica	23
3.1	Introdução	23
3.2	Projecto Mecânico	24
3.3	Sensores e Actuadores	28
3.4	Projecto Electrónico	31
3.5	Software de Controlo	33
4	Caracterização e Modelação de Robôs Móveis Omnidireccionais	35
4.1	Introdução	35
4.2	Modelação e Identificação de Robôs Móveis Omnidireccionais . . .	36
4.2.1	Modelo Cinemático	39
4.2.1.1	Cinemática do Robô de Três Rodas	40
4.2.1.2	Cinemática do Robô de Quatro Rodas	42
4.2.2	Modelo Dinâmico	43
4.2.2.1	Dinâmica do Robô de Três Rodas	47
4.2.2.2	Dinâmica do Robô de Quatro Rodas	48
4.2.3	Métodos para Determinação dos Parâmetros do Modelo do Robô	48
4.2.3.1	Método 1 - Velocidade em Regime Permanente	49
4.2.3.2	Método 2 - Forças de Tracção Nulas	50
4.3	Modelo do Motor	51
4.3.1	Métodos para Determinação dos Parâmetros do Modelo do Motor	55
4.4	Modelo Contínuo	56
4.4.1	Equações do Modelo do Robô de Três Rodas	56
4.4.2	Equações do Modelo do Robô de Quatro Rodas	57
4.4.3	Definição do Tipo de Modelo a Utilizar	58
4.4.3.1	Definição das Variáveis para o Modelo do Robô de Três Rodas	58

4.4.3.2	Definição das Variáveis para o Modelo do Robô de Quatro Rodas	59
4.5	Modelo Discreto	60
4.6	Estimação dos Parâmetros para os Modelos	62
4.6.1	Estimação dos Parâmetros para o Robô de Três Rodas	62
4.6.1.1	Método 1 - Velocidade em Regime Permanente	62
4.6.1.2	Método 2 - Forças de Tracção Nulas	66
4.6.2	Estimação dos Parâmetros para o Robô de Quatro Rodas	75
4.6.2.1	Método 1 - Velocidade em Regime Permanente	75
4.6.2.2	Método 2 - Forças de Tracção Nulas	78
4.6.3	Resultados Obtidos para o Modelo do Robô	87
4.6.4	Estimação dos Parâmetros do Modelo do Motor	88
4.6.5	Análise de Sensibilidade	91
4.6.6	Validação dos Parâmetros Estimados - Método 3	93
4.6.6.1	Análise para Robô de Três Rodas	94
4.6.6.2	Análise para Robô de Quatro Rodas	97
4.6.6.3	Análise da Validação dos Parâmetros	100
4.7	Resultados e Simulações	101
4.7.1	Simulação para o Robô de Três Rodas	102
4.7.2	Simulação para o Robô de Quatro Rodas	109
5	Análise de Desempenho	117
5.1	Introdução	117
5.2	Estudo da Velocidade e Força de Tracção em Função do Ângulo Segundo o Modelo Cinemático	117
5.2.1	Análise para o Robô de Três Rodas	118
5.2.2	Análise para o Robô de Quatro Rodas	120
5.2.3	Análise dos Resultados	124
5.3	Estudo da Velocidade em Função do Ângulo Segundo o Modelo Dinâmico	124
5.3.1	Análise para o Robô de Três Rodas	125
5.3.2	Análise para o Robô de Quatro Rodas	127

5.3.3	Análise dos Resultados	129
5.4	Comparação da Velocidade Máxima Segundo o Modelo Dinâmico	130
5.5	Comparação da Aceleração Segundo o Modelo Dinâmico	132
5.6	Consumo em Regime Permanente	135
5.7	Tensão de Arranque do Robô	138
5.7.1	Determinação das Tensões de Arranque do Robô de Três Rodas	139
5.7.2	Determinação das Tensões de Arranque do Robô de Quatro Rodas	140
5.8	Contribuição do Ângulo das Rodas para o Desempenho do Robô	142
6	Conclusões e Trabalho Futuro	145
6.1	Conclusões	145
6.2	Trabalho Futuro	148
	Referências	156

Lista de Figuras

2.1	Configuração Akerman.	7
2.2	Configuração triciclo.	8
2.3	Configuração <i>Synchronous drive</i>	9
2.4	Configuração diferencial.	10
2.5	Roda Ilon.	12
2.6	Roda Mecanum tradicional.	12
2.7	Roda Mecanum num plano inclinado.	13
2.8	Roda Mecanum com rolos montados centralizados.	13
2.9	Configuração das rodas Mecanum para um veículo omnidireccional.	14
2.10	Rodas Mecanum com bloqueamento dos rolos.	15
2.11	Roda Omnidireccional Mecanum.	15
2.12	Configuração para movimento frontal.	16
2.13	Configuração para movimento diagonal.	17
2.14	Roda omnidireccional comercial.	17
2.15	Robô diferencial com apoio omnidireccional.	18
2.16	Tapetes omnidireccionais.	18
2.17	Roda Omnidireccional convencional.	19
2.18	Equipas de futebol robótico (MSL League).	20
2.19	Equipas de futebol robótico (SSL League).	21
2.20	Cadeiras de rodas omnidireccionais.	22
3.1	Plataforma robótica.	24
3.2	Software MasterCAM.	25
3.3	Máquinas CNC utilizadas.	26
3.4	Suporte dos motores.	26

LISTA DE FIGURAS

3.5	Suporte das rodas.	27
3.6	Rodas omnidireccionais.	27
3.7	Desenhos 3D das bases de suporte do robô.	28
3.8	Motor e caixa redutora.	29
3.9	Sensores de efeito de Hall.	30
3.10	Sensor externo para leitura da posição do robô.	30
3.11	Arquitectura da placa de controlo dos motores.	31
3.12	Ponte de transístores do <i>drive</i> de potência.	32
3.13	Estimação do valor da corrente no motor.	33
4.1	Robô de três rodas.	37
4.2	Robô de quatro rodas.	38
4.3	Gráfico para a força de atrito viscoso.	45
4.4	Gráfico para a força de atrito de Coulomb.	46
4.5	Método 1 - Sinal de entrada dos motores.	63
4.6	Método 1 - Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.	64
4.7	Método 1 - Binário de rotação segundo o eixo de rotação do robô.	64
4.8	Método 1 - Corrente nos motores segundo o eixo de rotação do robô.	65
4.9	Método 1 - Relação entre o binário de rotação e a velocidade segundo o eixo de rotação do robô.	65
4.10	Método 2 - Velocidade segundo a direcção v	66
4.11	Método 2 - Aceleração segundo a direcção v	67
4.12	Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo a direcção v	67
4.13	Método 2 - Relação entre v e dv	68
4.14	Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo a direcção v	69
4.15	Método 2 - Velocidade segundo a direcção vn	69
4.16	Método 2 - Aceleração segundo a direcção vn	70
4.17	Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo a direcção vn	70
4.18	Método 2 - Relação entre vn e dvn	71
4.19	Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo a direcção vn	72

LISTA DE FIGURAS

4.20	Método 2 - Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.	72
4.21	Método 2 - Aceleração segundo o eixo de rotação do robô.	73
4.22	Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo o eixo de rotação do robô.	73
4.23	Método 2 - Aproximação linear do ensaio segundo o eixo de rotação do robô.	74
4.24	Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo o eixo de rotação do robô.	75
4.25	Método 1 - Sinal de entrada dos motores.	76
4.26	Método 1 - Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.	76
4.27	Método 1 - Binário de rotação segundo o eixo de rotação do robô.	77
4.28	Método 1 - Corrente nos motores segundo o eixo de rotação do robô.	77
4.29	Método 1 - Relação entre o binário de rotação e a velocidade segundo o eixo de rotação do robô.	78
4.30	Método 2 - Velocidade segundo a direcção v	79
4.31	Método 2 - Aceleração segundo a direcção v	79
4.32	Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo a direcção v	80
4.33	Método 2 - Relação entre v e dv	81
4.34	Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo a direcção v	81
4.35	Método 2 - Velocidade segundo a direcção vn	82
4.36	Método 2 - Aceleração segundo a direcção vn	82
4.37	Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo a direcção vn	83
4.38	Método 2 - Relação entre vn e dvn	84
4.39	Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo a direcção vn	84
4.40	Método 2 - Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.	85
4.41	Método 2 - Aceleração segundo o eixo de rotação do robô.	85
4.42	Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo o eixo de rotação do robô.	86
4.43	Método 2 - Aproximação linear do ensaio segundo o eixo de rotação do robô.	87

LISTA DE FIGURAS

4.44	Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação o eixo de rotação do robô.	87
4.45	Determinação dos parâmetros do motor.	90
4.46	Sinal de entrada dos motores.	102
4.47	Velocidade segundo a direcção v	102
4.48	Força de tracção segundo a direcção v	103
4.49	Corrente no motor0 segundo a direcção v	103
4.50	Corrente no motor2 segundo a direcção v	104
4.51	Velocidade segundo a direcção vn	104
4.52	Força de tracção segundo a direcção vn	105
4.53	Corrente no motor0 segundo a direcção vn	105
4.54	Corrente no motor1 segundo a direcção vn	106
4.55	Corrente no motor2 segundo a direcção vn	106
4.56	Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.	107
4.57	Binário de rotação segundo o eixo de rotação do robô.	107
4.58	Corrente no motor0 segundo o eixo de rotação do robô.	108
4.59	Corrente no motor1 segundo o eixo de rotação do robô.	108
4.60	Corrente no motor2 segundo o eixo de rotação do robô.	109
4.61	Sinal de entrada dos motores.	109
4.62	Velocidade segundo a direcção v	110
4.63	Força de tracção segundo a direcção v	110
4.64	Corrente no motor1 segundo a direcção v	111
4.65	Corrente no motor3 segundo a direcção v	111
4.66	Velocidade segundo a direcção vn	112
4.67	Força de tracção segundo a direcção vn	112
4.68	Corrente no motor0 segundo a direcção vn	113
4.69	Corrente no motor2 segundo a direcção vn	113
4.70	Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.	114
4.71	Binário de rotação segundo o eixo de rotação do robô.	114
4.72	Corrente no motor0 segundo o eixo de rotação do robô.	115
4.73	Corrente no motor1 segundo o eixo de rotação do robô.	115
4.74	Corrente no motor2 segundo o eixo de rotação do robô.	116
4.75	Corrente no motor3 segundo o eixo de rotação do robô.	116

LISTA DE FIGURAS

5.1	Análise cinemática da velocidade normalizada do robô.	119
5.2	Análise cinemática da força de tracção normalizada do robô. . . .	120
5.3	Análise cinemática da velocidade normalizada do robô.	122
5.4	Análise cinemática da força de tracção do robô.	124
5.5	Análise polar da tensão aplicada aos motores.	125
5.6	Análise polar da velocidade do robô.	126
5.7	Análise gráfica da velocidade do robô.	127
5.8	Análise polar da tensão aplicada aos motores.	127
5.9	Análise polar da velocidade do robô.	128
5.10	Análise gráfica da velocidade do robô.	129
5.11	Velocidade simulada máxima para o robô de três rodas.	131
5.12	Velocidade simulada máxima para o robô de quatro rodas.	131
5.13	Velocidade simulada para o robô de três rodas.	132
5.14	Aceleração simulada para o robô de três rodas.	133
5.15	Velocidade simulada para o robô de quatro rodas.	133
5.16	Aceleração simulada para o robô de quatro rodas.	134
5.17	Análise da corrente simulada para o robô de três rodas.	136
5.18	Análise da corrente para o robô de três rodas.	136
5.19	Análise da corrente simulada para o robô de quatro rodas.	137
5.20	Análise da corrente para o robô de quatro rodas.	138
5.21	Contribuição do ângulo da roda para o desempenho do robô. . . .	142
5.22	Contribuição do ângulo da roda a velocidade do robô.	144
5.23	Contribuição do ângulo da roda a força de tracção no robô.	144

LISTA DE FIGURAS

Lista de Tabelas

3.1	Características do motor.	29
3.2	Características da caixa redutora.	29
4.1	Método 1 - Dados dos ensaios segundo o eixo de rotação do robô.	63
4.2	Método 1 - Coeficientes de atrito segundo o eixo de rotação do robô.	66
4.3	Método 2 - Coeficientes de atrito segundo a direcção v	68
4.4	Método 2 - Coeficientes de atrito segundo a direcção vn	71
4.5	Método 2 - Momento de inércia.	74
4.6	Método 1 - Dados dos ensaios segundo o eixo de rotação do robô.	75
4.7	Método 1 - Coeficientes de atrito segundo o eixo de rotação do robô.	78
4.8	Método 2 - Coeficientes de atrito segundo a direcção v	80
4.9	Método 2 - Coeficientes de atrito segundo a direcção vn	83
4.10	Método 2 - Momento de inércia.	86
4.11	Coeficientes de atrito e momento de inércia estimados.	88
4.12	Comparação entre velocidades e forças para robô de quatro rodas.	88
4.13	Ensaio Motor0.	89
4.14	Ensaio Motor1.	89
4.15	Ensaio Motor2.	89
4.16	Ensaio Motor3.	90
4.17	Resultados dos ensaios dos motores.	91
4.18	Validação dos parâmetros segundo a direcção v	95
4.19	Validação dos parâmetros segundo a direcção vn	96
4.20	Validação dos parâmetros segundo o eixo de rotação do robô.	97
4.21	Validação dos parâmetros segundo a direcção v	98
4.22	Validação dos parâmetros segundo a direcção vn	99

LISTA DE TABELAS

4.23	Validação dos parâmetros segundo o eixo de rotação do robô. . . .	99
4.24	Parâmetros gerais do modelo do robô.	101
4.25	Resistência do motor.	101
4.26	Parâmetros para o modelo do robô de três rodas.	101
4.27	Parâmetros para o modelo do robô de quatro rodas.	101
5.1	Análise cinemática da velocidade normalizada do robô.	118
5.2	Análise cinemática da força de tracção normalizada do robô. . . .	120
5.3	Análise cinemática da velocidade normalizada do robô.	121
5.4	Análise cinemática da força de tracção normalizada do robô. . . .	123
5.5	Análise dinâmica da velocidade do robô.	126
5.6	Análise dinâmica da velocidade do robô.	128
5.7	Análise da corrente para o robô de três rodas.	135
5.8	Análise da corrente para o robô de quatro rodas.	137
5.9	Análise das tensões de arranque.	139
5.10	Contribuição do ângulo da roda para o desempenho do robô. . . .	143

Nomenclatura

5DPO Equipa de Futebol Robótico da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

AGV *Automated Guided Vehicle*

CAD *Computer Aided Design*

CAM *Computer Aided Manufacturing*

CNC *Comand Numerical Control*

DEEC Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores

DC *Direct Current*

FEUP Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

f.e.m força contra electromotriz

MSL *Middle-Size League*

PWM *Pulse Width Modulation*

SSL *Small-Size League*

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O uso de robôs omnidirecionais, baseados em variantes de rodas Mecanum (11)(45) tem-se popularizado nos últimos anos. Estas rodas permitem a construção de robôs móveis capazes de se movimentar com velocidades linear, normal e angular independentes entre si. Essa particularidade dá origem a uma série de vantagens em termos de manobrabilidade muito importantes. Porém, em contraste com as plataformas mais convencionais, a investigação ao nível dos modelos dinâmicos não é tão intensa e há uma série de problemas importantes a estudar.

As configurações tradicionais para robôs omnidireccionais passam pelo uso de três e quatro rodas. Embora os sistemas baseados em três rodas sejam mais simples do que os de quatro, principalmente em termos mecânicos, os robôs com quatro rodas apresentam outras vantagens. Mantendo o mesmo tipo de motores, possuem maior aceleração, maior velocidade e melhor aderência em pisos complicados. No entanto estas vantagens são obtidas à custa de maiores custos de equipamento, maior consumo energético e as quatro rodas obrigam, na maior

parte dos casos, à existência de um sistema de amortecedores mecânicos em pelo menos uma delas, para se evitar a perda de contacto com o solo. As vantagens em termos de aceleração e velocidade estão também dependentes de factores como o tipo de rodas utilizadas e os atritos presentes em todo o sistema. Desta forma a solução óptima para utilização de robôs omnidireccionais de três ou quatro rodas depende de diversos factores, tais como:

- tamanho, peso e consequente forças de atrito;
- potência dos motores a utilizar;
- características das rodas;
- consumo e correspondente autonomia;
- custos associados ao aumento de complexidade e do número de componentes a utilizar;
- tipo de piso;
- aceleração e velocidade pretendida.

Desta forma, o ponto a partir do qual se torna vantajosa a utilização de quatro rodas não é claro e merece um estudo aprofundado.

1.2 Contexto

Este trabalho surge na sequência da ligação do autor à área da robótica móvel. Essa ligação foi conseguida através da inserção no grupo de Robótica (5DPO) (1) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, tendo participado em diversos projectos e competições robóticas. Dessas competições destaca-se a participação nas ligas de Futebol Robótico da *Robocup Federation* (41), tendo

participado directamente no projecto dos robôs da liga *Small Size*, contribuindo para a construção mecânica e desenvolvimento electrónico do mesmo. Este tipo de competições mostram-se uma excelente montra para a validação experimental dos resultados obtidos, motivando cada vez mais os investigadores a nível científico e tecnológico. Para que um robô possa jogar futebol é necessária a aplicação de várias técnicas, tais como: criação de agentes autónomos, colaboração multi-agentes, estratégia, percepção do ambiente, decisão em tempo real, fusão sensorial, etc. Mas o factor principal para que os robôs possam desempenhar da melhor forma a sua função, tem que ver com o seu sistema de locomoção.

1.3 Contribuições

Esta dissertação apresenta as seguintes contribuições de relevo:

- Apresentação das plataformas robóticas utilizadas neste projecto;
- Análise da configuração omnidireccional;
- Focagem no sistema de locomoção;
- Definição e apresentação de modelos cinemáticos e dinâmicos;
- Apresentação de modelos para motores *brushless*;
- Apresentação de métodos para estimação dos parâmetros para os modelos;
- Demonstração dos resultados obtidos para os modelos.

1.4 Estrutura

Este documento começa por abordar, no capítulo 2, os aspectos principais ligados à robótica móvel, nomeadamente os sistemas de locomoção existentes,

rodas omnidireccionais utilizadas nas plataformas e aplicações de robôs omnidireccionais.

No capítulo 3 são apresentadas as plataformas robóticas utilizadas para validação deste trabalho.

No capítulo 4 são apresentados os modelos representativos para as plataformas utilizadas, bem como os métodos utilizados para determinação dos seus parâmetros. No fim deste capítulo são apresentados os resultados obtidos para os parâmetros estimados, sendo feita uma comparação da simulação dos modelos com os ensaios reais realizados.

No capítulo 5 é feita uma análise de desempenho para as duas plataformas robóticas em estudo.

Finalmente são apresentadas as conclusões do trabalho e propostas para trabalho futuro.

Capítulo 2

Robótica Móvel

2.1 Introdução

Desde a sua criação os robôs têm sido usados nas mais diversas tarefas. De um modo geral os robôs são usados para execução de tarefas que o ser humano não deve, não pode ou não quer fazer, pois essas tarefas são, tradicionalmente:

- Trabalhos sujos;
- Tarefas repetitivas;
- Trabalhos em ambientes nocivos.

Genericamente os sistemas robóticos deverão ser usados quando, para um mesmo trabalho, o humano o faça com pior qualidade, mais lentamente ou com maior custo. A utilização de robôs móveis tem crescido nos últimos anos, devido à sua versatilidade, aumentando a motivação para a investigação neste campo de aplicação. As aplicações típicas associadas aos robôs móveis são:

- Segurança e vigilância;

2.2 Problemas Associados à Não Holonomia

- Procura e salvamento;
- Exploração planetária;
- AGVs industriais;
- Veículos autónomos para exploração aquática e aérea;
- Utilização em ambientes hostis.

A robótica móvel integra diversas áreas da engenharia, que proporcionam às aplicações um elevado grau de autonomia e robustez.

- Mecânica - configuração física, materiais, sistemas de tracção, localização dos sensores e actuadores;
- Electrónica - alimentação, comunicações, sensores e actuadores;
- Controlo - estabilidade;
- Informática - programação, algoritmos e plataformas de processamento.

2.2 Problemas Associados à Não Holonomia

Na robótica, o conceito de holonomia (2) está directamente ligado com a relação entre o número de graus de liberdade existentes e o número de graus de liberdade controláveis. Um robô não holonómico é caracterizado por ter um número de graus de liberdade controláveis inferior ao número de graus de liberdade efectivos, se forem iguais é holonómico e se for maior é redundante.

Em relação às configurações em estudo, a topologia de três rodas é holonómica, enquanto que a configuração de quatro rodas é redundante.

2.3 Sistemas de Locomoção

O sistema de locomoção é o mecanismo responsável pela movimentação do robô. Existem diversas configurações associadas aos robôs móveis, que se diferenciam pela configuração do sistema de locomoção usado, incluindo a motricidade e a direcção(12)(23).

2.3.1 Configuração Ackerman

Esta configuração é não holonómica e é semelhante a um carro com quatro rodas(2). Duas delas são responsáveis pela tracção do veículo e as outras duas pela direcção, sendo geralmente usada em veículos de elevada largura. A roda direccional interior apresenta um ângulo superior à exterior, e percorre menor distância. Normalmente esta configuração recorre a um diferencial para as rodas de tracção, apresentando apenas um motor. Na figura 2.1 é apresentado um esquema para esta configuração.

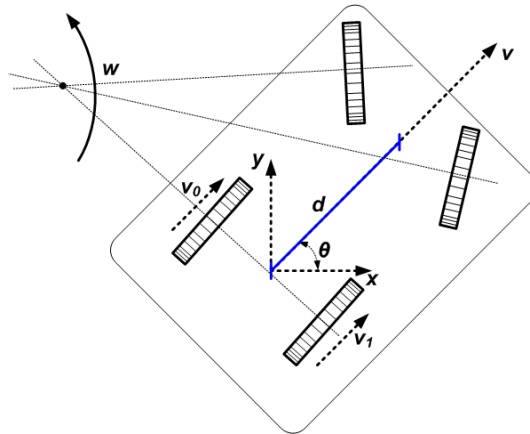


Figura 2.1: Configuração Akerman.

2.3.2 Configuração Triciclo

É igualmente uma configuração não holonómica, mas é menos estável quando comparada com a configuração Ackerman. A grande vantagem competitiva é o facto de ser mecânicamente mais simples devido a possuir menos uma roda. Uma das topologias possíveis apresenta apenas uma roda responsável pela tracção e direcção (25), ver figura 2.2.

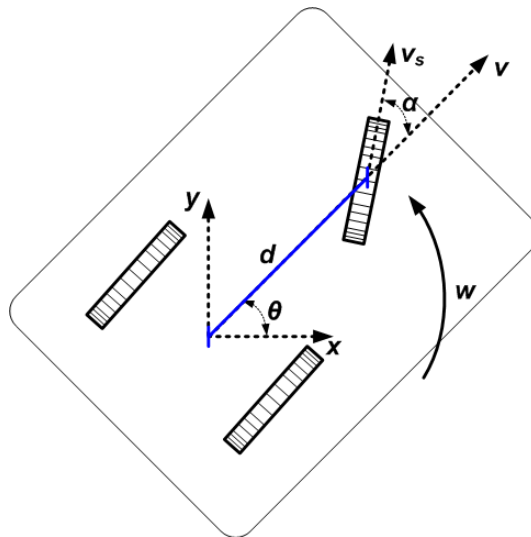


Figura 2.2: Configuração triciclo.

2.3.3 Configuração *Synchronous Drive*

Neste tipo de configuração cada roda tem a capacidade de ser controlada e direccionada, apresentando um movimento sincronizado. A topologia típica para este tipo de configuração passa pelo uso de três rodas dispostas sobre um triângulo equilátero, ver figura 2.3.

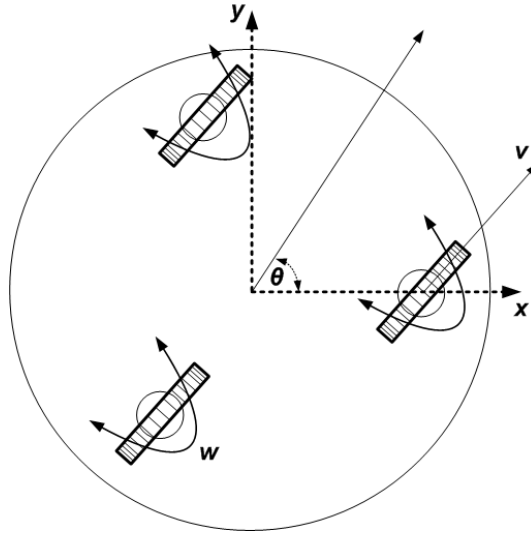


Figura 2.3: Configuração *Synchronous drive*.

As características mais relevantes desta configuração são:

- Todas as rodas são motoras e direccionais;
- Um conjunto de correias faz girar as rodas sincronizadamente e à mesma taxa;
- Um outro conjunto de correias dá tracção às rodas;
- Pode mover-se linearmente em qualquer direcção após rotação das rodas.

2.3.4 Configuração Diferencial

A configuração diferencial(54) é, talvez, o mecanismo mais simples para locomoção de um robô móvel. Nesta configuração cada roda é ligada a um motor independente, podendo apresentar direcção e velocidades diferentes, ver figura 2.4.

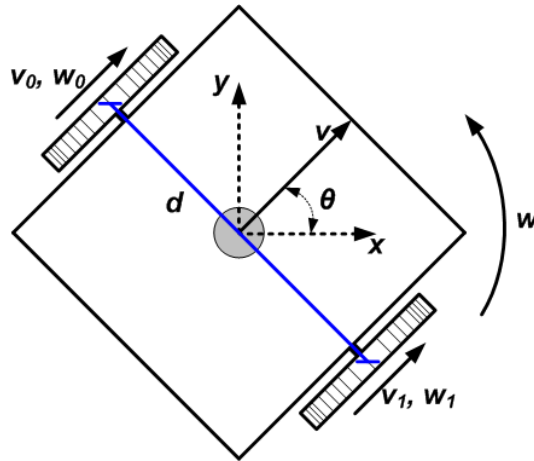


Figura 2.4: Configuração diferencial.

Esta configuração apresenta com principais características:

- Duas rodas motorizadas independentes;
- Existência de um terceiro apoio para estabilidade (roda livre ou apoio);
- Robô pode rodar sobre si.

A configuração diferencial apresenta como principais problemas:

- Não é possível efectuar movimentos de translação segundo o eixo que passa pelos veios dos motores;
- Não holonómico.

2.3.5 Configuração Omnidireccionais

O conceito associado à omnidireccionalidade tem por base, o facto do robô se poder mover em qualquer direcção sem que seja necessário qualquer rotação prévia. Isto permite que o robô seja mais rápido e elegante, quando comparado

com as configurações apresentadas anteriormente, que são bastante mais restritivas. Um robô omnidireccional é capaz de realizar facilmente tarefas em ambientes congestionados com obstáculos estáticos e dinâmicos. Para se conseguir alcançar o conceito de omnidireccionalidade são necessárias apenas três rodas; contudo estas terão que ter mobilidade omnidireccional, ver secção 2.4.4. Este tipo de locomoção é cada vez mais comum, sendo muitos os robôs que a utilizam (7)(15)(38)(40). Mais à frente serão apresentadas as topologias típicas para esta configuração e seus modelos.

2.4 Rodas Omnidireccionais

As rodas omnidireccionais(42) são cada vez mais populares, pois permitem que uma determinada plataforma se mova de um local para outro sem qualquer rotação inicial. A maioria das rodas omnidireccionais existentes são baseadas no seguinte princípio:

→ A roda é responsável pela tracção na direcção perpendicular ao eixo do motor; por outro lado, permite deslizar na direcção do seu eixo.

Para garantir a característica associada à omnidireccionalidade é necessário que as rodas tenham pouco atrito na direcção do eixo do motor, facilitando o movimento segundo esta direcção. Durante o deslocamento do robô podem ser combinados movimentos de translação e rotação, fazendo com que o robô possa chegar ao local de destino com um determinado ângulo desejado.

2.4.1 Rodas Mecanum - "Ilon"

A primeira roda omnidireccional semelhante às usadas na actualidade, foi desenvolvida pelo Sueco Bengt Ilon no ano de 1973, ver figura 2.5.

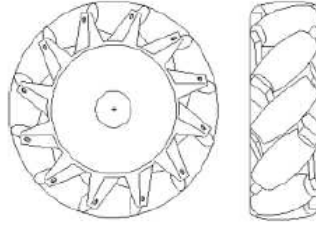


Figura 2.5: Roda Ilon.

Posteriormente, foram desenhadas as rodas Mecanum que são muito semelhantes às "Ilon", e que têm merecido um estudo bastante aprofundado. A roda Mecanum convencional(11)(45) é baseada numa roda central com rolos colocados na sua periferia, orientados com um determinado ângulo, ver figura 2.6.

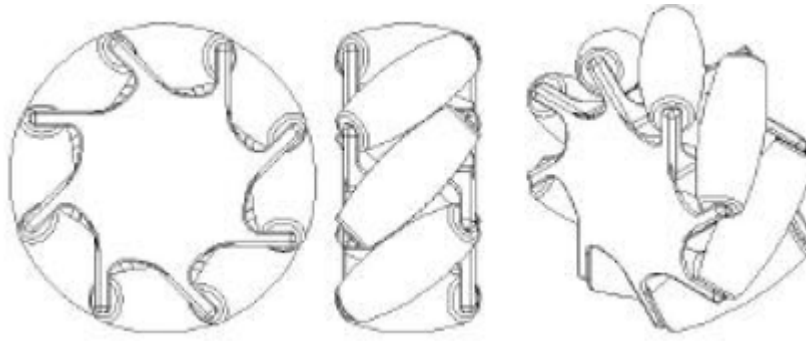


Figura 2.6: Roda Mecanum tradicional.

Este tipo de rodas apresenta uma boa capacidade de carga, mas tem como principal desvantagem o mau desempenho em superfícies inclinadas ou irregulares, devido à possibilidade da borda da roda fazer contacto com a superfície, fazendo com que a roda não funcione correctamente, ver figura 2.7.

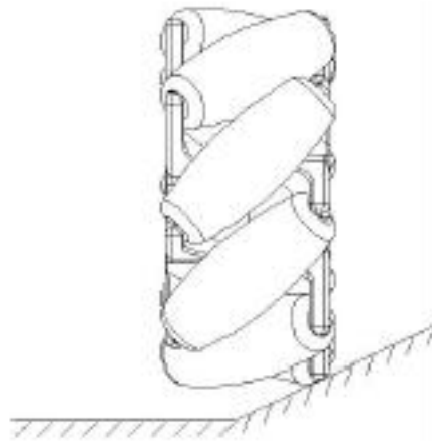


Figura 2.7: Roda Mecanum num plano inclinado.

No intuito de tentar eliminar ou aliviar este problema, foi encontrada uma solução que passou por dividir os rolos em dois, ver figura 2.8.

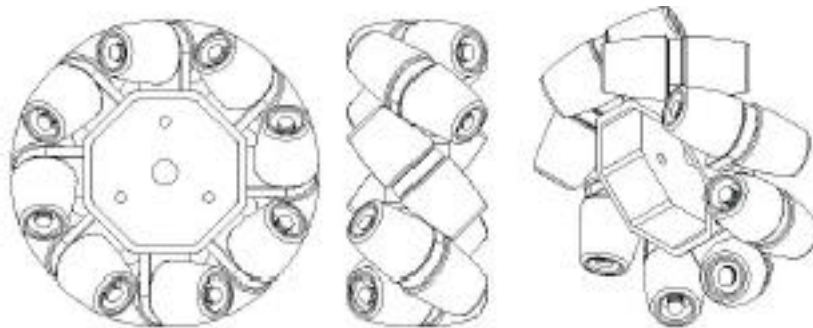


Figura 2.8: Roda Mecanum com rolos montados centralizados.

Para que um veículo que usa as rodas Mecanum apresente movimento omnidireccional, as rodas devem ser colocadas segundo a configuração que se pode observar na figura 2.9.

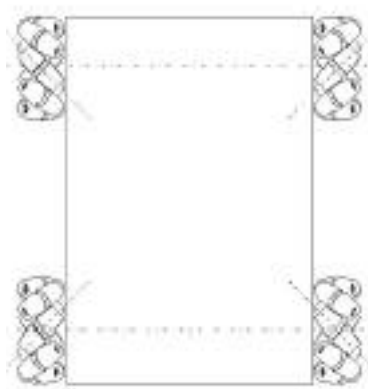


Figura 2.9: Configuração das rodas Mecanum para um veículo omnidireccional.

A grande desvantagem destas rodas surge quando se pretende realizar um movimento diagonal. Para este movimento ser possível é necessário actuar numa das rodas dianteiras e a traseira oposta, enquanto que as outras duas fazem atrito ao movimento.

2.4.2 Roda Mecanum Melhorada

Para aumentar a eficiência dos robôs móveis, foi desenhada uma nova roda Mecanum(11), que permite reduzir o atrito, aumentando por sua vez a performance dos mesmos. Este tipo de rodas é semelhante às apresentadas na secção anterior, apresentando um mecanismo que permite a alteração do ângulo dos rolos. Foram criados dois mecanismos para serem utilizados durante movimentos frontais e diagonais. O primeiro mecanismo foi pensado para melhorar a eficiência nos movimentos frontais. Assim, durante este tipo de movimento o mecanismo bloqueia os rolos de modo a que formem um ângulo de 0° , fazendo com que a roda Mecanum se assemelhe a uma roda normal. Como contrapartida o robô pode deslizar para o lado se estiver sujeito a uma pequena inclinação. Quando a plataforma pretende mover-se para os lados o dispositivo mecânico desbloqueia

os rolos, permitindo que a roda tenha a flexibilidade necessária, ver figura 2.10.

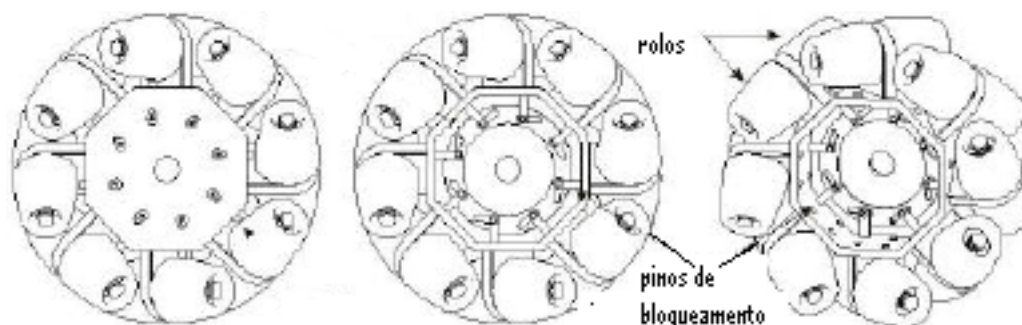


Figura 2.10: Rodas Mecanum com bloqueamento dos rolos.

O segundo mecanismo é mais eficiente, mas mecanicamente mais complexo, ver figura 2.11, pois tem a capacidade de fazer rodar o rolos 135° sobre si, ajustando-os para um ângulo que melhore a performance e a eficiência da plataforma. Este mecanismo permite igualmente bloquear os rolos para utilização em movimentos frontais, mas a principal vantagem passa pela sua utilização em movimentos diagonais, ficando os rolos orientados com um ângulo de 135° .

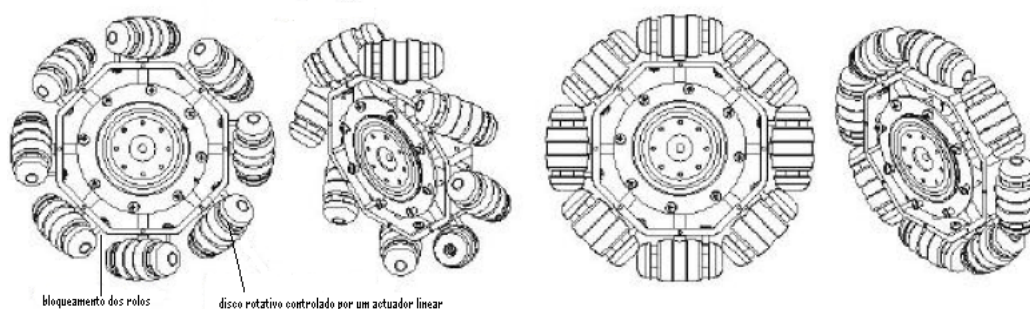


Figura 2.11: Roda Omnidireccional Mecanum.

Nas imagens seguintes é apresentada uma comparação entre as rodas Mecanum convencionais e as melhoradas(11). A seta verde mostra o sentido de movimento, enquanto que as setas vermelhas mostram a força produzida pelas rodas. As setas

circulares mostram o sentido de movimento.

Na figura 2.12 é feita a comparação das rodas segundo o movimento frontal. Verifica-se que usando as rodas convencionais, figura 2.12(a), é criada uma força para o interior pelas rodas da frente, enquanto que as rodas traseiras criam uma força para o exterior. Como estas forças são de valor absoluto igual mas de sinal contrário, cancelam-se entre si, desta forma, a força resultante é proveniente apenas da rotação das quatro rodas. Usando as rodas Mecanum melhoradas, ver 2.12(b), as perdas são bastante menos significativas.

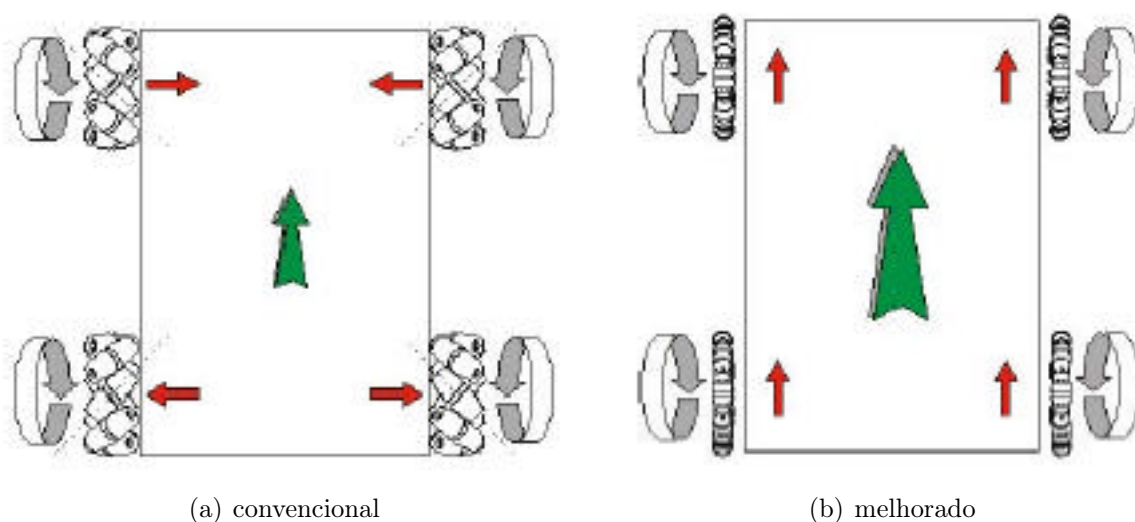


Figura 2.12: Configuração para movimento frontal.

Na figura 2.13 é feita a comparação para o movimento diagonal. Usando as rodas Mecanum convencionais, figura 2.13(a), o movimento é conseguido através da actuação de uma das rodas frontais e a oposta traseira. As outras duas rodas produzem um atrito considerável, diminuindo a eficiência da plataforma. Usando as rodas Mecanum melhoradas, figura 2.13(b), verifica-se que as quatro rodas são responsáveis pelo movimento, desta forma, a força resultante é superior.

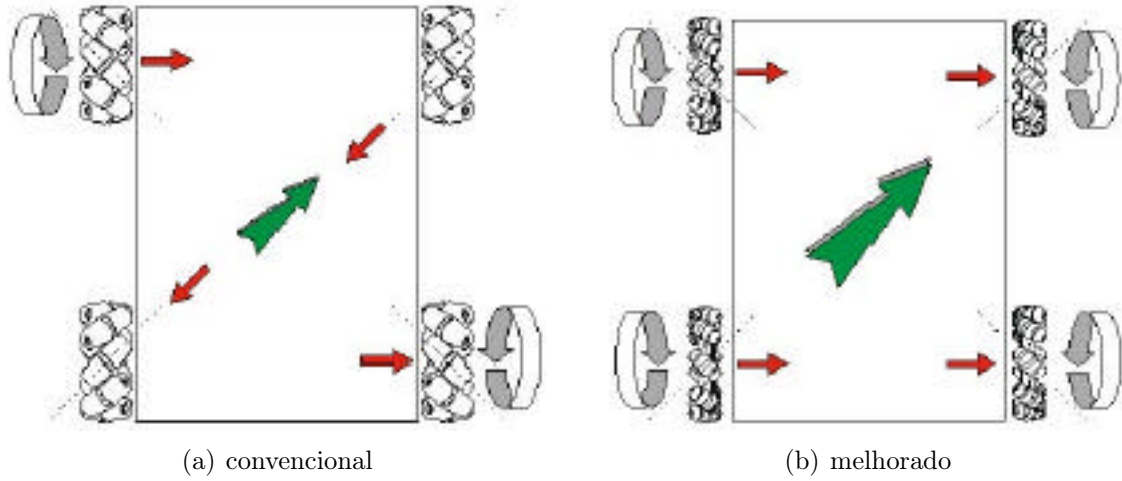


Figura 2.13: Configuração para movimento diagonal.

2.4.3 Roda Omnidireccional Comercial

Este tipo de roda omnidireccional é constituída por dois anéis de *rollers* colocados na periferia da roda principal. À medida que a roda vai rodando, o ponto de contacto muda de um anel para o outro, ver figura 2.14.



Figura 2.14: Roda omnidireccional comercial.

Alguns robôs diferenciais utilizam estas rodas como apoio, devido a provo-

carem muito pouco atrito e movimentarem-se em qualquer direcção, ver figura 2.15.

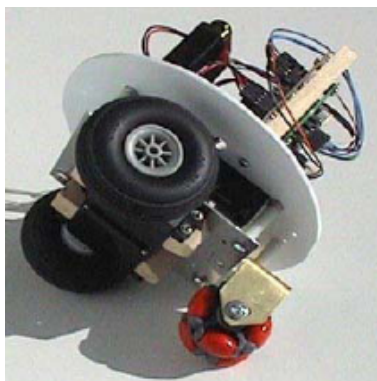


Figura 2.15: Robô diferencial com apoio omnidireccional.

Inicialmente estas rodas foram criadas para serem utilizadas em tapetes omnidireccionais, ver figura 2.16



Figura 2.16: Tapetes omnidireccionais.

2.4.4 Roda Omnidireccional Convencional

As rodas omnidireccionais convencionais(43)(44) são mecanicamente simples, apresentando alta capacidade de carga e elevada tolerância para trabalhar em superfícies irregulares. São compostas por pequenas rodas montadas no perímetro da roda principal, tal como pode ser observado na figura 2.17.



(a) 5DPO - Universidade do Porto



(b) FUFighters - Universidade de Berlim (Alemanha)

Figura 2.17: Roda Omnidireccional convencional.

Tipicamente, este tipo de roda não é comercializada. Existem vários robôs que utilizam estas rodas sendo, genericamente, desenhadas à medida da aplicação, aumentando o desempenho dos robôs.

2.5 Aplicações de Robôs Omnidireccionais

A utilização de robôs omnidireccionais tem sido cada vez mais comum, como, por exemplo, em cadeiras de rodas para deficientes, onde as vantagens de mobilidade são evidentes, passando pelo entretenimento e pelas competições nacionais e internacionais de futebol robótico, onde participam Universidades e Institutos do Ensino Superior. Nestes encontros científicos, os investigadores da robótica móvel de todo o mundo encontram-se para apresentarem e testarem os seus projectos e desenvolvimentos, bem como participar em provas de elevada complexidade (futebol robótico, busca e salvamento, entre outras). Nas figuras seguintes são apresentados vários robôs omnidireccionais de equipas que participam nestas competições.

2.5 Aplicações de Robôs Omnidireccionais



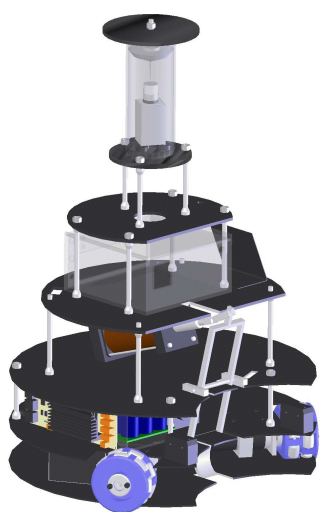
(a) 5DPO - Universidade do Porto - 2006



(b) 5DPO - Universidade do Porto - 2007



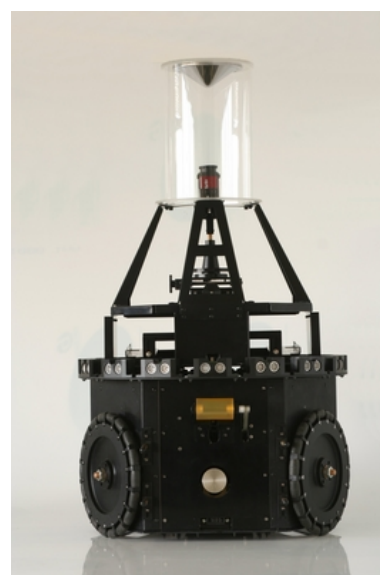
(c) Cambada - Universidade de Aveiro



(d) MinhoTeam - Universidade do Minho



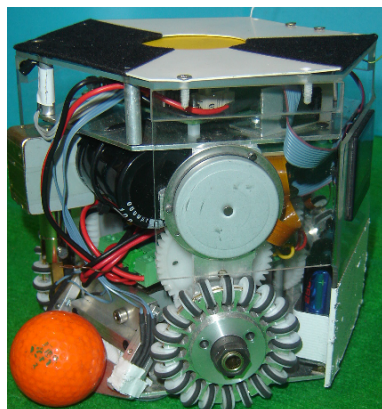
(e) Tribots - Universidade de Osnabruck (Alemanha)



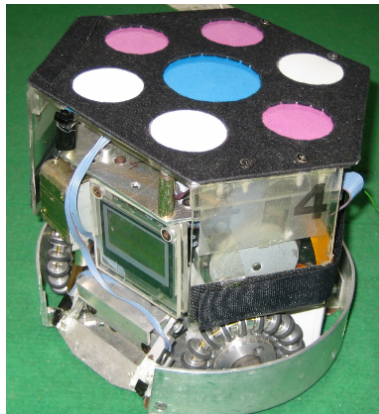
(f) IST - Instituto Superior Técnico

Figura 2.18: Equipas de futebol robótico (MSL League).

2.5 Aplicações de Robôs Omnidireccionais



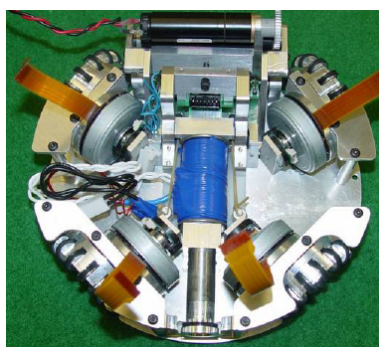
(a) 5DPO - Universidade do Porto - 2006



(b) 5DPO - Universidade do Porto - 2007



(c) Field Rangers - Politécnico de Engenharia Electrónica (Sin- gapura)



(d) CMDragons - Universidade de Carnegie Mellon (EUA)

Figura 2.19: Equipas de futebol robótico (SSL League).

Existem várias aplicações de cadeiras de rodas com configuração omnidireccional. A Universidade de Western na Austrália⁽⁵⁶⁾ e o Grupo de Automação e Robótica da Universidade do Minho desenvolveram uma aplicação desta natureza. Sendo que o protótipo desenvolvido pela Universidade do Minho é actualmente comercializada pela empresa SAR - Soluções de Automação e Robótica ⁽⁴⁶⁾. As cadeira de rodas tradicionais apresentam como maior problema a dificuldade de movimentação num espaço reduzido, pois não se podem movimentar para os lados. Com o uso de uma configuração omnidireccional isto já é possível, aumentando

2.5 Aplicações de Robôs Omnidireccionais

largamente a sua performance, ver figura 2.20.



(a) Universidade de Western (b) SAR - Soluções em Au-
(Austrália) tomção e Robótica

Figura 2.20: Cadeiras de rodas omnidireccionais.

Capítulo 3

Descrição da Plataforma Robótica

3.1 Introdução

No decurso deste trabalho foi desenvolvido um protótipo capaz de realizar todas as tarefas e ensaios necessários à sua validação. O robô foi completamente desenvolvido na FEUP, tanto a parte mecânica como a parte electrónica. O principal objectivo deste trabalho centra-se na comparação de plataformas robóticas omnidireccionais com três e quatro rodas. Como o grupo de controlo e robótica da FEUP (5DPO) não possui plataformas semelhantes com a possibilidade de ter configurações diferentes, foi necessário construir este protótipo. Desta forma é assegurada uma comparação bastante rigorosa entre as duas configurações em estudo, já que a igualdade das características comuns é assegurada. O protótipo desenvolvido tem a possibilidade de alteração de três para quatro rodas de uma forma fácil e rápida, sem que para isso se tenha de mexer na estrutura global de suporte, ver figura [3.1](#)

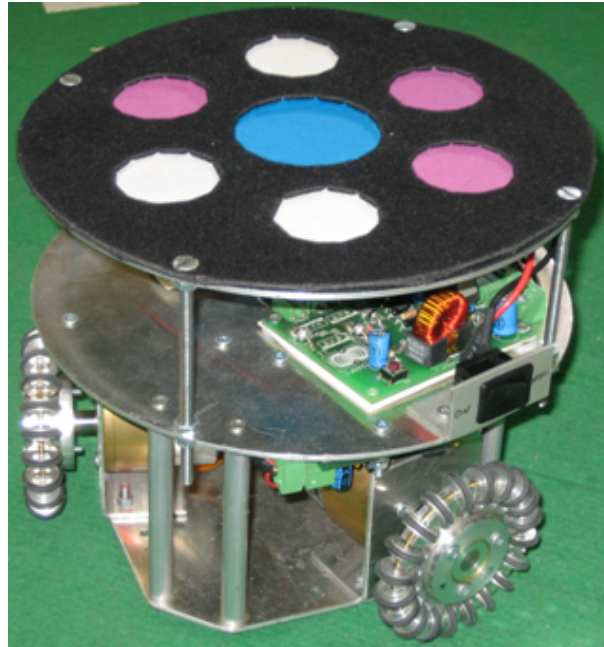


Figura 3.1: Plataforma robótica.

3.2 Projecto Mecânico

O projecto mecânico é fundamental para o bom funcionamento da plataforma robótica.

A partir do projecto mecânico é possível fazer a estruturação de todas as peças presentes no robô, partes mecânicas, motoras, electrónicas, actuadores e sensores. O projecto mecânico pode ser desenvolvido usando para isso software do tipo CAD - *Computer Aided Design* e CAM - *Computer Aided Manufacturing*. Normalmente nos CAD são desenhadas as peças, enquanto que nos CAM são projectados todas as operações para execução das peças desenhadas. Uma vez que os melhores CAD existentes apresentam compatibilidade directa com os programas CAM, todas as operações necessárias ao desenvolvimento de peças mecânicas fica facilitado. Contudo, é possível conceber todo o projecto apenas nos CAM, pois

3.2 Projecto Mecânico

apresentam na maioria dos casos os requisitos necessários ao utilizador. Os CAM permitem, igualmente, fazer uma simulação da manufatura dos componentes projectados, prevendo desta forma qualquer anomalia no projecto. Na Figura 3.2 é possível observar o aspecto do software CAM (MasterCAM)¹ utilizado durante uma simulação. Durante a simulação é possível introduzir as ferramentas utilizadas posteriormente na manufatura e velocidades de execução, podendo ser observado o resultado da peça, bem como o tempo de execução.

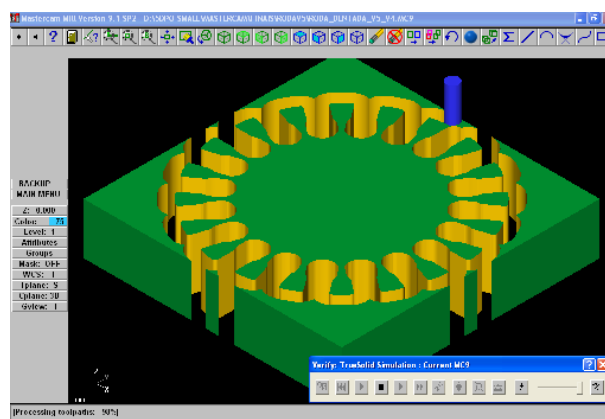
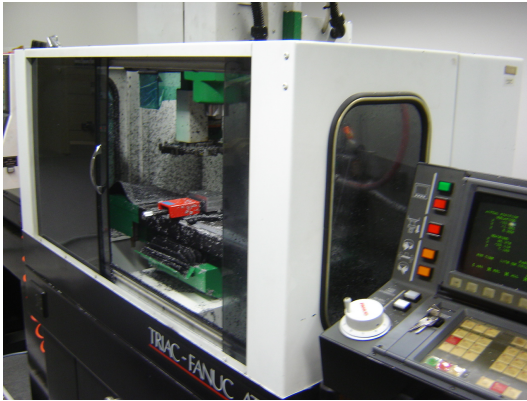


Figura 3.2: Software MasterCAM.

A quase totalidade das peças mecânicas projectadas foram executadas em máquinas de comando numérico (CNC), pertencentes ao Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores(DEEC) da FEUP, ver figura 3.3. Também as rodas omnidireccionais usadas no robô foram projectadas na FEUP. Estas rodas são constituídas por uma roda principal e por outras rodas mais pequenas colocadas perpendicularmente no seu perímetro, como descrito na secção 2.4.4.

¹Durante a execução da dissertação, o autor participou num curso de aprendizagem do software MasterCam, na empresa GrandSoft.



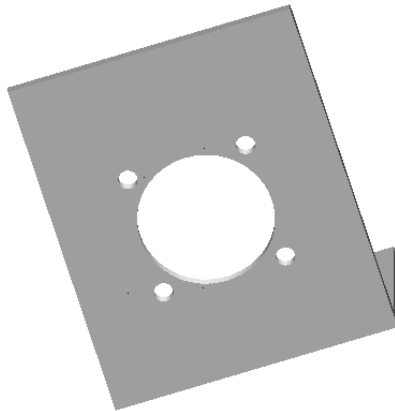
(a) Fresa CNC



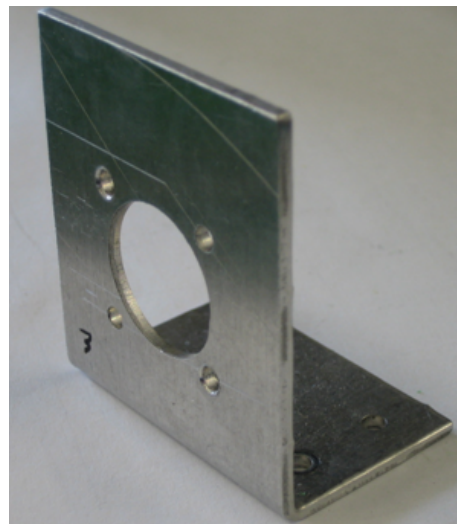
(b) Torno CNC

Figura 3.3: Máquinas CNC utilizadas.

Nas figuras 3.4 a 3.7 são apresentados alguns desenhos 3D e fotografias de componentes do robô, projectados no software CAM (MasterCAM).

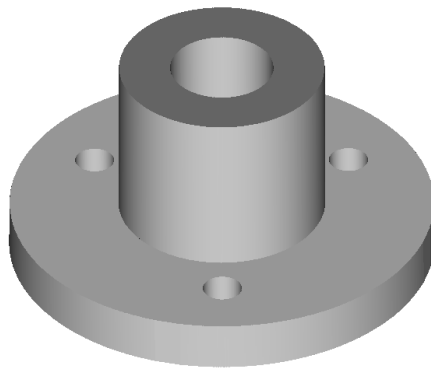


(a) Desenho 3D



(b) Peça

Figura 3.4: Suporte dos motores.

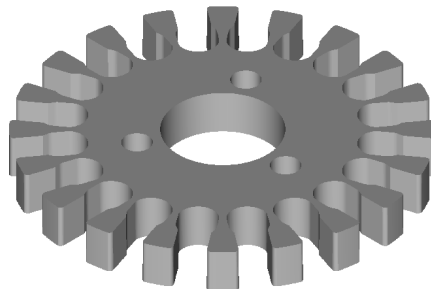


(a) Desenho 3D



(b) Peça

Figura 3.5: Suporte das rodas.



(a) Desenho 3D



(b) Peça

Figura 3.6: Rodas omnidireccionais.

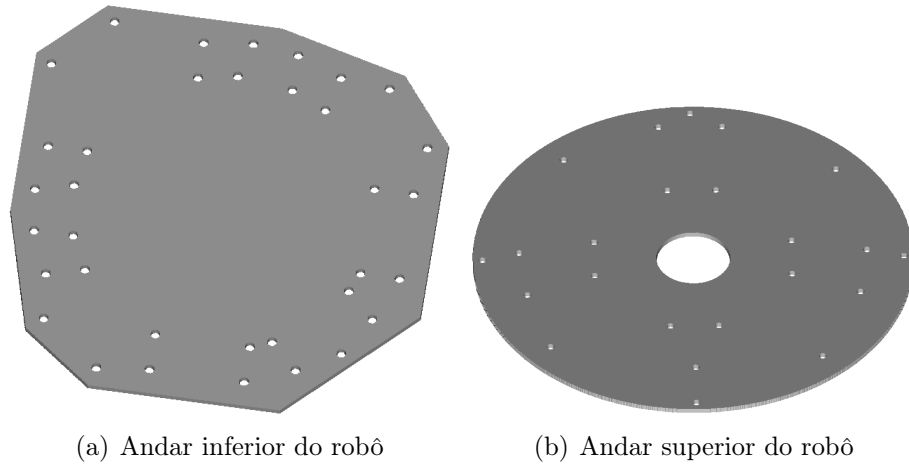


Figura 3.7: Desenhos 3D das bases de suporte do robô.

3.3 Sensores e Actuadores

Para a locomoção do robô foram usados motores *brushless* DC de três enrolamentos, com a referência "EC 45 flat 30 W" da Maxon Motor(34). Este tipo de motor foi escolhido, principalmente devido à sua capacidade em aplicações de elevada performance, como por exemplo, acelerações e desacelerações bruscas(20). Na secção 4.3 é feita uma descrição mais detalhada destes dispositivos. Na tabela 3.1 são apresentadas as suas principais características.

Tabela 3.1: Características do motor.

Características	Valores de referência
Potência	30 <i>W</i>
Tensão de alimentação	12 <i>V</i>
Velocidade em vazio	4370 <i>rpm</i>
Corrente em vazio	151 <i>mA</i>
Velocidade nominal	2860 <i>rpm</i>
Corrente nominal	2.14 <i>A</i>
Corrente de arranque	10 <i>A</i>
Resistência entre fases	1.2 Ω
Indutância entre fases	0.56 <i>mH</i>
Constante de binário	25.5 <i>mNm/A</i>
Constante de velocidade	374 <i>rpm/V</i>

De modo a aumentar o binário nas rodas foi acoplada ao motor uma caixa redutora "5:1 GS45" da Maxon Motor(34). Na tabela 3.2 são apresentadas as características principais da caixa redutora utilizada.

Tabela 3.2: Características da caixa redutora.

Características	Valores de referência
Redução	51/10
Momento de inércia	3.7 <i>gcm²</i>
Peso	224 <i>g</i>

Na figura 3.8 é apresentado o conjunto motor-caixa redutora.

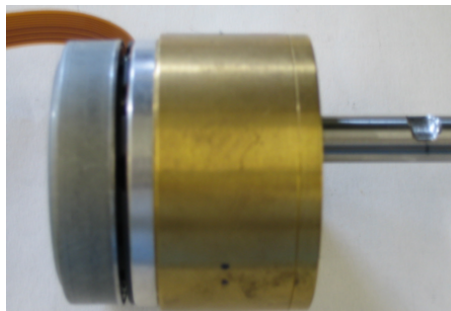


Figura 3.8: Motor e caixa redutora.

O robô não necessita de um elevado número de sensores, possuindo apenas sensores para detecção da posição de cada motor. São utilizados sensores de efeito de Hall, que são fornecidos com os motores. Na figura 3.9 é apresentado o método de detecção da posição dos motores com sensores desfasados de 120° .

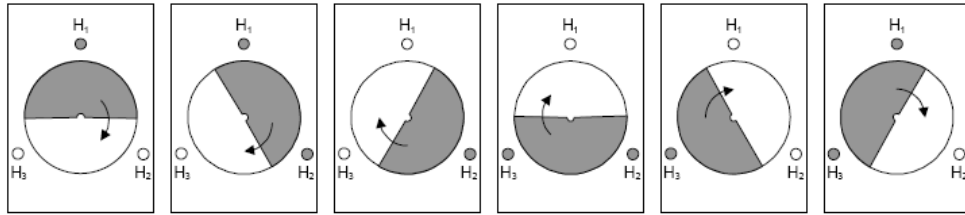


Figura 3.9: Sensores de efeito de Hall.

Todos os ensaios realizados foram suportados por um sensor externo, responsável pela detecção da posição do robô (x, y, θ) . O sensor utilizado foi uma câmara CCD colocada sobre o campo de ensaio, captando uma imagem a cada $40ms$ ¹. Na figura 3.10 é apresentada uma imagem captada pela câmara.

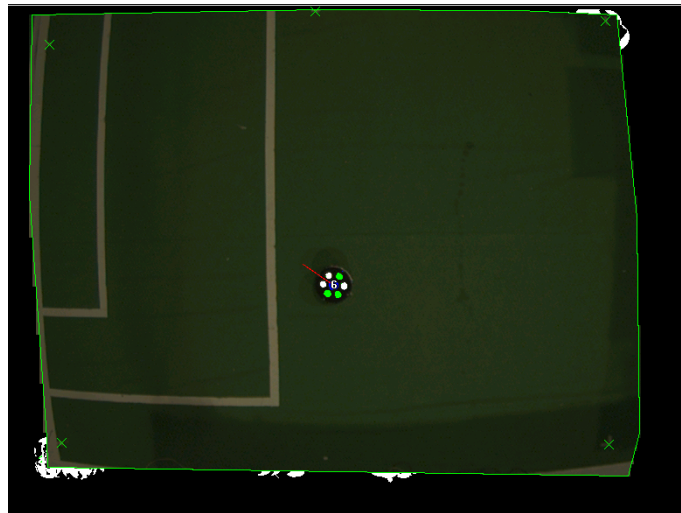


Figura 3.10: Sensor externo para leitura da posição do robô.

¹O evento de chegada de imagem é usado com sinal de sincronismo do software de controlo.

3.4 Projecto Electrónico

Cada motor é controlado por um micro-controlador dedicado do tipo "Atmega8" da Atmel(3). Entre o micro-controlador e o motor existe um *drive* de potência que é responsável pelo envio dos sinais trifásicos para o motor. O *drive* utilizado foi o L6235(30)(47), que apenas recebe um sinal de tensão em PWM, cujo *duty cycle* indica a fracção da tensão de alimentação desejada para o motor, bem como, um sinal binário correspondente ao sentido de movimento. Na figura 3.11 é apresentada a arquitectura de controlo do motor.

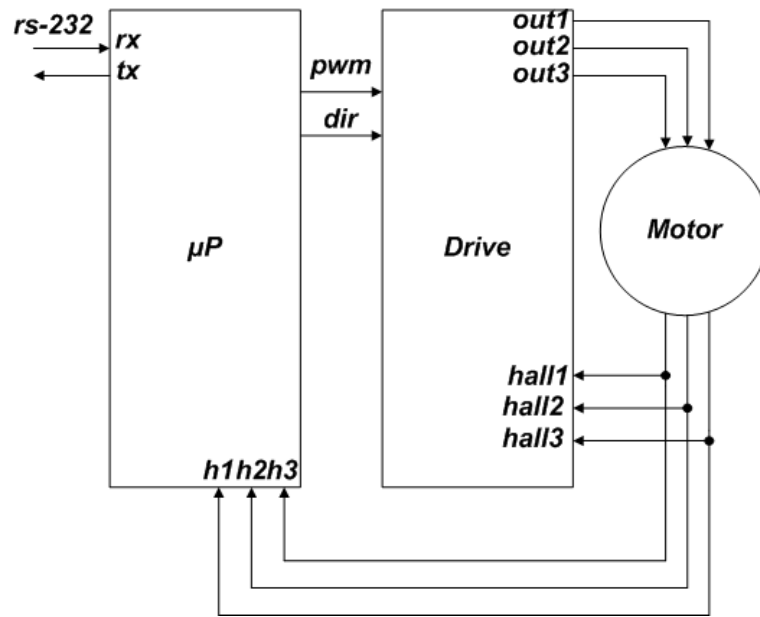
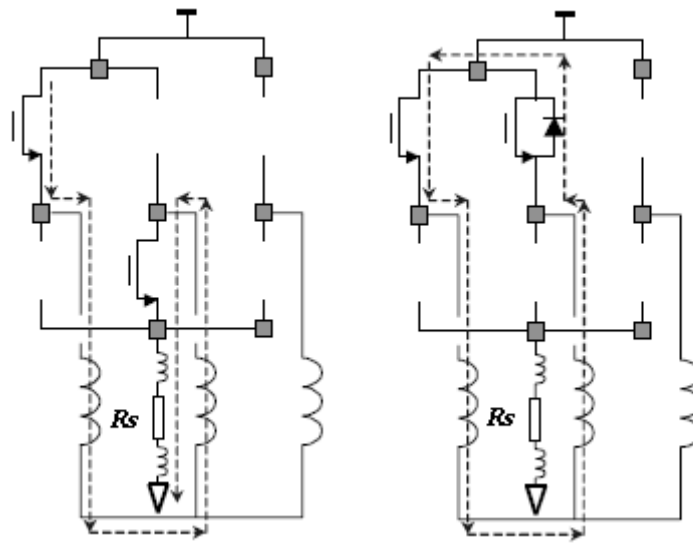


Figura 3.11: Arquitectura da placa de controlo dos motores.

Tal como se irá verificar no capítulo seguinte, é necessário saber qual a corrente consumida por cada motor, de modo a determinar o valor da força de tracção aplicada em cada roda. No *drive* de potência existe uma resistência, através da qual é possível fazer-se a leitura da corrente no motor. Esse sinal passa por um filtro passa-baixo RC, antes de ser lido pelo micro-controlador. O valor lido é

equivalente a ler a corrente média no motor. A resistência R_s está colocada na parte inferior da ponte de transístores do *drive* de potência, tal como apresentado na figura 3.12. Na figura 3.12(a) é possível observar o comportamento da ponte de transístores, durante o ciclo ON do sinal de PWM.



(a) Ciclo ON do sinal de PWM (b) Ciclo OFF do sinal de PWM

Figura 3.12: Ponte de transístores do *drive* de potência.

Durante o ciclo ON do sinal de PWM é possível medir a corrente que passa no motor. Contudo, isso não é possível quando o sinal de PWM está no ciclo OFF, devido à corrente permanecer dentro de um circuito fechado sem passar pela resistência R_s , tal como pode ser observado na figura 3.12(b).

Desta forma, é necessário estimar a corrente durante o ciclo OFF. Foram realizados vários ensaios, onde foi possível verificar que a forma de onda da corrente é aproximadamente quadrada, pois o *ripple* é bastante pequeno, o que equivale a dizer que o valor médio da corrente é igual ao valor eficaz, tal como é apresentado na figura 3.13.

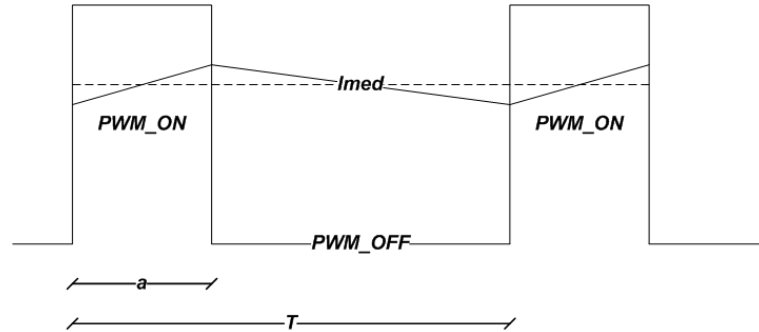


Figura 3.13: Estimação do valor da corrente no motor.

Assim podemos estimar a corrente no motor usando a equação 3.1.

$$I_{RMS} = \frac{I_{med} \cdot T}{a} \quad (3.1)$$

3.5 Software de Controlo

O controlo do robô é feito através de uma aplicação executada num computador externo. Os comandos podem ser enviados para o robô por comunicação série ou via *wireless*. No que diz respeito à alimentação do robô, pode ser feita através de baterias colocadas no interior do robô, ou através de um cabo de alimentação ligado a uma fonte de alimentação externa. Contudo, a maior parte dos ensaios foram realizados usando comunicação série e alimentação externa. Optou-se por esta configuração, por um lado, para garantir que as comunicações são 100% realizadas, e por outro lado, realizar todos os ensaios sempre com a mesma tensão de alimentação, aumentando a fiabilidade dos resultados obtidos e comparação entre eles.

Capítulo 4

Caracterização e Modelação de Robôs Móveis Omnidireccionais

4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os modelos cinemático e dinâmico para as duas configurações em estudo. É feita uma abordagem às forças de atrito presentes no sistema, sendo apresentados vários métodos para determinação dos coeficientes de atrito e restantes parâmetros dos modelos dos robôs. O primeiro método é baseado na análise da velocidade do robô em regime permanente, o segundo é baseado em ensaios com forças de tracção nulas. Finalmente é feita uma validação dos parâmetros, através da aproximação por variáveis instrumentais.

É apresentado um estudo sobre motores *brushless* DC, bem como a estimação dos parâmetros para o modelo do motor.

Finalmente é feita uma simulação dos modelos, comparando o resultado das simulações com resultados obtidos através de ensaios experimentais.

4.2 Modelação e Identificação de Robôs Móveis Omnidireccionais

De modo a aumentar o desempenho dinâmico de robôs, muitos têm sido os estudos de modelos dinâmicos (4)(8)(26)(50)(55) e cinemáticos (4)(28)(29)(35)(57). As estruturas em estudo são baseadas em sistemas dinâmicos lineares e não lineares e a determinação dos seus parâmetros tem sido alvo de contínua investigação (8)(16)(22)(36). Uma vez construído o modelo dinâmico é necessário fazer a estimação dos seus parâmetros. O método mais comum para identificação de parâmetros de robôs baseia-se em modelos lineares (33)(Mínimos quadrados, Variáveis Instrumentais e toda uma série de variantes iterativas que aplicam Mínimos Quadrados repetidamente sobre dados prefiltrados de modo a branquear o ruído para minimizar o enviesamento da estimativa).

Contudo, os sistemas existentes são naturalmente não-lineares (24), sendo a estimação de parâmetros e do estado, neste caso, mais complexa e os métodos existentes (17)(18)(50) têm de ser adaptados para a estrutura do modelo e do ruído em causa. Naturalmente, para sistemas não lineares os métodos disponíveis não são genéricos e o problema agrava-se se houver dificuldade em obter medidas com níveis de ruído suficientemente baixo. Torna-se portanto interessante uma abordagem focada nos modelos mais adequados para os robôs móveis omnidireccionais.

Certos robôs mais leves requerem modelos onde os parâmetros associados à derrapagem das rodas são muito importantes pois condicionam fortemente o desempenho do robô (5)(13)(14)(19)(37)(49). Como esse género de parâmetros pode variar quando o robô se desloca de uma superfície para outra, aparece a situação em que os parâmetros variam ao longo da missão. Quando o sistema em causa tem os seus parâmetros alterados ao longo do tempo, mostra-se necessário

4.2 Modelação e Identificação de Robôs Móveis Omnidireccionais

estimar as alterações dos parâmetros em tempo real (9)(48)(52).

Foram utilizadas duas topologias para realização do trabalho proposto:

- Três rodas - desfasadas de 120° , ver figura 4.1;
- Quatro rodas - desfasadas de 90° , ver figura 4.2.

Nas figuras 4.1 e 4.2 são apresentadas as configurações para os robôs de três e quatro rodas, bem como o sentido de todas as forças e velocidades presentes no sistema robótico.

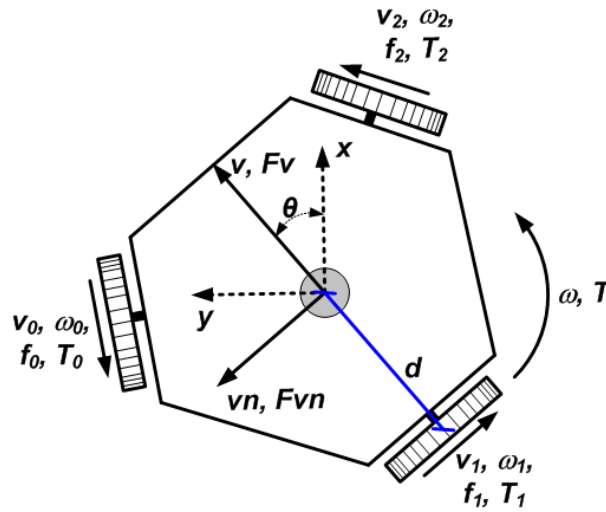


Figura 4.1: Robô de três rodas.

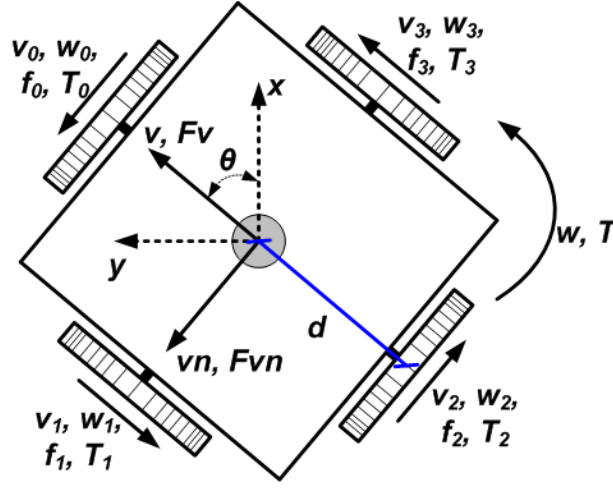


Figura 4.2: Robô de quatro rodas.

em que:

- d [m] - Distância entre o ponto central do robô e as rodas;
- v_0, v_1, v_2, v_3 [m/s] - Velocidade linear das rodas;
- w_0, w_1, w_2, w_3 [rad/s] - Velocidade angular das rodas;
- f_0, f_1, f_2, f_3 [N] - Força de tracção nas rodas;
- T_0, T_1, T_2, T_3 [N · m] - Binário de tracção nas rodas;
- v, vn [m/s] - Velocidade linear do robô;
- w [rad/s] - Velocidade angular do robô;
- F_v, F_{vn} [N] - Força de tracção no robô segundo as direcções v e vn ;
- T [N · m] - Binário de rotação no robô segundo o seu eixo de rotação.

Para o desenvolvimento deste estudo foram usados vários factores de comparação. Dos factores apresentados na secção 1.1, foram comparados os tamanho,

peso, atrito, consumo, aceleração e velocidade, mantendo-se constante a potência dos motores, características das rodas e tipo de piso.

4.2.1 Modelo Cinemático

Na robótica móvel, a cinemática é aplicada ao movimento dos robôs ignorando as forças e as massas, considerando apenas velocidades e posições. A cinemática apenas tem que ver com as relações geométricas que regem o sistema físico.

Sabendo a posição do robô (x, y, θ) ao longo do tempo, é possível calcular as velocidades (v_x, v_y, w) a partir da derivada, tal como apresentado nas equações 4.1, 4.2 e 4.3.

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad (4.1)$$

$$v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} \quad (4.2)$$

$$w(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (4.3)$$

em que:

- x, y [m] - Posição do robô;
- θ [rad] - Posição angular do robô;
- v_x, v_y [m/s] - Velocidade linear do robô segundo os referenciais x e y .

A partir das velocidades lineares v_x e v_y é possível calcular as velocidades lineares v e vn , pela equação da cinemática.

$$\begin{bmatrix} v(t) \\ vn(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) & \sin(\theta(t)) & 0 \\ -\sin(\theta(t)) & \cos(\theta(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

A partir da cinemática inversa é possível determinar as velocidades v_x e v_y , tal como pode ser observado na seguinte equação.

$$\begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) & -\sin(\theta(t)) & 0 \\ \sin(\theta(t)) & \cos(\theta(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v(t) \\ vn(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

4.2.1.1 Cinemática do Robô de Três Rodas

A relação entre as velocidades das rodas v_0 , v_1 e v_2 , com as velocidades do robô v , vn e w é descrita pela equação 4.6.

$$\begin{bmatrix} v_0(t) \\ v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\frac{\pi}{3}) & \cos(\frac{\pi}{3}) & d \\ 0 & -1 & d \\ \sin(\frac{\pi}{3}) & \cos(\frac{\pi}{3}) & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v(t) \\ vn(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Aplicando a cinemática inversa é possível obter as equações que determinam as velocidades do robô em função das velocidades das rodas. Para isso basta inverter a matriz apresentada em 4.6, resultando na seguinte equação.

4.2 Modelação e Identificação de Robôs Móveis Omnidireccionais

$$\begin{bmatrix} v(t) \\ vn(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2 \cdot \sin(\frac{\pi}{3})} & 0 & \frac{1}{2 \cdot \sin(\frac{\pi}{3})} \\ \frac{1}{2 \cdot (\cos(\frac{\pi}{3}) + 1)} & -\frac{1}{\cos(\frac{\pi}{3}) + 1} & \frac{1}{2 \cdot (\cos(\frac{\pi}{3}) + 1)} \\ \frac{1}{2 \cdot d \cdot (\cos(\frac{\pi}{3}) + 1)} & \frac{\cos(\frac{\pi}{3})}{d \cdot (\cos(\frac{\pi}{3}) + 1)} & \frac{1}{2 \cdot d \cdot (\cos(\frac{\pi}{3}) + 1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_0(t) \\ v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

que simplifica para:

$$\begin{bmatrix} v(t) \\ vn(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{3} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3 \cdot d} & \frac{1}{3 \cdot d} & \frac{1}{3 \cdot d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_0(t) \\ v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Desta forma, podemos escrever as velocidades do robô em função das velocidades lineares das rodas.

$$v(t) = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (v_2(t) - v_0(t)) \quad (4.9)$$

$$vn(t) = \frac{1}{3} \cdot (v_2(t) + v_0(t)) - \frac{2}{3} \cdot v_1(t) \quad (4.10)$$

$$w(t) = \frac{1}{3 \cdot d} \cdot (v_0(t) + v_1(t) + v_2(t)) \quad (4.11)$$

4.2.1.2 Cinemática do Robô de Quatro Rodas

A relação entre as velocidades das rodas v_0 , v_1 , v_2 e v_3 , com as velocidades do robô v , vn e w é descrita pela equação 4.12.

$$\begin{bmatrix} v_0(t) \\ v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & d \\ -1 & 0 & d \\ 0 & -1 & d \\ 1 & 0 & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v(t) \\ vn(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Colocando as variáveis segundo equações singulares, resulta:

$$\begin{aligned} v_0(t) &= vn(t) + d \cdot w(t) \\ v_1(t) &= -v(t) + d \cdot w(t) \\ v_2(t) &= -vn(t) + d \cdot w(t) \\ v_3(t) &= v(t) + d \cdot w(t) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Aplicando a cinemática inversa é possível obter as equações que determinam as velocidades do robô em função das velocidades das rodas. Como a matriz apresentada em 4.12 não é quadrada, não é possível fazer a inversão da mesma. Isso significa que o sistema é redundante, isto é, existe uma equação a mais. Devido a este facto, é possível enviar para o robô pedidos de velocidades que são impossíveis de executar. Isto é evidenciado pelo aparecimento de duas equações para o calculo de $w(t)$. Assim, relacionando as equações apresentadas em 4.13, chega-se ao seguinte resultado.

$$v(t) = \frac{v_3(t) - v_1(t)}{2} \quad (4.14)$$

$$vn(t) = \frac{v_0(t) - v_2(t)}{2} \quad (4.15)$$

$$w_a(t) = \frac{v_1(t) + v_3(t)}{2 \cdot d} \quad (4.16)$$

$$w_b(t) = \frac{v_0(t) + v_2(t)}{2 \cdot d} \quad (4.17)$$

Devido ao sistema ser redundante, a solução para determinação da velocidade $w(t)$ não é única. Contudo, esta situação poderá servir para determinar a falta de tracção do robô, analisando a incoerência entre o resultado das duas equações, ou servir para melhorar a estimativa do valor da velocidade $w(t)$, fazendo a média entre os dois resultados, obtendo desta forma a seguinte equação.

$$w(t) = \frac{v_0(t) + v_1(t) + v_2(t) + v_3(t)}{4 \cdot d} \quad (4.18)$$

4.2.2 Modelo Dinâmico

A dinâmica do robô é o estudo do movimento relacionado com as forças presentes no sistema físico, incluindo a energia e as velocidades.

As equações da dinâmica segundo os sistemas de eixos apresentados nas figuras 4.1 e 4.2, são descritas nas equações 4.19, 4.20 e 4.21:

$$M \cdot \frac{dv(t)}{dt} = \sum F_v(t) - F_{Bv}(t) - F_{Cv}(t) \quad (4.19)$$

$$M \cdot \frac{dvn(t)}{dt} = \sum F_{vn}(t) - F_{Bvn}(t) - F_{Cvn}(t) \quad (4.20)$$

$$J \cdot \frac{dw(t)}{dt} = \sum T(t) - T_{Bw}(t) - T_{Cw}(t) \quad (4.21)$$

4.2 Modelação e Identificação de Robôs Móveis Omnidireccionais

em que:

- M [kg] - Massa do robô;
- J [kg · m²] - Momento de inércia do robô;
- F_{Bv}, F_{Bvn} [N] - Força de atrito viscoso no robô segundo as direcções v e vn ;
- T_{Bw} [N · m] - Binário de atrito viscoso no robô segundo o seu eixo de rotação;
- F_{Cv}, F_{Cvn} [N] - Força de atrito de Coulomb no robô segundo as direcções v e vn ;
- T_{Cw} [N · m] - Binário de atrito de Coulomb no robô segundo o seu eixo de rotação.

As equações 4.19, 4.20 e 4.21 sugerem que a aceleração do robô segundo as direcções v , vn e o seu eixo de rotação é igual ao somatório das forças do robô, subtraída das forças de atrito aplicadas nessas mesmas direcções ou eixo de rotação. As forças de atrito presentes no robô são, neste caso, designadas de atrito viscoso ou dinâmico e atrito de Coulomb ou estático. Os atritos viscosos (F_{Bv}, F_{Bvn}, T_{Bw}), apresentam-se como uma relação linear entre a força aplicada e a velocidade, enquanto que os atritos de Coulomb (F_{Cv}, F_{Cvn}, T_{Cw}), apresentam uma amplitude constante e sinal de modo a contrariar o movimento.

As equações para as forças de atrito viscoso são:

$$F_{Bv}(t) = B_v \cdot v(t) \quad (4.22)$$

$$F_{Bvn}(t) = B_{vn} \cdot vn(t) \quad (4.23)$$

$$T_{Bw}(t) = B_w \cdot w(t) \quad (4.24)$$

4.2 Modelação e Identificação de Robôs Móveis Omnidireccionais

em que:

- $Bv, Bvn [N/(m/s)]$ - Coeficiente de atrito viscoso segundo as direcções v e vn ;
- $Bw [N \cdot m/(rad/s)]$ - Coeficiente de atrito viscoso segundo o eixo de rotação do robô.

A força de atrito viscoso tem como significado físico:

→ Força que surge quando um determinado corpo apresenta movimento relativo, opondo-se a esse movimento.

Na figura 4.3 é apresentado um modelo para a relação entre a força de atrito viscoso e a velocidade.

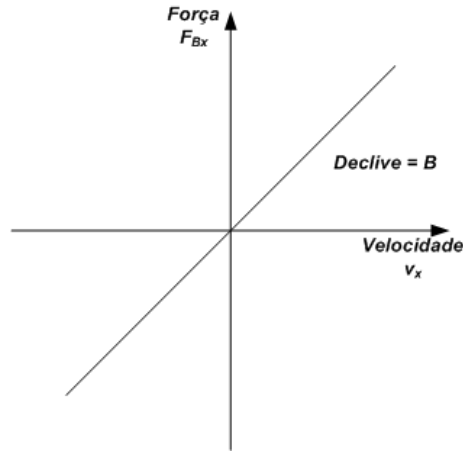


Figura 4.3: Gráfico para a força de atrito viscoso.

As equações para as forças de atrito de Coulomb são:

$$F_{Cv}(t) = C_v \cdot \text{sign}(v(t)) \quad (4.25)$$

$$F_{Cvn}(t) = C_{vn} \cdot \text{sign}(vn(t)) \quad (4.26)$$

4.2 Modelação e Identificação de Robôs Móveis Omnidireccionais

$$T_{Cw}(t) = C_w \cdot \text{sign}(w(t)) \quad (4.27)$$

em que:

- C_v, C_{vn} [N] - Coeficiente de atrito de Coulomb segundo as direcções v e vn ;
- C_w [N · m] - Coeficiente de atrito de Coulomb segundo o eixo de rotação do robô.

A força de atrito de Coulomb, tem com significado físico:

→ Presente quando o corpo se encontra na iminência do movimento, ou seja, no princípio da actuação das forças aplicadas. Contudo a explicação mais simples diz que é a força que o corpo terá de fazer para vencer o seu estado de repouso.

Na figura 4.4 é apresentado um modelo para a relação entre a força de atrito de Coulomb e a velocidade.

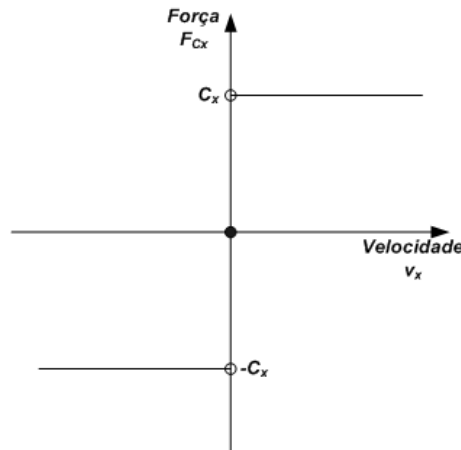


Figura 4.4: Gráfico para a força de atrito de Coulomb.

4.2.2.1 Dinâmica do Robô de Três Rodas

As relações entre as forças de tracção e binário de rotação do robô com as forças de tracção nas rodas, é descrita pelas seguintes equações:

$$\sum F_v(t) = (f_2(t) - f_0(t)) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad (4.28)$$

$$\sum F_{vn}(t) = -f_1(t) + (f_2(t) + f_0(t)) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad (4.29)$$

$$\sum T(t) = (f_0(t) + f_1(t) + f_2(t)) \cdot d \quad (4.30)$$

A força de tracção em cada roda é calculada através do binário de tracção nas rodas que, por sua vez, é determinado usando a corrente consumida pelo motor, tal como é descrito nas seguintes equações:

para $j=0,1,2$

$$f_j(t) = \frac{T_j(t)}{r} \quad (4.31)$$

$$T_j(t) = l \cdot K_t \cdot i_j(t) \quad (4.32)$$

em que:

- l - Factor de redução da caixa;
- r [m] - Raio das rodas;
- K_t [N · m/A] - Constante de binário dos motores;
- i_0, i_1, i_2, i_3 [A] - Corrente nos motores.

4.2.2.2 Dinâmica do Robô de Quatro Rodas

A relação entre as forças de tracção e binário de rotação do robô com as forças de tracção das rodas, é descrita pelas seguintes equações:

$$\sum F_v(t) = f_3(t) - f_1(t) \quad (4.33)$$

$$\sum F_{vn}(t) = f_0(t) - f_2(t) \quad (4.34)$$

$$\sum T(t) = (f_0(t) + f_1(t) + f_2(t) + f_3(t)) \cdot d \quad (4.35)$$

Tal como no caso anterior, a força de tracção em cada roda é calculada através do binário de tracção nas rodas que, por sua vez, é determinada usando a corrente que passa no motor, tal como é descrito nas seguintes equações:

para $j=0,1,2,3$

$$f_j(t) = \frac{T_j(t)}{r} \quad (4.36)$$

$$T_j(t) = l \cdot K_t \cdot i_j(t) \quad (4.37)$$

4.2.3 Métodos para Determinação dos Parâmetros do Modelo do Robô

A determinação dos parâmetros associados à dinâmica do robô foi feita tendo por base ensaios experimentais.

Os dados necessários para a determinação dos parâmetros do modelo são:

- Corrente nos motores - *Drive* dos motores;

4.2 Modelação e Identificação de Robôs Móveis Omnidireccionais

- Posição do robô - Câmara externa e sensores de Hall.

Os parâmetros a identificar foram os coeficientes de atrito viscoso (Bv, Bvn, Bw), os coeficientes de atrito de Coulomb (Cv, Cvn, Cw) e o momento de inércia J . A massa do robô foi medida usando uma balança, apresentando o valor de 1.944 kg para o robô de três rodas e 2.34 kg para o robô de quatro rodas.

4.2.3.1 Método 1 - Velocidade em Regime Permanente

Este método permite identificar o coeficiente de atrito viscoso (Bw) e o coeficiente de atrito de Coulomb (Cw). Apenas foi implementado para determinação dos coeficientes referidos, porque o valor do momento de inércia é desconhecido, sendo necessário fazer uma primeira estimativa dos coeficientes de atrito segundo o eixo de rotação do robô. O método experimental consiste em aplicar diferentes tensões aos motores, de modo a movimentar o robô segundo o seu eixo de rotação, existindo apenas forças aplicadas segundo este eixo¹. Uma vez atingido o regime permanente, é medida a velocidade do robô w e o binário de rotação T . Como a velocidade do robô é constante, o valor da aceleração é nula, desta forma, a equação 4.21 pode ser re-escrita da seguinte forma:

$$\sum T(t) = B_w \cdot w(t) + C_w \quad (4.38)$$

A equação 4.38 aparece sob a forma ($y = m \cdot x + b$), assim, usando diferentes valores de velocidades e binários de rotação para vários ensaios, é possível fazer uma aproximação por mínimos quadrados, ajustando a recta que melhor aproxima os resultados obtidos e, conseqüentemente, os valores para os coeficientes de atrito. A velocidade é calculada derivando a posição angular do robô, ver equação 4.3, enquanto que o binário de rotação é calculado a partir da corrente nos motores usando as equações 4.30 a 4.32 e 4.35 a 4.37.

¹Os ensaios foram efectuados para velocidades positivas.

4.2.3.2 Método 2 - Forças de Tracção Nulas

Este método permite identificar os coeficientes de atrito viscoso (B_v, B_{vn}) , os coeficientes de atrito de Coulomb (C_v, C_{vn}) e o momento de inércia J . O método experimental para este ensaio consiste em medir a aceleração e a velocidade do robô quando este não se encontra sujeito a forças de tracção. Inicialmente, foram feitos ensaios com o robô em carga, isto é, aplicou-se uma tensão aos motores de forma a movimentar o robô segundo as direcções v , vn e o seu eixo de rotação independentemente. Quando o robô atingia o regime permanente, os motores eram colocados em aberto¹, fazendo com que as forças de tracção do robô fossem nulas e, consequentemente a velocidade começava a baixar. É neste momento que se procede à recolha de dados para o ensaio. Verificou-se que os resultados obtidos não eram satisfatórios, pelo que foi necessário realizar outro tipo de ensaio, contudo, dentro do mesmo método experimental.

Assim, o ensaio passou por se desligar os conectores dos motores, fazendo movimentar o robô com um movimento manual. Partindo de uma posição estável, o robô é empurrado segundo uma das direcções v , vn ou rodado segundo o seu eixo de rotação e, durante o momento de desaceleração, é medida a velocidade e a aceleração. Como as forças de tracção são nulas durante a desaceleração as equações 4.19, 4.20 e 4.21 podem ser re-escritas da seguinte forma:

$$\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{B_v}{M} \cdot v(t) - \frac{C_v}{M} \quad (4.39)$$

$$\frac{dvn(t)}{dt} = -\frac{B_{vn}}{M} \cdot vn(t) - \frac{C_{vn}}{M} \quad (4.40)$$

$$\frac{dw(t)}{dt} = -\frac{B_w}{J} \cdot w(t) - \frac{C_w}{J} \quad (4.41)$$

¹Não é garantido que seja possível colocar os motores em aberto.

As equações 4.39, 4.40 e 4.41 aparecem sob a forma ($y = m \cdot x + b$), assim, usando várias amostras de um mesmo ensaio é possível fazer uma aproximação por mínimos quadrados, ajustando a recta que melhor aproximar os resultados obtidos e, consequentemente, os valores para os coeficientes de atrito.

O valor do momento de inercia J , pode ser estimado usando os valores dos coeficientes calculadas pelo método descrito na secção 4.2.3.1, conjugadas com os dados referentes a este método. Para isso basta reorganizar a equação 4.41 de modo a isolar J , de onde se obtém a seguinte equação:

$$J = -\frac{w(t)}{\frac{dw(t)}{dt}} \cdot B_w - \frac{1}{\frac{dw(t)}{dt}} \cdot C_w \quad (4.42)$$

As velocidades são calculadas derivando as posições do robô, ver equações 4.1, 4.2 e 4.3. As acelerações são calculadas aproximadamente através da diferenciação das velocidades.

4.3 Modelo do Motor

O uso de motores *brushless* tem sido cada vez mais comum nos últimos tempos. Uma das razões é a sua elevada eficiência, pois é caracterizado por ter perdas mais pequenas quando comparado com outro tipo de motores. Este tipo de motor tem como principal característica, que o diferencia dos motores DC, o facto de não possuir comutação mecânica. Isto tem que ver com o aspecto construtivo do motor, possuindo estator bobinado e o rotor em íman permanente. Devido a este aspecto construtivo, estes motores necessitam de sensores do posição no rotor para controlo do momento de comutação. Geralmente os detectores usados são sensores de efeito de Hall ou fotoelétricos. A sua principal vantagem tem que ver com a possibilidade de atingir velocidades elevadas.

Este tipo de motores tem-se mostrado uma solução viável para controlo de

movimento de diversas aplicações, tais como, robótica, aeroespacial ou ferramentas de controlo numérico (10)(21).

Com a elevada utilização destes motores, tem aumentado o estudo da sua dinâmica. Desta forma, a sua modelação torna-se fundamental, resultando no estudo mais aprofundado destes equipamentos. Em (32) foi desenvolvido um modelo baseado em análise não linear de elementos finitos, de modo a obter o valor da indutância do enrolamentos, a força contra electromotriz (f.e.m) e o binário. Em (31) são apresentadas duas abordagens para controlo da velocidade e posição sem o uso de sensores de detecção de posição, baseadas em modelos para tensão e corrente. Em (20) foi desenvolvido um modelo matemático completo, que inclui os efeitos de relutância magnética e saturação magnética.

A performance dos motores está directamente ligada à eficiência do comando realizado pelo *drive* de potência, merecendo por isso um estudo aprofundado. Em (27) foi desenvolvido e testado um tipo de *drive* de potência através de uma topologia invertida, demonstrando que os motores podem ser controlados a baixa indutância. Em (39) e (51) é apresentada a modelação, simulação e análise de *drives* para motores de íman-permanente.

O modelo completo para um motor *brushless* de três enrolamentos é apresentado em (39). As equações para o circuito do motor são:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_a & L_{ba} & L_{ca} \\ L_{ba} & L_b & L_{cb} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} di_a \\ di_b \\ di_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

em que:

- a, b, c - Enrolamento do motor;
- e_a, e_b, e_c [V] - f.e.m. de cada enrolamento;
- L_a, L_b, L_c [H] - Indutância de cada enrolamento;
- L_{ij} [H] - Indutância mutua entre o enrolamento i e j;
- R_a, R_b, R_c [Ω] - Resistência de cada enrolamento;
- u_a, u_b, u_c [V] - Tensão de cada enrolamento;
- i_a, i_b, i_c [A] - Corrente de cada enrolamento.

Assumindo que não há variação da relutância magnética do rotor, então:

$$L_a = L_b = L_c = L \quad (4.44)$$

$$L_{ab} = L_{ca} = L_{cb} = M_L \quad (4.45)$$

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (4.46)$$

$$M_L \cdot i_b + M_L \cdot i_c = -M_L \cdot i_a \quad (4.47)$$

$$R_a = R_b = R_c = R \quad (4.48)$$

em que:

- R [Ω] - Resistência do enrolamento dos motores;
- L [H] - Indutância do enrolamento dos motores.

resulta,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \\
 \begin{bmatrix} L - M_L & 0 & 0 \\ 0 & L - M_L & 0 \\ 0 & 0 & L - M_L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} di_a \\ di_b \\ di_c \end{bmatrix} &+ \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

Em espaço de estados as equações são re-organizadas, tal como:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} di_a \\ di_b \\ di_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1/(L - M_L) & 0 & 0 \\ 0 & 1/(L - M_L) & 0 \\ 0 & 0 & 1/(L - M_L) \end{bmatrix} \cdot \\
 \left[\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \right]
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

Como se pode constatar na equação 4.50 é possível fazer a aproximação do modelo de motores *brushless* pelo modelo de motor DC comum. Até porque, cada enrolamento de um motor *brushless* trifásico é muito semelhante a um motor DC. Ao fazer esta aproximação, é simplificado o processo de estimação de parâmetros e também é simplificado o modelo do robô. Assim, a equação para o modelo do motor aparece da seguinte forma:

para $j=0,1,2,3$

$$u_j(t) = L \cdot \frac{di_j(t)}{dt} + R \cdot i_j(t) + K_v \cdot w_{mj}(t) \tag{4.51}$$

$$T_{mj}(t) = K_t \cdot i_j(t) \quad (4.52)$$

em que:

- K_v [V/(rad/s)] - Constante da força contra electro-motriz dos motores;
- u_0, u_1, u_2, u_3 [V] - Tensão aplicada aos motores;
- $w_{m0}, w_{m1}, w_{m2}, w_{m3}$ [rad/s] - Velocidade angular dos motores.

4.3.1 Métodos para Determinação dos Parâmetros do Modelo do Motor

Para a determinação dos parâmetros R e K_v ¹, procedeu-se ao seguinte método experimental. É aplicada uma tensão aos motores, sendo medido o valor da corrente consumida e velocidade angular em regime permanente. O ensaio é repetido várias vezes para uma mesma tensão aplicada, fazendo variar o atrito no eixo do motor, alterando o ponto de funcionamento do motor.

Como o ensaio é realizado em regime permanente o factor $(L \cdot \frac{di_j(t)}{dt})$ é eliminado da equação 4.51, aparecendo agora escrita segundo a equação 4.53.

$$u_j(t) = R \cdot i_j(t) + K_v \cdot w_{mj}(t) \quad (4.53)$$

Se dividir-mos a equação 4.53 pelo termo $i_j(t)$, resulta na equação:

$$\frac{u_j(t)}{i_j(t)} = K_v \cdot \frac{w_{mj}(t)}{i_j(t)} + R \quad (4.54)$$

¹Geralmente o valor da indutância do motor é desprezada, devido à constante eléctrica ser muito pequena quando comparada com a constante mecânica.

A equação 4.54 aparece na forma ($y = m \cdot x + b$), desta forma, podemos fazer uma aproximação por mínimos quadrados para determinação dos parâmetros.

Se reorganizamos a equação 4.53 para determinar a corrente, obtemos:

$$i_j(t) = \frac{u_j(t) - K_v \cdot w_{mj}(t)}{R} \quad (4.55)$$

em que:

$$w_{mj} = w_j \cdot l = v_j \cdot \frac{l}{r} \quad (4.56)$$

4.4 Modelo Contínuo

Nesta secção são apresentadas as equações do modelo para os dois robôs, bem como a definição do tipo de modelo a implementar.

4.4.1 Equações do Modelo do Robô de Três Rodas

A partir das equações 4.19 a 4.32 e 4.55 obtemos as seguintes equações para o modelo do robô de três rodas.

$$\begin{aligned} \frac{dv(t)}{dt} = & \left(-\frac{3 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{2 \cdot r^2 \cdot R \cdot M} - \frac{B_v}{M} \right) \cdot v(t) + \\ & \left(\frac{\sqrt{3} \cdot l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R \cdot M} \right) \cdot (u_2(t) - u_0(t)) - \frac{C_v}{M} \cdot \text{sign}(v(t)) \end{aligned} \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned} \frac{dvn(t)}{dt} = & \left(-\frac{3 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{2 \cdot r^2 \cdot R \cdot M} - \frac{B_{vn}}{M} \right) \cdot vn(t) - \left(\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} \right) \cdot (u_1(t)) + \\ & \left(\frac{l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R \cdot M} \right) \cdot (u_2(t) + u_0(t)) - \frac{C_{vn}}{M} \cdot \text{sign}(vn(t)) \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{dw(t)}{dt} = & \left(-\frac{3 \cdot d^2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot J} - \frac{B_w}{J} \right) \cdot w(t) + \\ & \left(\frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J} \right) \cdot (u_0(t) + u_1(t) + u_2(t)) - \frac{C_w}{J} \cdot \text{sign}(w(t)) \end{aligned} \quad (4.59)$$

4.4.2 Equações do Modelo do Robô de Quatro Rodas

A partir das equações 4.19 a 4.27 e 4.33 a 4.37 e 4.55 obtemos as seguintes equações para o modelo do robô de quatro rodas.

$$\begin{aligned} \frac{dv(t)}{dt} = & \left(-\frac{2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot M} - \frac{B_v}{M} \right) \cdot v(t) + \\ & \left(\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} \right) \cdot (u_3(t) - u_1(t)) - \frac{C_v}{M} \cdot \text{sign}(v(t)) \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} \frac{dvn(t)}{dt} = & \left(-\frac{2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot M} - \frac{B_{vn}}{M} \right) \cdot vn(t) + \\ & \left(\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} \right) \cdot (u_0(t) - u_2(t)) - \frac{C_{vn}}{M} \cdot \text{sign}(vn(t)) \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\frac{dw(t)}{dt} = \left(-\frac{4 \cdot d^2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot J} - \frac{B_w}{J} \right) \cdot w(t) +$$

$$\left(\frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J}\right) \cdot (u_0(t) + u_1(t) + u_2(t) + u_3(t)) - \frac{C_w}{J} \cdot \text{sign}(w(t)) \quad (4.62)$$

4.4.3 Definição do Tipo de Modelo a Utilizar

Estas equações encaixam numa variante de espaço de estados do tipo:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + K \cdot \text{sign}(x) \quad (4.63)$$

Contudo colocando a matriz K dentro da matriz B e considerando $\text{sign}(x)$ como uma entrada do sistema resulta na seguinte equação:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + B_k \cdot u_k(t) \quad (4.64)$$

Aplicando um modelo deste tipo, tem que se ter em atenção que o valor da corrente não é limitada. Contudo, os ensaios realizados para validação do modelo, foram efectuados de modo a que a corrente não atingisse o limite de corrente especificado no *drive* de potência. Isso é conseguido efectuando ensaios em rampa de aceleração.

4.4.3.1 Definição das Variáveis para o Modelo do Robô de Três Rodas

De seguida são definidas as variáveis para o modelo do robô de três rodas.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \left[\frac{dv(t)}{dt} \quad \frac{dvn(t)}{dt} \quad \frac{dw(t)}{dt} \right]^T \quad (4.65)$$

$$x(t) = [v(t) \quad vn(t) \quad w(t)]^T \quad (4.66)$$

$$u_k(t) = [u_0(t) \quad u_1(t) \quad u_2(t) \quad \text{sign}(v) \quad \text{sign}(vn) \quad \text{sign}(w)]^T \quad (4.67)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{3 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{2 \cdot r^2 \cdot R \cdot M} - \frac{B_v}{M} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{2 \cdot r^2 \cdot R \cdot M} - \frac{B_{vn}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3 \cdot d^2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot J} - \frac{B_w}{J} \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

$$B_k = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3} \cdot l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R \cdot M} & 0 & \frac{\sqrt{3} \cdot l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R \cdot M} & -\frac{C_v}{M} & 0 & 0 \\ \frac{l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R \cdot M} & \frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} & \frac{l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R \cdot M} & 0 & -\frac{C_{vn}}{M} & 0 \\ \frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J} & \frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J} & \frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J} & 0 & 0 & -\frac{C_w}{J} \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

4.4.3.2 Definição das Variáveis para o Modelo do Robô de Quatro Rodas

As variáveis para o modelo do robô de quatro rodas são apresentadas de seguida.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dv(t)}{dt} & \frac{dvn(t)}{dt} & \frac{dw(t)}{dt} \end{bmatrix}^T \quad (4.70)$$

$$x(t) = [v(t) \quad vn(t) \quad w(t)]^T \quad (4.71)$$

$$u_k(t) = [u_0(t) \quad u_1(t) \quad u_2(t) \quad u_3(t) \quad \text{sign}(v) \quad \text{sign}(vn) \quad \text{sign}(w)]^T \quad (4.72)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot M} - \frac{B_v}{M} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot M} - \frac{B_{vn}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4 \cdot d^2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot J} - \frac{B_w}{J} \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

$$B_k = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} & 0 & \frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} & -\frac{C_v}{M} & 0 & 0 \\ \frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} & 0 & -\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} & 0 & 0 & -\frac{C_{vn}}{M} & 0 \\ \frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J} & \frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J} & \frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J} & \frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J} & 0 & 0 & -\frac{C_w}{J} \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

4.5 Modelo Discreto

O controlo do sistema robótico é executado sincronizadamente a cada chegada de imagem(evento) da câmara CCD, tal como descrito na secção 3.3, resultando num controlo discreto. Deste modo, é preciso fazer a discretização do modelo, tendo-se usado o método ZOH (6)(53). O equivalente discreto para o modelo contínuo é apresentado de seguida.

A solução para a equação 4.64 é:

$$x(t) = e^{A \cdot (t-t_0)} \cdot x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A \cdot (t-\tau)} \cdot B \cdot u(\tau) \cdot d\tau \quad (4.75)$$

se,

$t_0 = kT$ e $t = kT + T$ onde T -Tempo de amostragem

$$x[kT + T] = e^{A \cdot (kT+T-kT)} \cdot x[kT] + \int_{kT}^{kT+T} e^{A \cdot (kT+T-\tau)} \cdot B \cdot u(\tau) \cdot d\tau \quad (4.76)$$

se,

$u(t) = u[k]$ e $kT \leq t \leq kT + T$

$$x[kT + T] = e^{A \cdot T} \cdot x[kT] + \left[\int_{kT}^{kT+T} e^{A \cdot (kT+T-\tau)} \cdot B \cdot d\tau \right] \cdot u[k] \quad (4.77)$$

se $x[k] = x[kT]$, obtemos:

$$x[k+1] = \Phi \cdot x[k] + \Gamma \cdot u[k] \quad (4.78)$$

Assim o equivalente discreto é:

$$\Phi = e^{A \cdot T} \quad (4.79)$$

$$\Gamma = \int_0^T e^{A \cdot \tau} \cdot B \cdot d\tau \quad (4.80)$$

Todas variáveis calculadas através da derivada de uma outra variável, foram calculadas usando a seguinte aproximação:

$$dy = \frac{y(k+1) - y(k-1)}{2 \cdot \Delta T} \quad (4.81)$$

em que:

ΔT - Tempo de amostragem.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos durante a estimação dos parâmetros para os modelos dos robôs e motores, segundo os métodos descritos nas secções anteriores. No final é apresentada a simulação dos respectivos modelos e comparação com os resultados reais.

Todos os ensaios realizados para estimação dos parâmetros, usando o método 1, foram executados recorrendo a um sinal de entrada correspondente a um degrau precedido por um sinal em rampa de aceleração. É usado este tipo de sinal porque, quando aplicado um degrau de tensão aos motores, as rodas apresentavam falta de tracção, fazendo com que o robô derrapasse. Este comportamento é indesejado, pois pode falsear os resultados obtidos na estimação deste modelo.

4.6.1 Estimação dos Parâmetros para o Robô de Três Rodas

4.6.1.1 Método 1 - Velocidade em Regime Permanente

Usando o método descrito na secção [4.2.3.1](#) e usando os dados recolhidos durante os ensaios em regime permanente, são apresentados os seguintes resultados:

1. Ensaio segundo o eixo de rotação do robô.

Na tabela [4.1](#) são apresentados os valores da tensão aplicada aos motores, velocidade e respectivo binário de rotação.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Tabela 4.1: Método 1 - Dados dos ensaios segundo o eixo de rotação do robô.

$u(V)$	$w(rad/s)$	$T(N \cdot m)$
2	3.7062	0.1324
4	8.681	0.2319
6	13.4305	0.2789
8	18.3492	0.2972
10	21.8234	0.3662
12	26.2269	0.3971

Na figura 4.5 é apresentado um exemplo de sinal de entrada em rampa de aceleração usado durante os ensaios. Os sinais estão todos sobrepostos porque se trata de um ensaio segundo o eixo de rotação do robô.

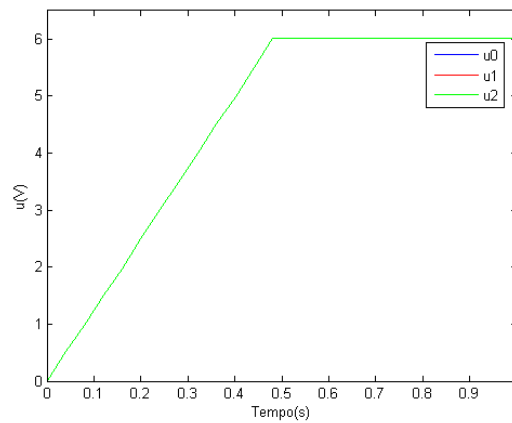


Figura 4.5: Método 1 - Sinal de entrada dos motores.

Nas figuras 4.6, 4.7 e 4.8 são apresentados resultados de um ensaio segundo o eixo de rotação do robô.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

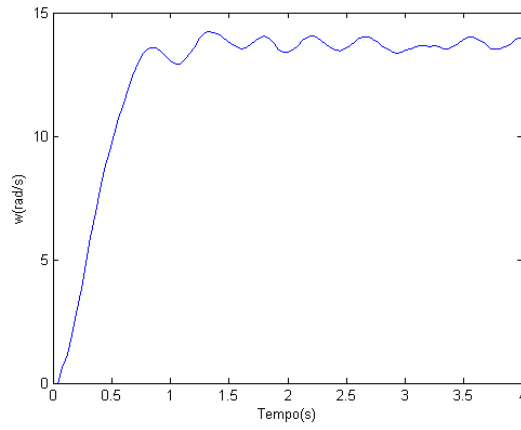


Figura 4.6: Método 1 - Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.

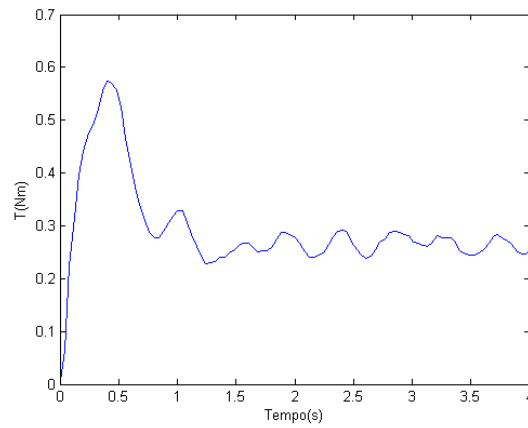


Figura 4.7: Método 1 - Binário de rotação segundo o eixo de rotação do robô.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

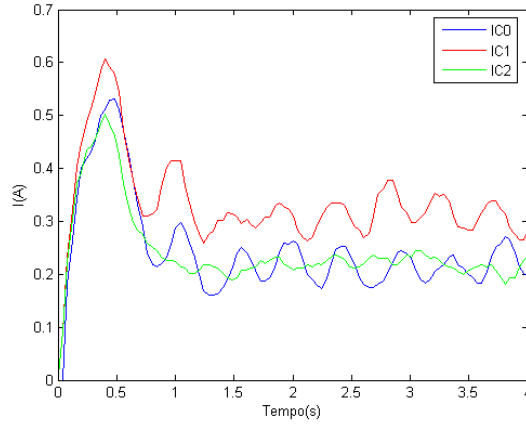


Figura 4.8: Método 1 - Corrente nos motores segundo o eixo de rotação do robô.

Na figura 4.9 é apresentado o gráfico do binário de rotação T em função da velocidade w , bem como a aproximação linear entre os pontos usados.

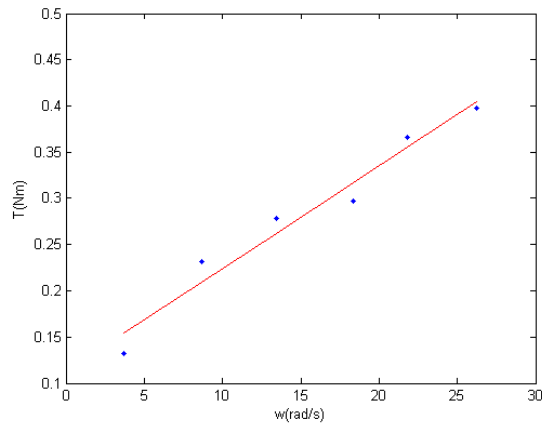


Figura 4.9: Método 1 - Relação entre o binário de rotação e a velocidade segundo o eixo de rotação do robô.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na tabela 4.2 são apresentados os valores para os coeficientes de atrito resultantes destes ensaios.

Tabela 4.2: Método 1 - Coeficientes de atrito segundo o eixo de rotação do robô.

B_w	C_w
0.0111	0.1131

4.6.1.2 Método 2 - Forças de Tracção Nulas

Usando o método descrito na secção 4.2.3.2 e usando os dados recolhidos durante os ensaios com forças de tracção nulas, são apresentados os seguintes resultados:

1. Ensaio segundo a direcção v ;

Nas figuras 4.10, 4.11 e 4.12 são apresentadas as velocidades e a aceleração do robô durante um dos ensaios realizados com forças de tracção nulas.

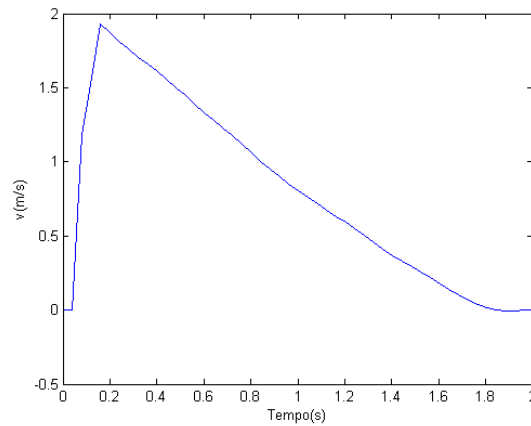


Figura 4.10: Método 2 - Velocidade segundo a direcção v .

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

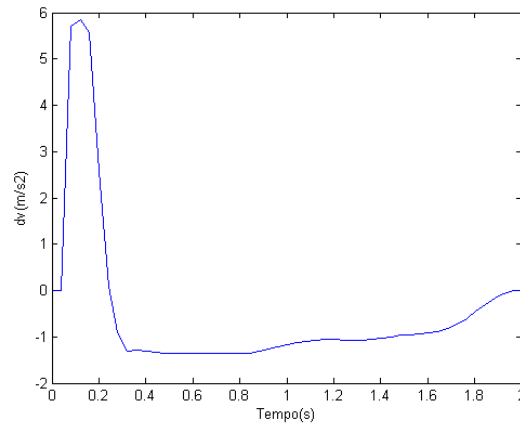


Figura 4.11: Método 2 - Aceleração segundo a direcção v .

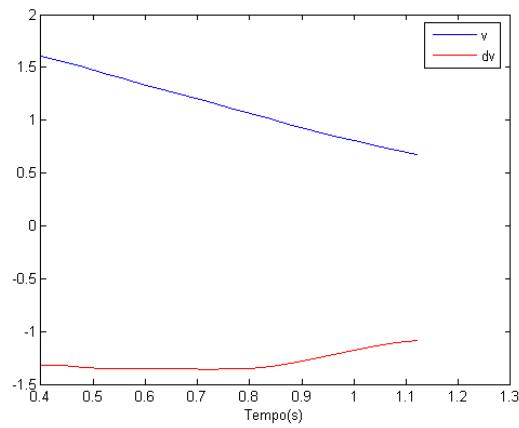


Figura 4.12: Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo a direcção v .

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na tabela 4.3 são apresentados os valores para os coeficientes de atrito resultantes destes ensaios.

Tabela 4.3: Método 2 - Coeficientes de atrito segundo a direcção v .

<i>Ensaio</i>	B_v	C_v
1	0.4902	1.9467
2	0.5160	1.8669
Média	0.5031	1.9068

Na figura 4.13 é apresentado o resultado que descreve a equação 4.39, bem como a aproximação linear dos dados apresentados.

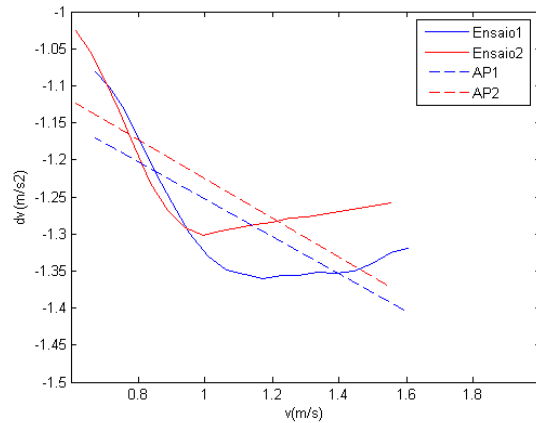


Figura 4.13: Método 2 - Relação entre v e dv .

Um modo simples para validar os resultados obtidos para os coeficientes de atrito, é fazer a simulação dos dados usando a equação 4.39, partindo do valor inicial de v . Deste modo usa-se a equação 4.39 para o cálculo de dv/dt , enquanto que os valores futuros de v são calculados através da integração dos dados, segundo a aproximação dada pela equação 4.82.

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \frac{dv(t)}{dt} \cdot \Delta t \quad (4.82)$$

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na figura 4.14 é apresentada a comparação entre os resultados do ensaio e os valores simulados.

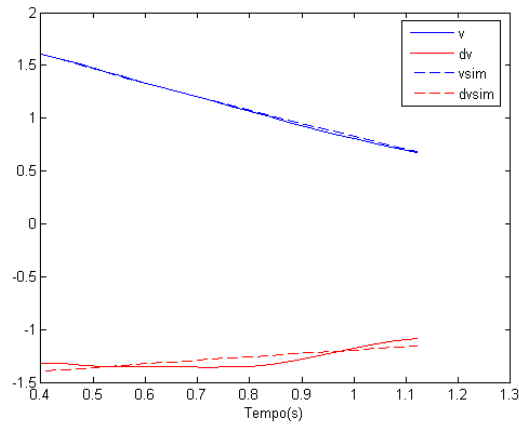


Figura 4.14: Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo a direcção v .

2. Ensaio segundo a direcção vn ;

Nas figuras 4.15, 4.16 e 4.17 são apresentadas a velocidade e aceleração do robô durante um dos ensaios realizados com forças de tracção nulas.

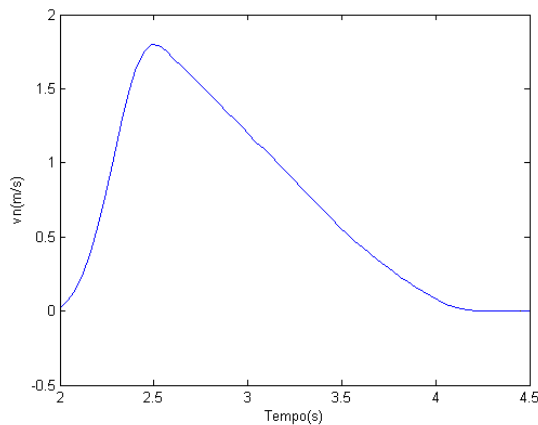


Figura 4.15: Método 2 - Velocidade segundo a direcção vn .

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

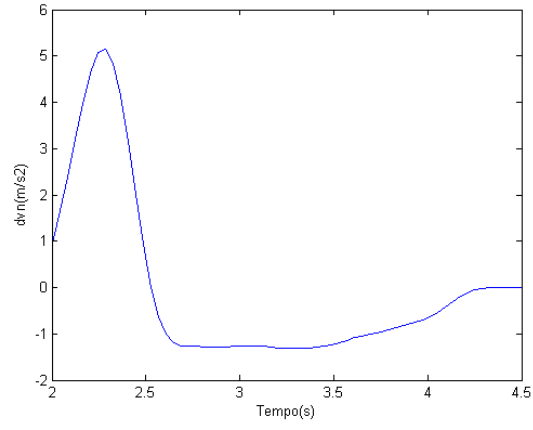


Figura 4.16: Método 2 - Aceleração segundo a direcção vn .

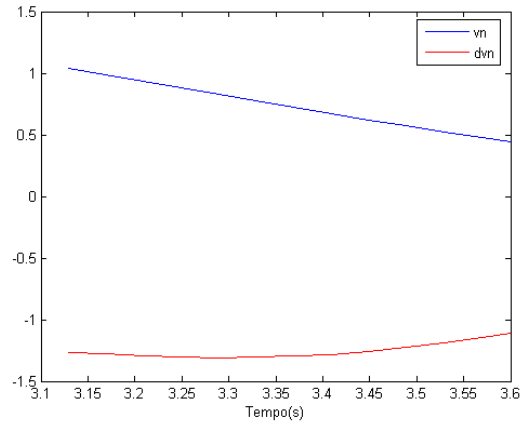


Figura 4.17: Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo a direcção vn .

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na tabela 4.4 são apresentados os valores para os coeficientes de atrito resultantes destes ensaios.

Tabela 4.4: Método 2 - Coeficientes de atrito segundo a direcção vn .

$Ensaio$	B_{vn}	C_{vn}
1	0.5184	2.0304
2	0.5155	2.0542
Média	0.5169	2.0423

Na figura 4.18 é apresentado o resultado que descreve a equação 4.40, bem como a aproximação linear dos dados apresentados.

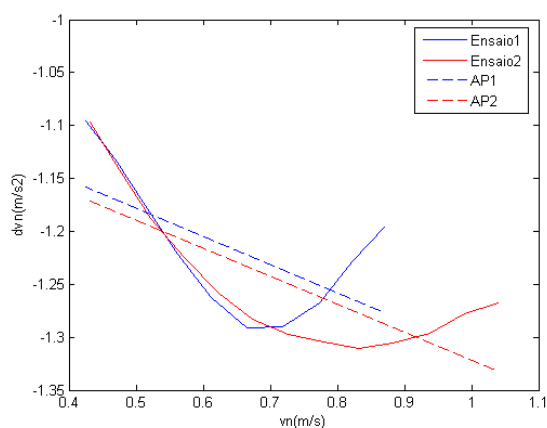


Figura 4.18: Método 2 - Relação entre vn e dv_n .

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Fazendo a simulação dos dados obtemos os resultados apresentado na figura 4.19.

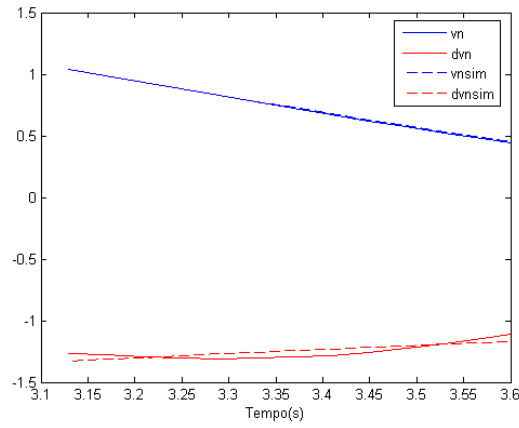


Figura 4.19: Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo a direcção vn .

3. Ensaio segundo a direcção w ;

Nas figuras 4.20, 4.21 e 4.22 são apresentadas a velocidade e a aceleração do robô durante um dos ensaio realizados com binários nulos.

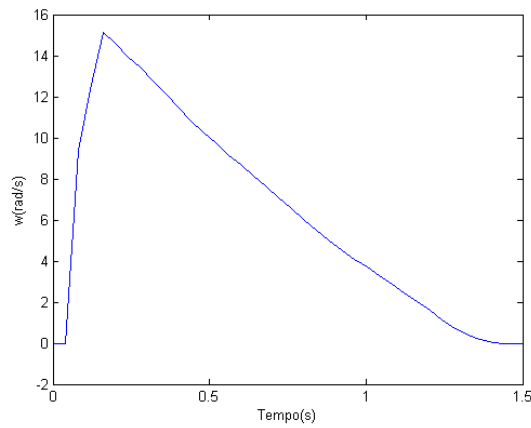


Figura 4.20: Método 2 - Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

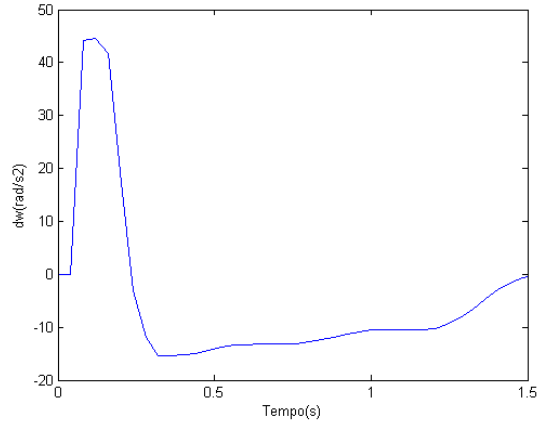


Figura 4.21: Método 2 - Aceleração segundo o eixo de rotação do robô.

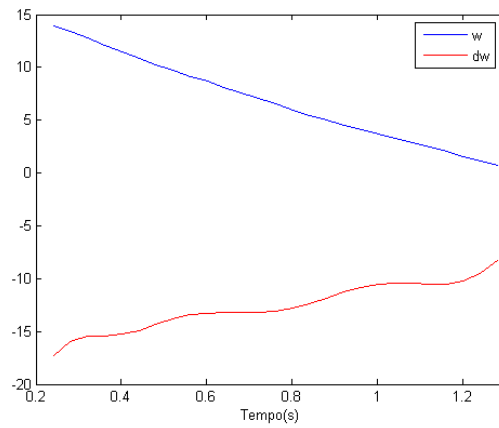


Figura 4.22: Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo o eixo de rotação do robô.

A partir dos valores dos coeficientes calculados pelo método descrito na secção 4.6.1.1 é possível calcular o momento de inércia J pela equação 4.42, ver tabela 4.5.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Tabela 4.5: Método 2 - Momento de inércia.

<i>Ensaio</i>	<i>J</i>
1	0.0152
2	0.0148
2	0.0154
2	0.0150
Média	0.0151

Obtido o valor de J , pode-se então aplicar esse valor juntamente com os coeficientes de atrito à equação 4.41 e verificar a qualidade dos resultados obtidos. Nas figuras 4.23 e 4.24 são apresentadas validações para os resultados obtidos.

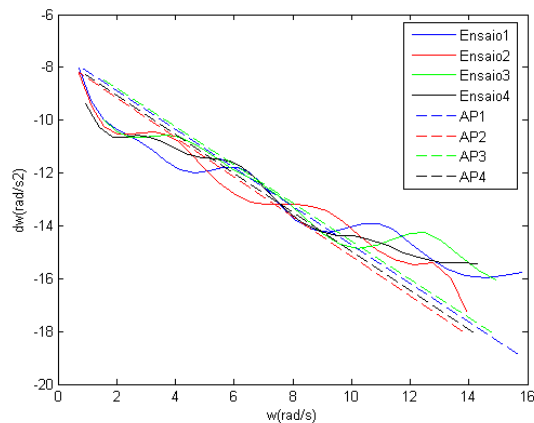


Figura 4.23: Método 2 - Aproximação linear do ensaio segundo o eixo de rotação do robô.

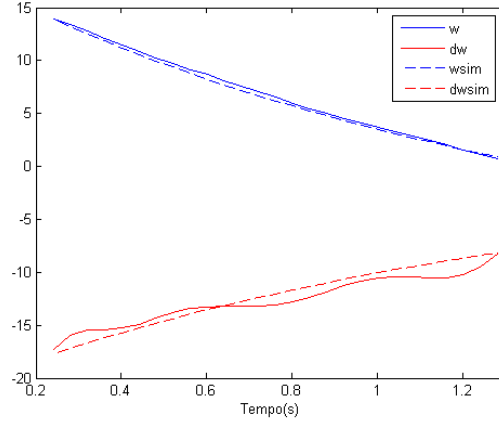


Figura 4.24: Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo o eixo de rotação do robô.

4.6.2 Estimação dos Parâmetros para o Robô de Quatro Rodas

4.6.2.1 Método 1 - Velocidade em Regime Permanente

Usando o método descrito na secção 4.2.3.1 e usando os dados recolhidos durante os ensaios em regime permanente, são apresentados os seguintes resultados:

1. Ensaio segundo o eixo de rotação do robô.

Na tabela 4.6 são apresentados os valores da tensão aplicada aos motores, velocidade e respectivo binário de rotação.

Tabela 4.6: Método 1 - Dados dos ensaios segundo o eixo de rotação do robô.

$u(V)$	$w(rad/s)$	$T(N \cdot m)$
2	3.7269	0.1491
4	8.7519	0.2645
6	13.519	0.3257
8	18.357	0.3352
10	22.4065	0.3966
12	27.1416	0.4513

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na figura 4.25 é apresentado um exemplo de sinal de entrada em rampa de aceleração usado durante os ensaios. Os sinais estão todos sobrepostos porque se trata de um ensaio segundo o eixo de rotação do robô.

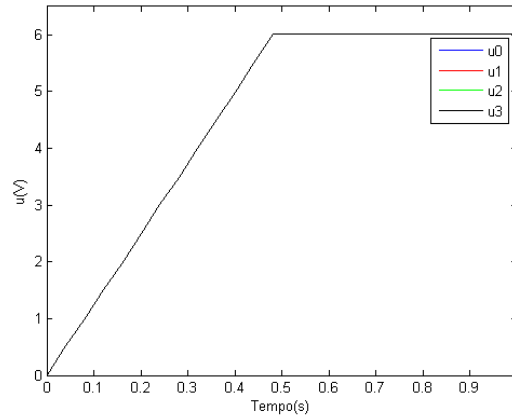


Figura 4.25: Método 1 - Sinal de entrada dos motores.

Nas figuras 4.26, 4.27 e 4.28 são apresentados resultados de um ensaio segundo o eixo de rotação do robô.

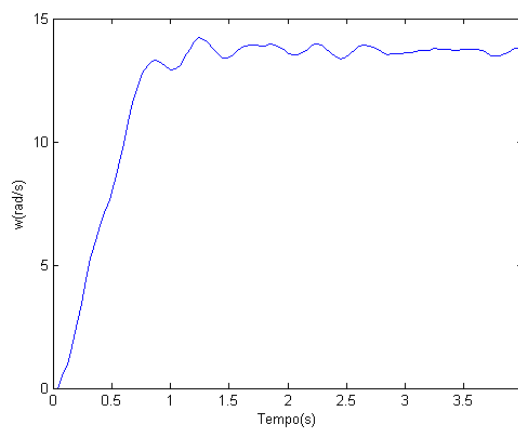


Figura 4.26: Método 1 - Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

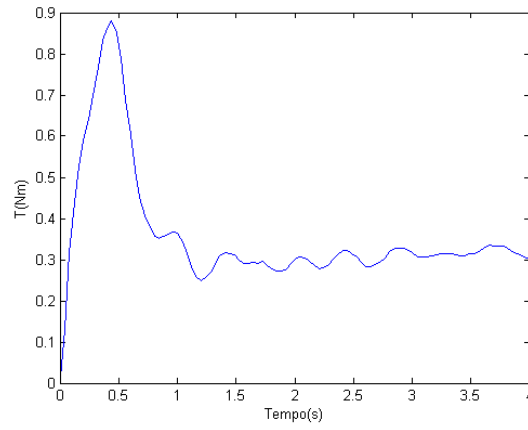


Figura 4.27: Método 1 - Binário de rotação segundo o eixo de rotação do robô.

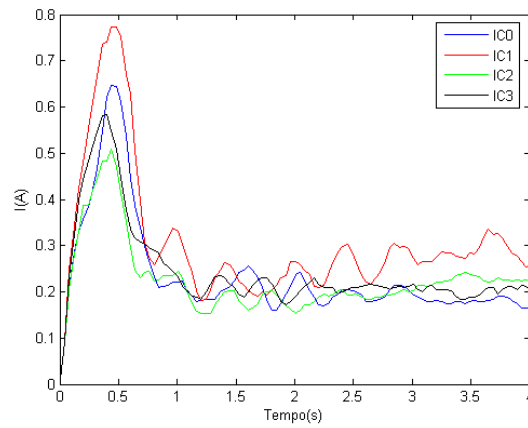


Figura 4.28: Método 1 - Corrente nos motores segundo o eixo de rotação do robô.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na figura 4.29 é apresentado o gráfico do binário de rotação T em função da velocidade w , bem como a aproximação linear entre os pontos usados.

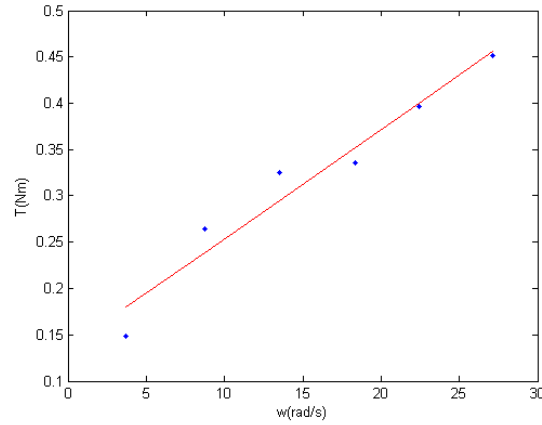


Figura 4.29: Método 1 - Relação entre o binário de rotação e a velocidade segundo o eixo de rotação do robô.

Na tabela 4.7 são apresentados os valores para os coeficientes de atrito resultantes destes ensaios.

Tabela 4.7: Método 1 - Coeficientes de atrito segundo o eixo de rotação do robô.

B_w	C_w
0.0118	0.1357

4.6.2.2 Método 2 - Forças de Tracção Nulas

Usando o método descrito na secção 4.2.3.2 e usando os dados recolhidos durante os ensaios com forças de tracção nulas, são apresentados os seguintes resultados:

1. Ensaio segundo a direcção v ;

Nas figuras 4.30, 4.31 e 4.32 são apresentadas a velocidade e a aceleração do robô durante um dos ensaios realizados com forças de tracção nulas.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

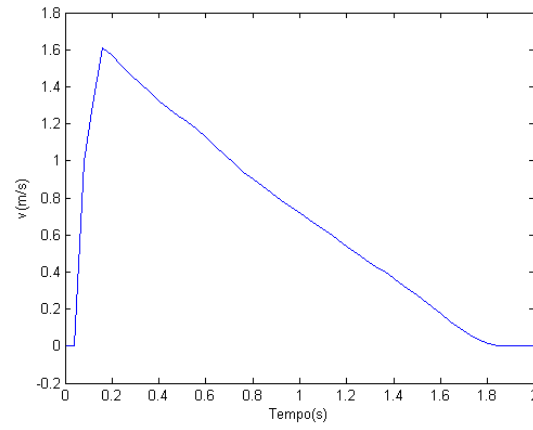


Figura 4.30: Método 2 - Velocidade segundo a direcção v .

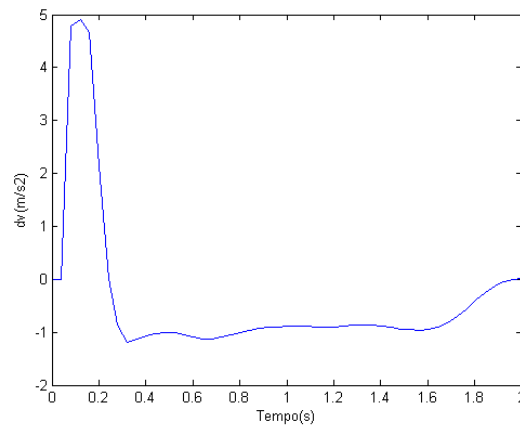


Figura 4.31: Método 2 - Aceleração segundo a direcção v .

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

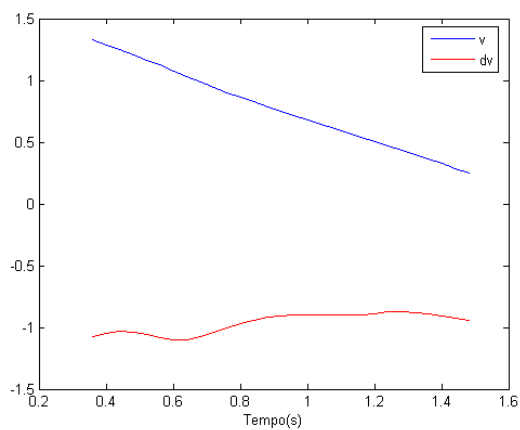


Figura 4.32: Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo a direcção v .

Na tabela 4.8 são apresentados os valores para os coeficientes de atrito resultantes destes ensaios.

Tabela 4.8: Método 2 - Coeficientes de atrito segundo a direcção v .

<i>Ensaio</i>	B_v	C_v
1	0.4882	1.8815
2	0.4670	1.8662
Média	0.4776	1.8738

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na figura 4.33 é apresentado o resultado que descreve a equação 4.39, bem como a aproximação linear dos dados apresentados.

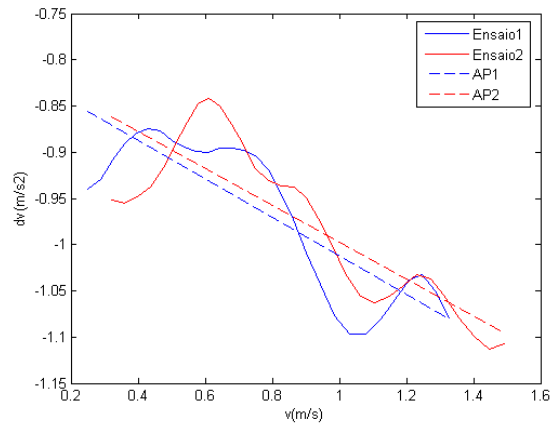


Figura 4.33: Método 2 - Relação entre v e dv .

Fazendo a simulação dos dados obtemos os resultados apresentados na figura 4.34.

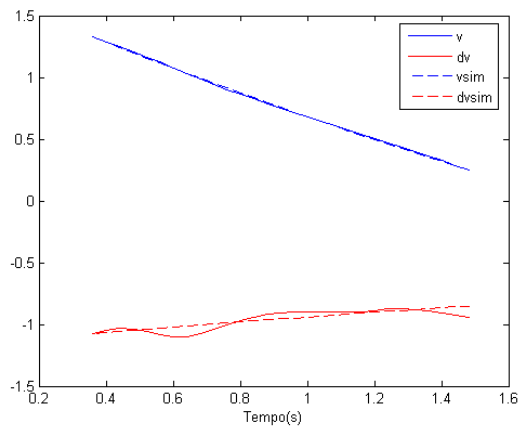


Figura 4.34: Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo a direcção v .

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

2. Ensaio segundo a direcção vn ;

Nas figuras 4.35, 4.36 e 4.37 são apresentadas a velocidade e a aceleração do robô durante um dos ensaios realizados com forças de tracção nulas.

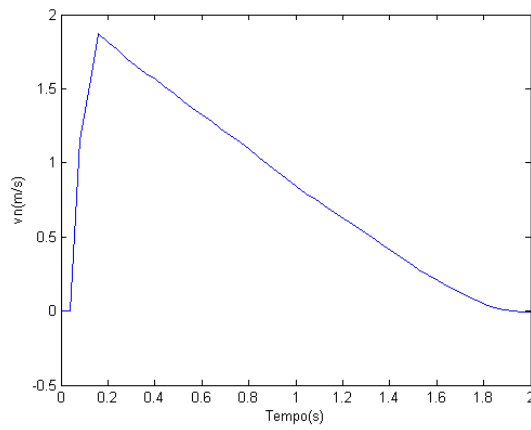


Figura 4.35: Método 2 - Velocidade segundo a direcção vn .

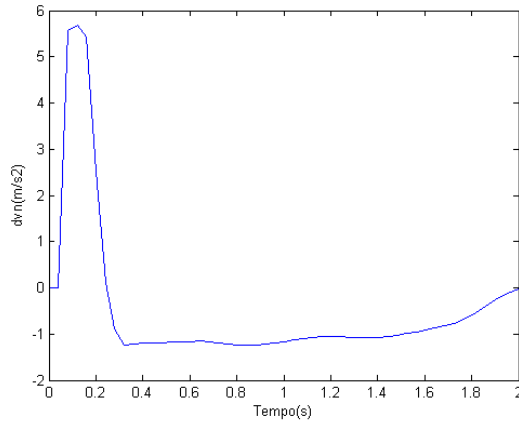


Figura 4.36: Método 2 - Aceleração segundo a direcção vn .

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

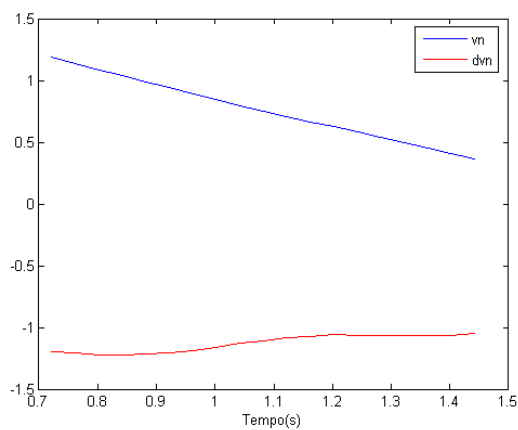


Figura 4.37: Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo a direcção vn .

Na tabela 4.9 são apresentados os valores para os coeficientes de atrito resultantes destes ensaios.

Tabela 4.9: Método 2 - Coeficientes de atrito segundo a direcção vn .

<i>Ensaio</i>	B_{vn}	C_{vn}
1	0.6133	2.2480
2	0.5886	2.1916
Média	0.6009	2.2198

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na figura 4.38 é apresentado o resultado que descreve a equação 4.40, bem como a aproximação linear dos dados apresentados.

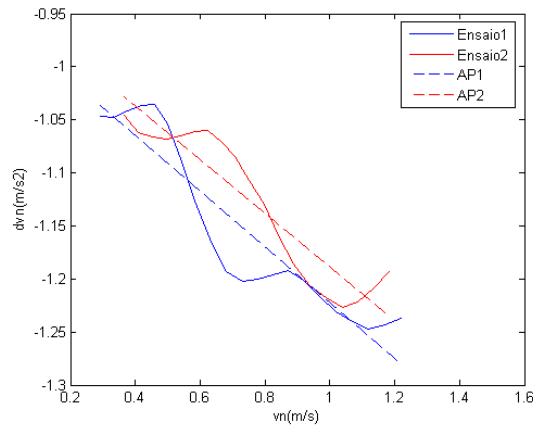


Figura 4.38: Método 2 - Relação entre v_n e dv_n .

Fazendo a simulação dos dados obtemos os resultados apresentados na figura 4.39.

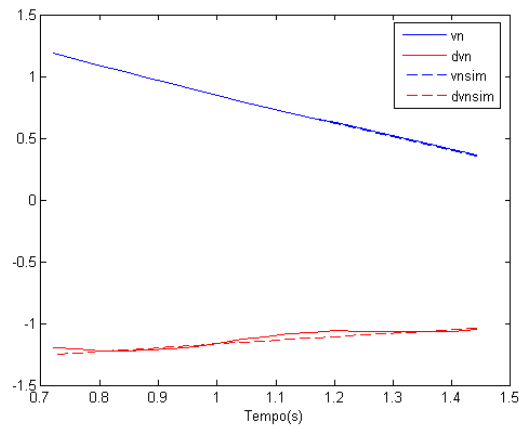


Figura 4.39: Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação segundo a direcção v_n .

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

3. Ensaio segundo a direcção w ;

Nas figuras 4.40, 4.41 e 4.42 são apresentadas a velocidade e a aceleração do robô durante um dos ensaios realizados com binários nulos.

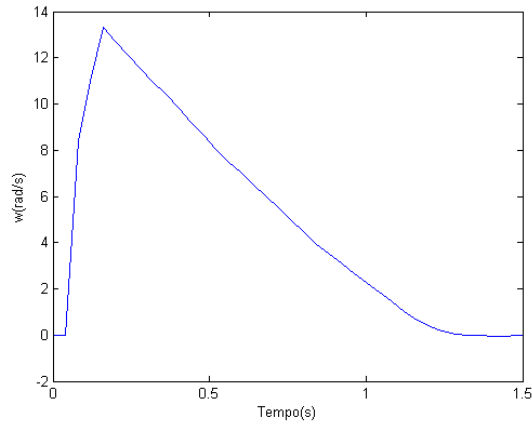


Figura 4.40: Método 2 - Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.

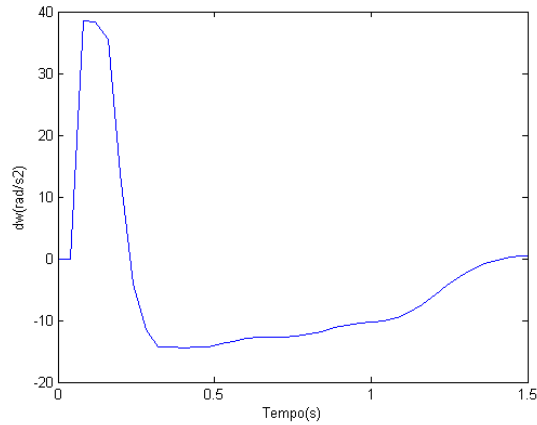


Figura 4.41: Método 2 - Aceleração segundo o eixo de rotação do robô.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

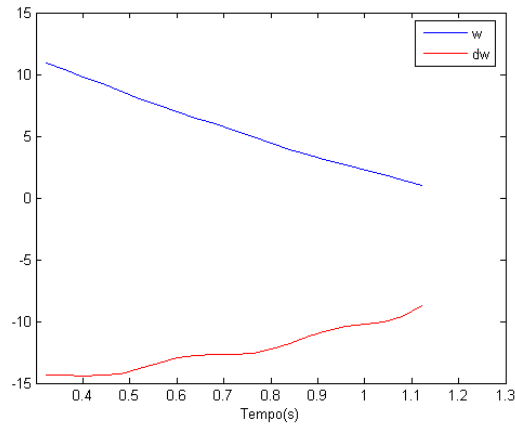


Figura 4.42: Método 2 - Detalhe da velocidade e aceleração segundo o eixo de rotação do robô.

A partir dos valores dos coeficientes calculados pelo método descrito na secção 4.6.2.1 é possível calcular o momento de inércia J a partir da equação 4.42, ver tabela 4.10.

Tabela 4.10: Método 2 - Momento de inércia.

<i>Ensaio</i>	<i>J</i>
1	0.0173
2	0.0164
Média	0.01685

Obtido o valor de J , pode-se então aplicar esse valor juntamente com os coeficientes de atrito à equação 4.41 e verificar a qualidade dos resultados obtido. Nas figuras 4.43 e 4.44 são apresentadas validações para os resultados obtidos.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

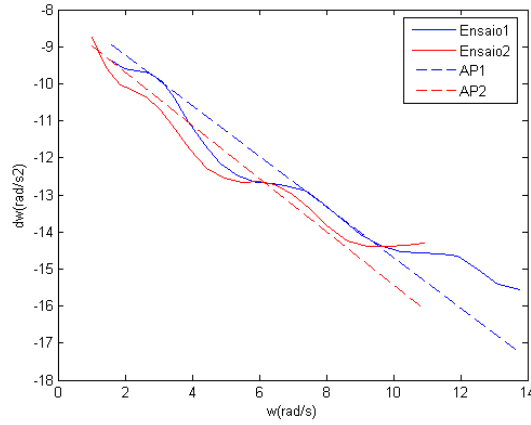


Figura 4.43: Método 2 - Aproximação linear do ensaio segundo o eixo de rotação do robô.

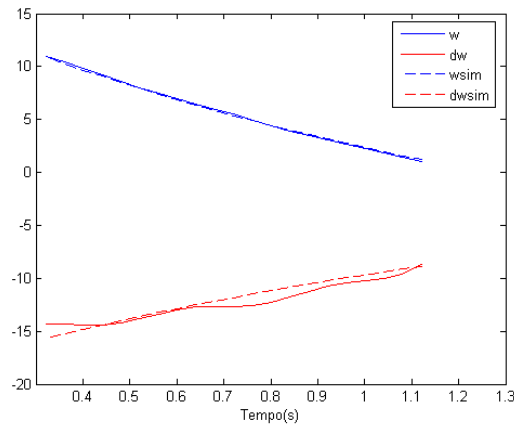


Figura 4.44: Método 2 - Comparação entre ensaio e simulação o eixo de rotação do robô.

4.6.3 Resultados Obtidos para o Modelo do Robô

Na tabela 4.11 são apresentados os resultados obtidos para os coeficientes de atrito e momento de inércia resultantes dos ensaios realizados. Durante os ensaios realizados podem ter existido várias interferências, provocando o desvio do valor

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

real dos parâmetros. Dessas interferências podem-se salientar, erros associados às irregularidades do terreno, falta de resolução da leitura da corrente nos motores, conversão do valor de corrente medida no *drive*, sistema de visão e falta de tracção nas rodas, sendo assim, os valores encontrados podem ser considerados aceitáveis.

Tabela 4.11: Coeficientes de atrito e momento de inércia estimados.

Robô	B_v	B_{vn}	B_w	C_v	C_{vn}	C_w	J
Três rodas	0.5031	0.5169	0.0111	1.9068	2.0423	0.1131	0.0151
Quatro rodas	0.4776	0.6009	0.0118	1.8738	2.2198	0.1357	0.0168

É de salientar o facto que, para o robô de quatro rodas, o valor dos coeficientes de atrito segundo a direcção vn , quando comparados com os valores segundo a direcção v , são mais elevados, o que poderá mostrar uma desigualdade na performance do robô entre estes dois eixos. Isto é, para valores de entrada igual, os resultados obtidos podem ser diferentes entre eixos. Isto verifica-se pelos valores da tabela 4.12 que, para valores iguais de tensão aplicada aos motores, o valor da velocidade é maior em v e o valor da força de tracção é maior em vn .

Tabela 4.12: Comparação entre velocidades e forças para robô de quatro rodas.

$u(V)$	$v(m/s)$	$F_v(N)$	$vn(m/s)$	$F_{vn}(N)$
6	1.1748	2.7520	1.0776	2.9467
8	1.5531	3.1325	1.4295	3.4668

4.6.4 Estimação dos Parâmetros do Modelo do Motor

Foram realizados ensaios para cada um dos quatros motores, de forma a estimar o valor da resistência R e o valor da constante K_v ¹. Nas tabelas 4.13 a 4.16 são apresentados os resultados dos ensaios.

¹O valor da constante de binário K_t apresenta valor idêntico ao valor da constante da força contra electromotriz K_v

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Tabela 4.13: Ensaio Motor0.

$u_0(V)$	$i_0(A)$	$w_{m0}(rad/s)$	$w_{m0}/i_0((rad/s)/A)$	$u_0/i_0(\Omega)$
12	0.1515	440.9	2910.1	79.2
12	0.8316	345.7	415.7	14.4
12	0.4255	402.1	945.0	28.2
12	0.4562	397.0	870.3	26.3
12	0.7159	360.5	503.6	16.7
12	0.6410	371.5	579.6	18.7
12	1.1647	301.0	258.4	10.3
12	0.2727	423.7	1553.8	44.0
12	0.5151	389.0	755.2	23.2
12	1.4545	266.3	183.1	8.2

Tabela 4.14: Ensaio Motor1.

$u_1(V)$	$i_1(A)$	$w_{m1}(rad/s)$	$w_{m1}/i_1((rad/s)/A)$	$u_1/i_1(\Omega)$
12	0.1515	444.5	2934.1	79.2
12	0.3804	411.4	1081.3	31.5
12	0.6969	368.7	529.1	17.2
12	0.9112	340.1	373.2	13.1
12	0.5797	385.2	664.5	20.6
12	1.0117	326.5	322.7	11.8
12	1.2214	301.0	246.4	9.8
12	1.0675	319.1	298.9	11.2

Tabela 4.15: Ensaio Motor2.

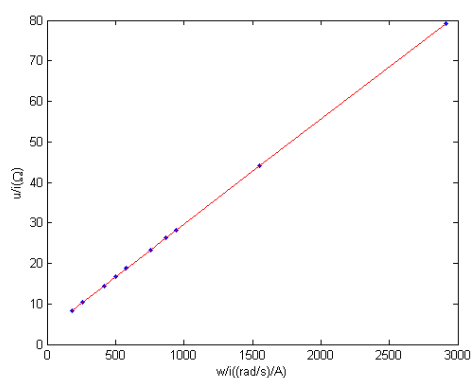
$u_2(V)$	$i_2(A)$	$w_{m2}(rad/s)$	$w_{m2}/i_2((rad/s)/A)$	$u_2/i_2(\Omega)$
12	0.1515	441.9	2916.7	79.2
12	0.5616	380.4	677.5	21.4
12	0.3524	411.3	1166.9	34.0
12	1.0681	308.4	288.7	11.2
12	0.3787	407.4	1075.6	31.7
12	0.6341	370.0	583.5	18.9
12	0.8571	337.0	393.2	14.0
12	1.2215	287.1	235.1	9.8

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

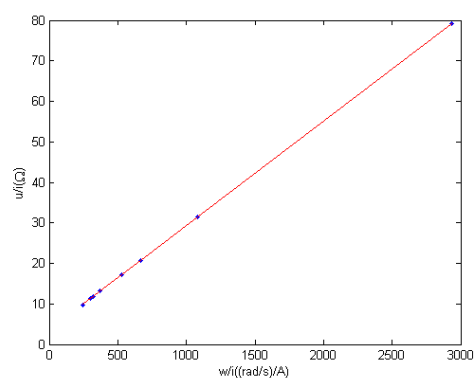
Tabela 4.16: Ensaio Motor3.

$u_3(V)$	$i_3(A)$	$w_{m3}(rad/s)$	$w_{m3}/i_3((rad/s)/A)$	$u_3/i_3(\Omega)$
12	0.1492	441.0	2954.8	80.4
12	0.3449	410.5	1190.1	34.8
12	0.6787	363.2	535.1	17.7
12	0.4723	392.8	831.7	25.4
12	0.3737	406.6	1087.9	32.1
12	1.0582	311.6	294.5	11.3

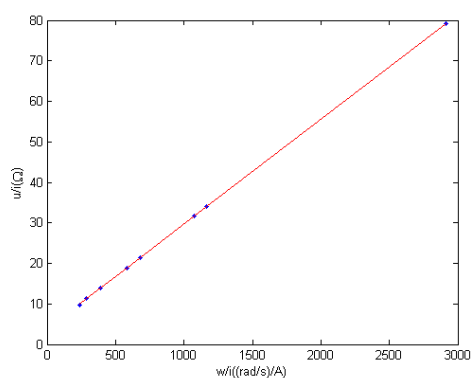
Na figura 4.45 são apresentados os gráficos relativos às experiências realizadas para cada motor.



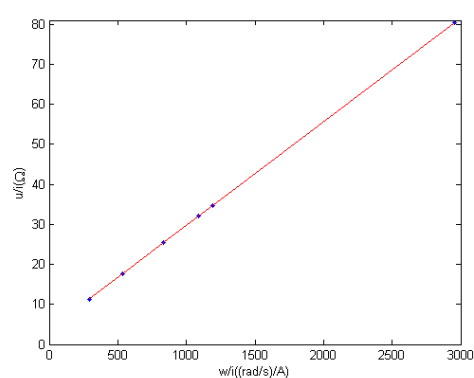
(a) Motor 0



(b) Motor1



(c) Motor2



(d) Motor3

Figura 4.45: Determinação dos parâmetros do motor.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na tabela 4.17 são apresentados os resultados para os valores dos parâmetros dos motores.

Tabela 4.17: Resultados dos ensaios dos motores.

Motor	$K_v(V/(rad/s))$	$R(\Omega)$
0	0.0260	3.6255
1	0.0258	3.5428
2	0.0259	3.8172
3	0.0259	3.8175
Média	0.0259	3.7007

4.6.5 Análise de Sensibilidade

Para se poder perceber quais são as variáveis do modelo do robô que têm mais influência no seu comportamento, foi feita uma comparação entre as matrizes dos modelos dos robôs.

Cada factor analisado é afectado apenas por parâmetro estimado, sendo todos os outros parâmetros constantes.

1. Comparação dos factores da matriz A segundo a direcção v ;

- Robô de três rodas;

$$\left(\frac{3 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{2 \cdot r^2 \cdot R \cdot M} \right) = \frac{K_{a1}}{R} = 3.3110 \quad (4.83)$$

$$\frac{B_v}{M} = K_{a2} \cdot B_v = 0.3245 \quad (4.84)$$

- Robô de quatro rodas.

$$\left(\frac{2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot M} \right) = \frac{K_{a1}}{R} = 3.6676 \quad (4.85)$$

$$\frac{B_v}{M} = K_{a2} \cdot B_v = 0.2041 \quad (4.86)$$

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

2. Comparação entre a matriz B e K segundo a direcção v com alimentação dos motores de $6V$;

- Robô de três rodas;

$$\left(\frac{\sqrt{3} \cdot l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R \cdot M} \right) \cdot 12 = \frac{K_b}{R} \cdot 12 = 5.7570 \quad (4.87)$$

$$\frac{C_v}{M} = K_k \cdot C_v = 0.8728 \quad (4.88)$$

- Robô de quatro rodas.

$$\left(\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} \right) \cdot 12 = \frac{K_b}{R} \cdot 12 = 5.5227 \quad (4.89)$$

$$\frac{C_v}{M} = K_k \cdot C_v = 0.7879 \quad (4.90)$$

Igual análise poderia ser feita para as outras velocidades, contudo os resultados obtidos seriam muito semelhantes.

Desta análise, verifica-se que os coeficientes dos motores têm mais influência quando comparados com os coeficientes de atrito. Como as componentes dependentes dos coeficientes dos motores são dominantes em relação aos atritos, a robustez do modelo está directamente relacionada com a correcta estimação dos parâmetros do modelo do motor. Desta forma torna-se essencial fazer a validação dos parâmetros estimados usando um método alternativo, porque o método usado para o calculo da resistência dos motores R , não oferece grande confiança, pois podem existir outras componentes resistivas não estimadas. Nos gráficos apresentados na figura 4.45 é possível observar que uma pequena variação nos ensaios realizados, pode provocar facilmente uma variação no valor da resistência.

4.6.6 Validação dos Parâmetros Estimados - Método 3

A validação dos parâmetros estimados foi realizada usando ensaios diferentes dos utilizados inicialmente para a estimação de parâmetros. Foi aplicado um sinal de entrada aos motores em rampa de aceleração, uma vez atingido um determinado valor, o sinal era mantido constante. Foi usado este método porque, se fosse aplicado um degrau da tensão aos motores, o robô derrapava, falseando os resultados.

Os dados utilizados compreendem uma zona de aceleração e, também, uma zona em que a velocidade é constante. Estando o modelo definido segundo a equação 4.63, podemos melhorar a qualidade de estimação dos parâmetros estimados fazendo uma aproximação por mínimos quadrados(33). Considerando o sistema escrito da seguinte forma:

$$y = \theta_1 \cdot x_1 + \theta_2 \cdot x_2 + \theta_3 \cdot x_3 \quad (4.91)$$

em que:

- $x_1 = x(t)$;
- $x_2 = u(t)$;
- $x_3 = 1^1$;
- $y = \frac{dx(t)}{dt}$.

Os parâmetros θ podem ser estimados pela seguinte equação.

$$\theta = (x^T \cdot x)^{-1} \cdot x^T \cdot y \quad (4.92)$$

¹É usado o valor de "1", porque a estimação é feita para velocidades positivas.

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

em que:

$$x = [x_1(1) \dots x_1(n) \ x_2(1) \dots x_2(n) \ x_3(1) \dots x_3(n)]^T \quad (4.93)$$

Como os parâmetros estimados podem estar enviesados, foram usadas variáveis instrumentais de modo a minimizar esse enviesamento. Os parâmetros θ passam a ser calculados pela seguinte equação.

$$\theta = (z^T \cdot x)^{-1} \cdot z^T \cdot y \quad (4.94)$$

em que:

$$z = [\overline{x_1}(1) \dots \overline{x_1}(n) \ x_2(1) \dots x_2(n) \ x_3(1) \dots x_3(n)]^T \quad (4.95)$$

Nota: Nesta secção, o valor usado para a constante de binário dos motores K_t é o valor estimado na secção 4.6.4.

4.6.6.1 Análise para Robô de Três Rodas

- Análise segundo a direcção v ;

Partindo da equação 4.63, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dv(t)}{dt} = A \cdot v(t) + B \cdot u(t) + K \quad (4.96)$$

em que:

$$u(t) = u_2(t) - u_0(t) \quad (4.97)$$

$$K = -\frac{C_v}{M} \quad (4.98)$$

$$A = -\left(\frac{3 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{2 \cdot r^2 \cdot R \cdot M}\right) - \frac{B_v}{M} \quad (4.99)$$

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

$$B = \left(\frac{\sqrt{3} \cdot l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R \cdot M} \right) \quad (4.100)$$

Se considerarmos que o valor para o coeficiente de atrito de Coulomb C_v calculado inicialmente é confiável, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dv(t)}{dt} - K = A \cdot v(t) + B \cdot u(t) \quad (4.101)$$

Na tabela seguinte são apresentados os parâmetros estimados:

Tabela 4.18: Validação dos parâmetros segundo a direcção v .

R	B_v
4.2385	0.5134

- Análise segundo a direcção vn ;

Partindo da equação 4.63, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dvn(t)}{dt} = A \cdot vn(t) + B \cdot u(t) + K \quad (4.102)$$

em que:

$$u(t) = \frac{u_2(t) - u_0(t)}{2} - u_1 \quad (4.103)$$

$$K = -\frac{C_{vn}}{M} \quad (4.104)$$

$$A = -\left(\frac{3 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{2 \cdot r^2 \cdot R \cdot M} \right) - \frac{B_{vn}}{M} \quad (4.105)$$

$$B = \left(\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} \right) \quad (4.106)$$

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Se considerarmos que o valor para o coeficiente de atrito de Coulomb C_{vn} calculado inicialmente é confiável, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dvn(t)}{dt} - K = A \cdot vn(t) + B \cdot u(t) \quad (4.107)$$

Na tabela seguinte são apresentados os parâmetros estimados:

Tabela 4.19: Validação dos parâmetros segundo a direcção vn .

R	B_{vn}
4.3353	0.4571

- Análise segundo o eixo de rotação do robô.

Como existe alguma dúvida nos valores dos coeficientes de atrito C_w e B_w calculados inicialmente, é necessário estimar ambos os valores. Para isso, considera-se que o valor da resistência do motor R é 4.287Ω , valor calculado pela média das estimativas anteriores.

Partindo da equação 4.63, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dw(t)}{dt} = A \cdot w(t) + B \cdot u(t) + K \quad (4.108)$$

em que:

$$u(t) = u_0(t) + u_1(t) + u_2(t) \quad (4.109)$$

$$K = -\frac{C_w}{J} \quad (4.110)$$

$$A = -\left(\frac{3 \cdot K_t^2 \cdot l^2 \cdot d^2}{r^2 \cdot R \cdot J}\right) - \frac{B_w}{J} \quad (4.111)$$

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

$$B = \left(\frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J} \right) \quad (4.112)$$

Na tabela seguinte são apresentados os parâmetros estimados:

Tabela 4.20: Validação dos parâmetros segundo o eixo de rotação do robô.

J	B_w	C_w
0.0187	0.0150	0.0812

4.6.6.2 Análise para Robô de Quatro Rodas

- Análise segundo a direcção v ;

Partindo da equação 4.63, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dv(t)}{dt} = A \cdot v(t) + B \cdot u(t) + K \quad (4.113)$$

em que:

$$u(t) = u_3(t) - u_1(t) \quad (4.114)$$

$$K = -\frac{C_v}{M} \quad (4.115)$$

$$A = -\left(\frac{2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot M} \right) - \frac{B_v}{M} \quad (4.116)$$

$$B = \left(\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M} \right) \quad (4.117)$$

Se considerarmos que o valor para o coeficiente de atrito de Coulomb C_v calculado inicialmente é confiável, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dv(t)}{dt} - K = A \cdot v(t) + B \cdot u(t) \quad (4.118)$$

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na tabela seguinte são apresentados os parâmetros estimados:

Tabela 4.21: Validação dos parâmetros segundo a direcção v .

R	B_v
4.2840	0.5181

- Análise segundo a direcção vn ;

Partindo da equação 4.63, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dvn(t)}{dt} = A \cdot vn(t) + B \cdot u(t) + K \quad (4.119)$$

em que:

$$u(t) = u_0(t) - u_2(t) \quad (4.120)$$

$$K = -\frac{C_{vn}}{M} \quad (4.121)$$

$$A = -\left(\frac{2 \cdot K_t^2 \cdot l^2}{r^2 \cdot R \cdot M}\right) - \frac{B_{vn}}{M} \quad (4.122)$$

$$B = \left(\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R \cdot M}\right) \quad (4.123)$$

Se considerarmos que o valor para o coeficiente de atrito de Coulomb C_{vn} calculado inicialmente é confiável, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dvn(t)}{dt} - K = A \cdot vn(t) + B \cdot u(t) \quad (4.124)$$

4.6 Estimação dos Parâmetros para os Modelos

Na tabela seguinte são apresentados os parâmetros estimados:

Tabela 4.22: Validação dos parâmetros segundo a direcção vn .

R	B_{vn}
4.3867	0.7518

- Análise segundo o eixo de rotação do robô.

Como existe alguma dúvida nos valores dos coeficientes de atrito C_w e B_w calculados inicialmente, é necessário estimar ambos os valores. Para isso, considera-se que o valor da resistência do motor R é 4.3353Ω , valor calculado pela média das estimativas anteriores.

Partindo da equação 4.63, podemos escrever o modelo da seguinte forma:

$$\frac{dw(t)}{dt} = A \cdot w(t) + B \cdot u(t) + K \quad (4.125)$$

em que:

$$u(t) = u_0(t) + u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) \quad (4.126)$$

$$K = -\frac{C_w}{J} \quad (4.127)$$

$$A = -\left(\frac{4 \cdot K_t^2 \cdot l^2 \cdot d^2}{r^2 \cdot R \cdot J}\right) - \frac{B_w}{J} \quad (4.128)$$

$$B = \left(\frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R \cdot J}\right) \quad (4.129)$$

Na tabela seguinte são apresentados os parâmetros estimados:

Tabela 4.23: Validação dos parâmetros segundo o eixo de rotação do robô.

J	B_w	C_w
0.0288	0.0165	0.1411

4.6.6.3 Análise da Validação dos Parâmetros

Dos resultados obtidos, chega-se à conclusão que dos parâmetros estimados anteriormente, apenas o valor da resistência do motor R é incoerente. Contudo, a técnica usada na primeira estimação não é a mais apropriada, tal como descrito na secção 4.6.5, sendo considerados mais confiáveis os resultados obtidos nesta secção. Uma vez que temos quatro resultados estimados para o valor da resistência, e que são bastante semelhantes, será feita uma média entre eles, sendo esse o valor usado nos modelos dos robôs. De igual forma será feita uma média entre todos os outros parâmetros estimados nesta secção e os parâmetros apresentados na secção 4.6.3.

4.7 Resultados e Simulações

Nesta secção é feita a apresentação final dos valores para os parâmetros dos modelos dos robôs, bem como uma apresentação de várias simulações.

Nas tabelas 4.24, 4.25, 4.26 e 4.27 são apresentados os valores dos parâmetros estimados pelos vários métodos.

Tabela 4.24: Parâmetros gerais do modelo do robô.

$d(m)$	$r(m)$	l	$K_v(V/(rad/s))$	$M_{robo3}(kg)$	$M_{robo4}(kg)$
0.089	0.0325	5	0.0259	1.944	2.34

Tabela 4.25: Resistência do motor.

Método	$R(\Omega)$
3-Robô3-v	4.2385
3-Robô3-vn	4.3353
3-Robô4-v	4.2840
3-Robô4-vn	4.3867
Média	4.3111

Tabela 4.26: Parâmetros para o modelo do robô de três rodas.

Método	J ($kg \cdot m^2$)	B_v ($N/(m/s)$)	B_{vn} ($N/(m/s)$)	B_w ($N \cdot m/(rad/s)$)	C_v (N)	C_{vn} (N)	C_w ($N \cdot m$)
1	-	-	-	0.0111	-	-	0.1131
2	0.0151	0.5031	0.5169	-	1.9068	2.0423	-
3	0.0187	0.5134	0.4571	0.0150	-	-	0.0812
Média	0.0169	0.5082	0.4870	0.0130	1.9068	2.0423	0.0971

Tabela 4.27: Parâmetros para o modelo do robô de quatro rodas.

Método	J ($kg \cdot m^2$)	B_v ($N/(m/s)$)	B_{vn} ($N/(m/s)$)	B_w ($N \cdot m/(rad/s)$)	C_v (N)	C_{vn} (N)	C_w ($N \cdot m$)
1	-	-	-	0.0118	-	-	0.1357
2	0.0168	0.4776	0.6009	-	1.8738	2.2198	-
3	0.0288	0.5181	0.7518	0.0165	-	-	0.1411
Média	0.0228	0.4978	0.6763	0.0141	1.8738	2.2198	0.1385

4.7.1 Simulação para o Robô de Três Rodas

Os resultados obtidos durante a simulação foram comparados com ensaios experimentais em rampa de aceleração, para evitar que as rodas tenham falta de tracção. Na figura 4.46 é apresentado um exemplo de sinal de entrada em rampa de aceleração usado durante um dos ensaios segundo a direcção v .

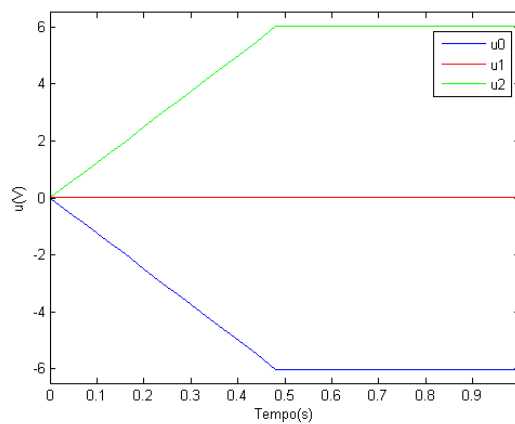


Figura 4.46: Sinal de entrada dos motores.

Nas figuras seguintes é apresentada a simulação segundo a direcção v .

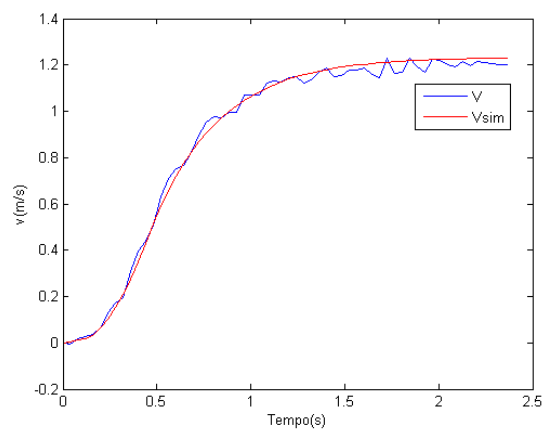


Figura 4.47: Velocidade segundo a direcção v .

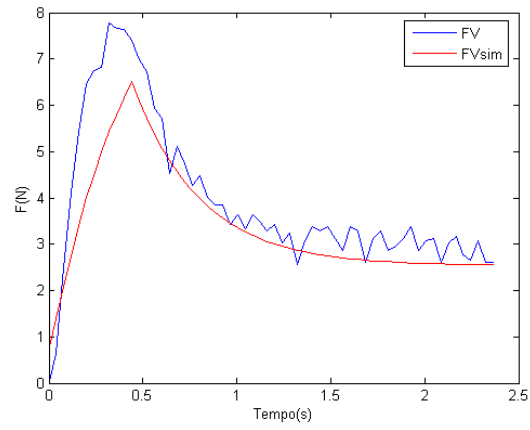


Figura 4.48: Força de tracção segundo a direcção v .

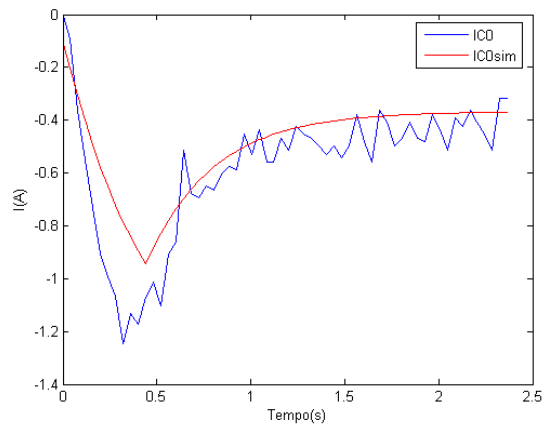


Figura 4.49: Corrente no motor0 segundo a direcção v .

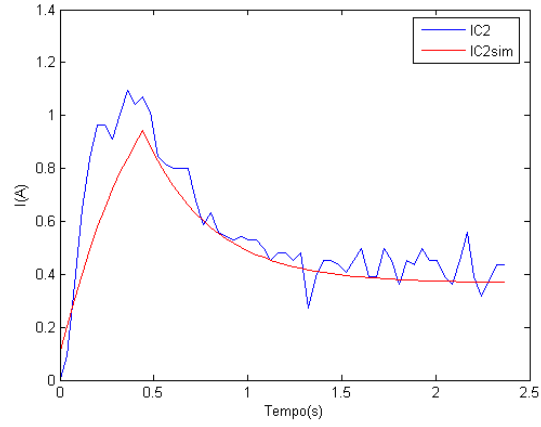


Figura 4.50: Corrente no motor2 segundo a direcção v .

Nas figuras seguintes é apresentada a simulação segundo a direcção vn .

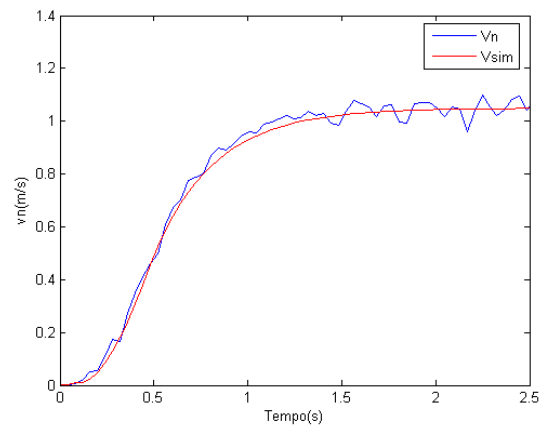


Figura 4.51: Velocidade segundo a direcção vn .

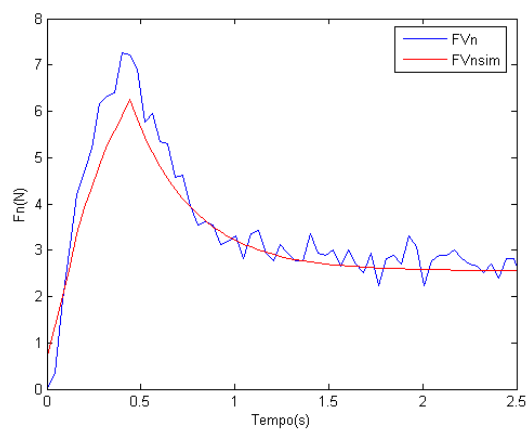


Figura 4.52: Força de tração segundo a direcção vn .

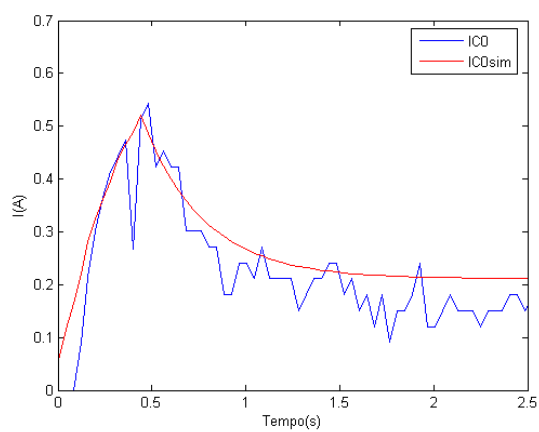


Figura 4.53: Corrente no motor0 segundo a direcção vn .

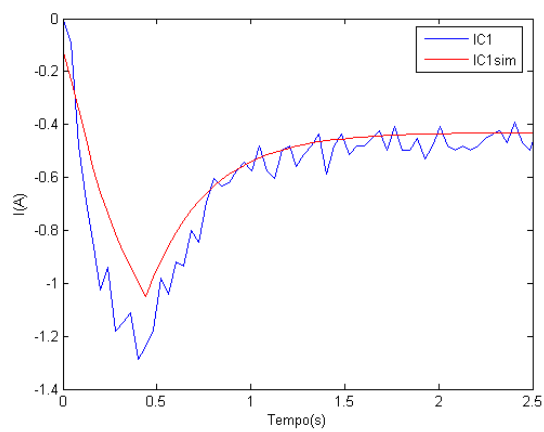


Figura 4.54: Corrente no motor1 segundo a direcção vn .

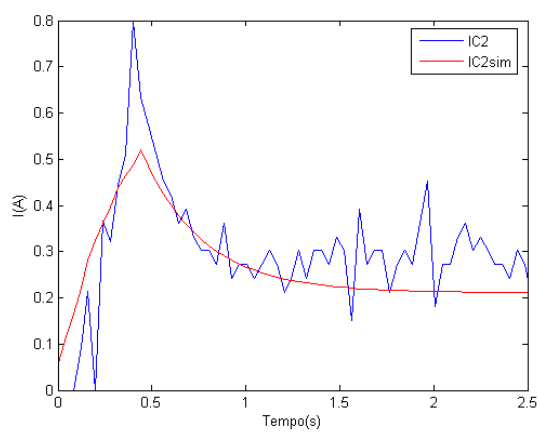


Figura 4.55: Corrente no motor2 segundo a direcção vn .

Nas figuras seguintes é apresentada a simulação segundo o eixo de rotação do robô.

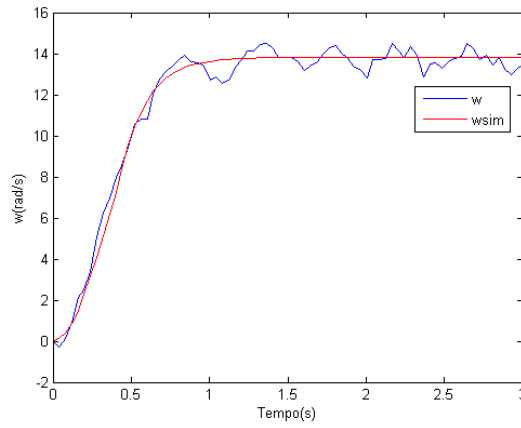


Figura 4.56: Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.

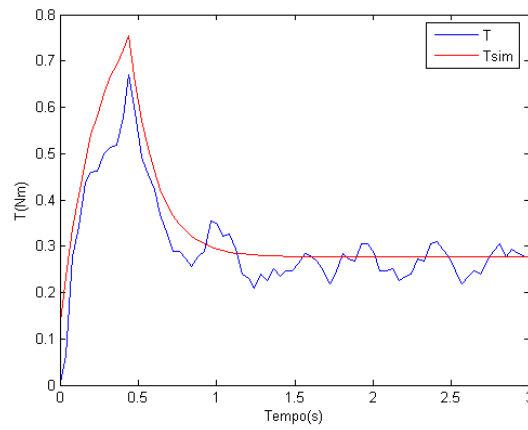


Figura 4.57: Binário de rotação segundo o eixo de rotação do robô.

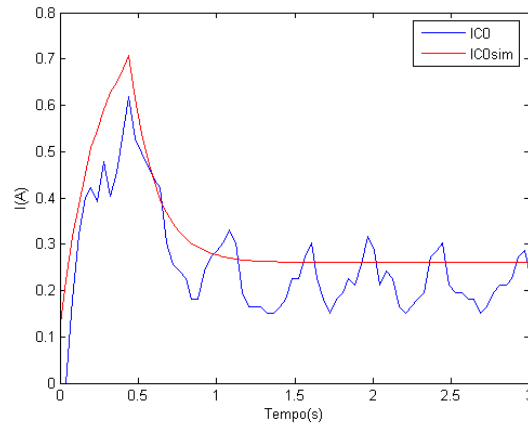


Figura 4.58: Corrente no motor0 segundo o eixo de rotação do robô.

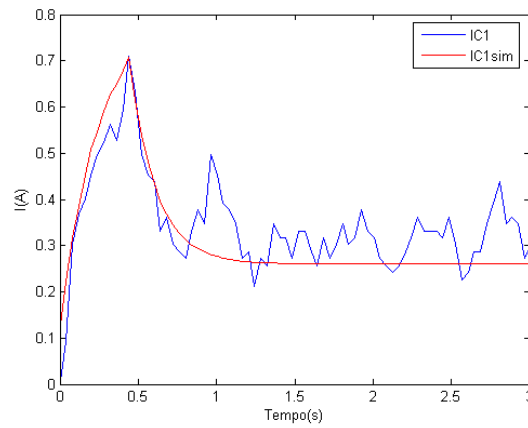


Figura 4.59: Corrente no motor1 segundo o eixo de rotação do robô.

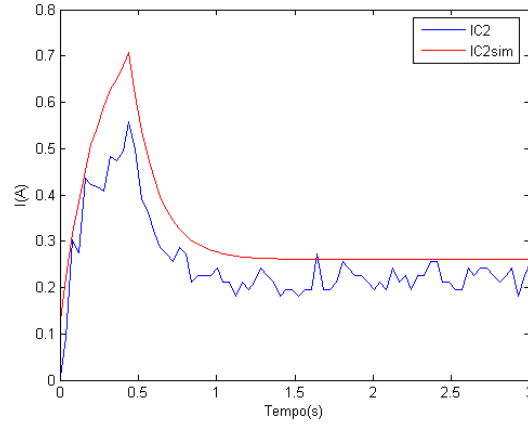


Figura 4.60: Corrente no motor2 segundo o eixo de rotação do robô.

4.7.2 Simulação para o Robô de Quatro Rodas

Na figura 4.61 é apresentado um exemplo de sinal de entrada em rampa de aceleração usado durante um dos ensaios segundo a direcção v .

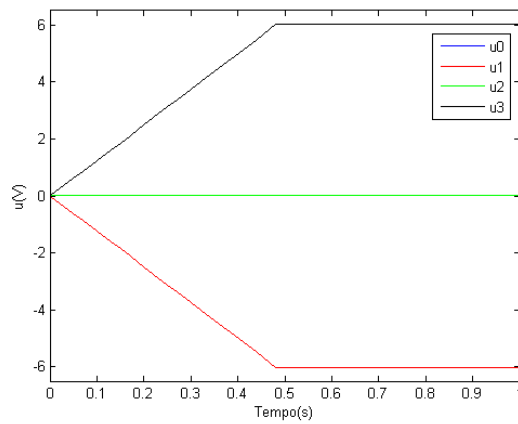


Figura 4.61: Sinal de entrada dos motores.

Nas figuras seguintes é apresentada a simulação segundo a direcção v .

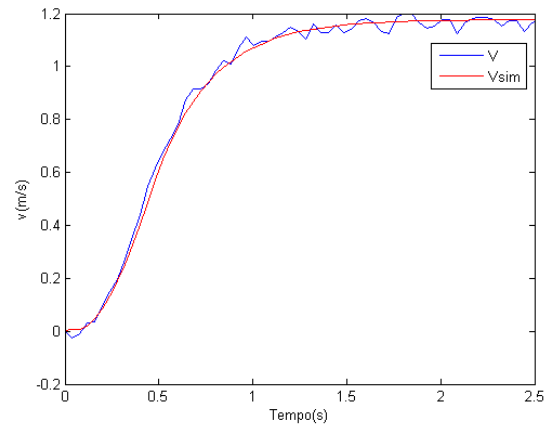


Figura 4.62: Velocidade segundo a direcção v .

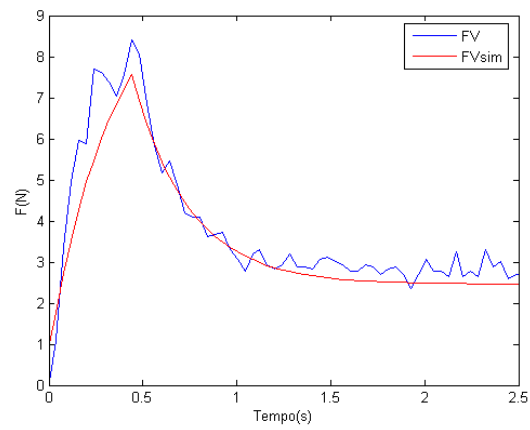


Figura 4.63: Força de tracção segundo a direcção v .

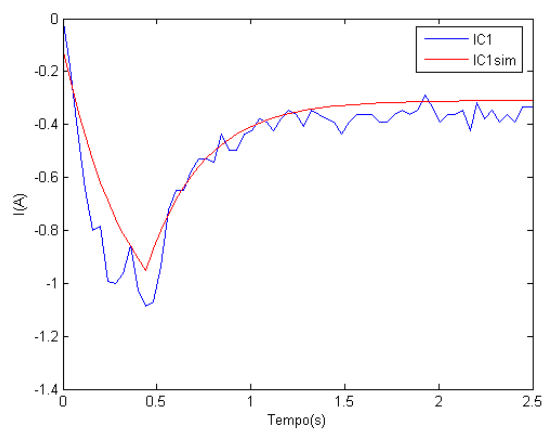


Figura 4.64: Corrente no motor1 segundo a direcção v .

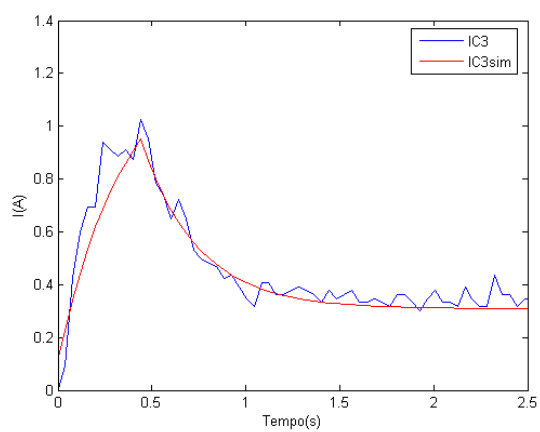


Figura 4.65: Corrente no motor3 segundo a direcção v .

Nas figuras seguintes é apresentada a simulação segundo a direcção vn .

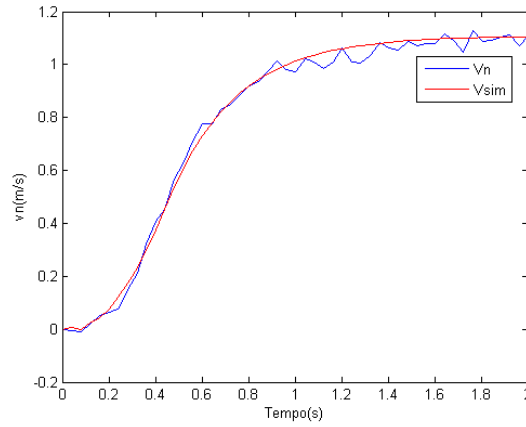


Figura 4.66: Velocidade segundo a direcção vn .

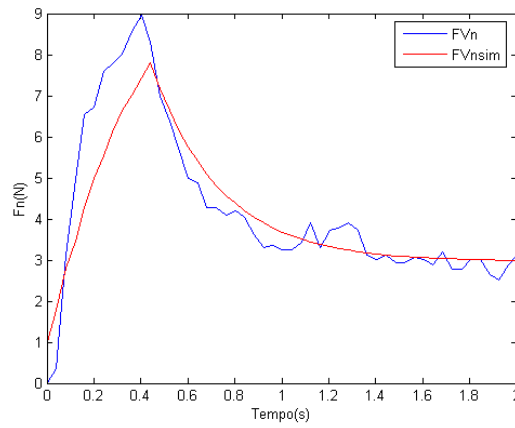


Figura 4.67: Força de tracção segundo a direcção vn .

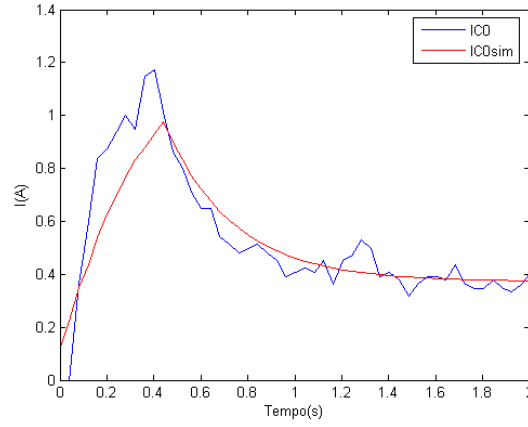


Figura 4.68: Corrente no motor0 segundo a direcção vn .

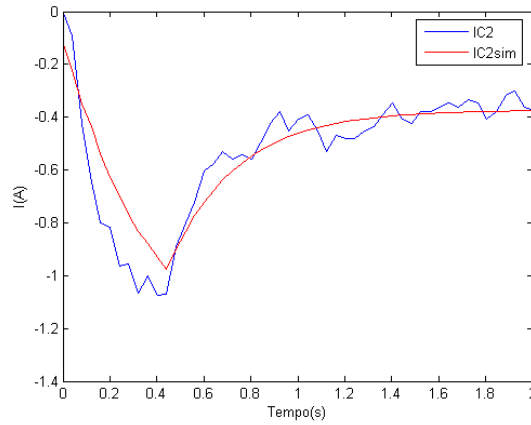


Figura 4.69: Corrente no motor2 segundo a direcção vn .

4.7 Resultados e Simulações

Nas figuras seguintes é apresentada a simulação segundo o eixo de rotação do robô.

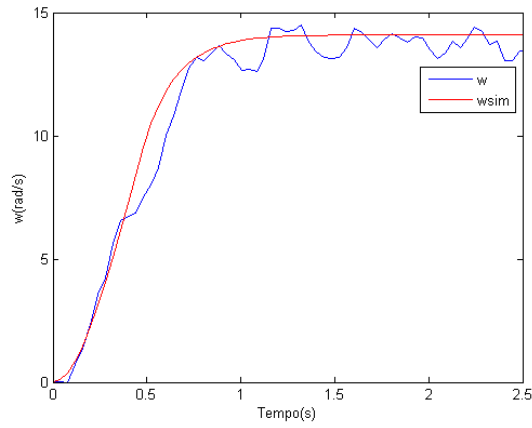


Figura 4.70: Velocidade segundo o eixo de rotação do robô.

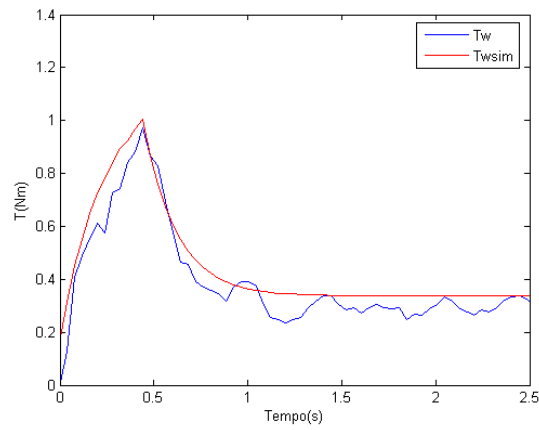


Figura 4.71: Binário de rotação segundo o eixo de rotação do robô.

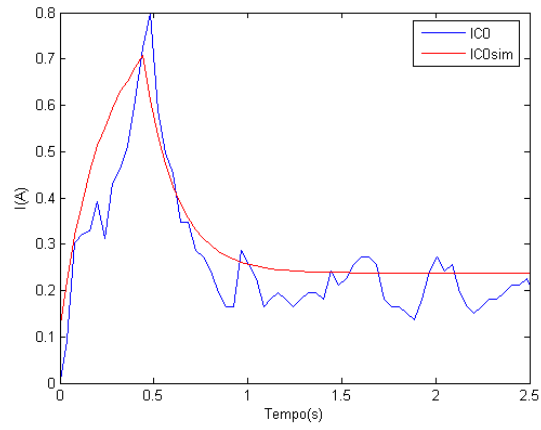


Figura 4.72: Corrente no motor0 segundo o eixo de rotação do robô.

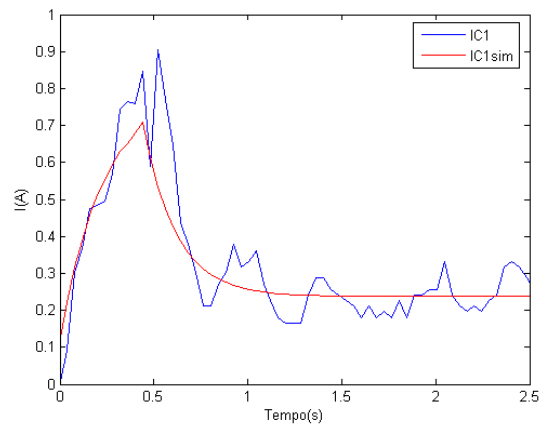


Figura 4.73: Corrente no motor1 segundo o eixo de rotação do robô.

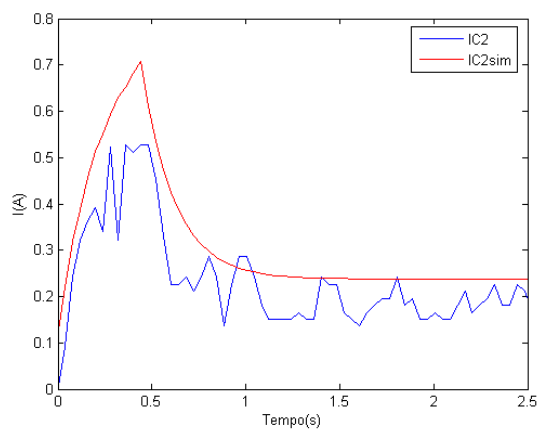


Figura 4.74: Corrente no motor2 segundo o eixo de rotação do robô.

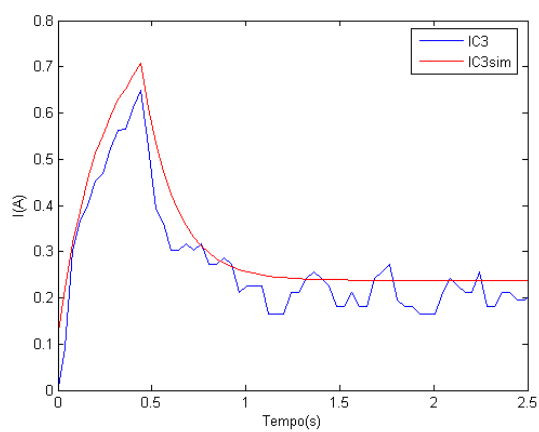


Figura 4.75: Corrente no motor3 segundo o eixo de rotação do robô.

Capítulo 5

Análise de Desempenho

5.1 Introdução

Neste capítulo é feita uma análise do desempenho e comportamento dos robôs. É apresentada uma análise geométrica para as duas configurações em estudo e uma comparação da performance dos robôs baseada em ensaios reais e no modelo estimado, tendo em conta a tensão de alimentação dos motores, velocidade, aceleração e consumo.

5.2 Estudo da Velocidade e Força de Tracção em Função do Ângulo Segundo o Modelo Cinemático

A análise geométrica do robô pode fornecer-nos um ponto de partida para o estudo do desempenho das diferentes configurações. Desta análise pode-se determinar qual a direcção da velocidade e força de tracção máximas. Esta análise é apresentada em valores normalizados, pretendendo demonstrar quais os valores máximos admissíveis para as diferentes configurações. Considera-se que a velocidade angular e o binário de rotação são nulos.

5.2 Estudo da Velocidade e Força de Tracção em Função do Ângulo Segundo o Modelo Cinemático

5.2.1 Análise para o Robô de Três Rodas

Para o robô de três rodas, apenas é necessário fazer a análise geométrica entre -30° e 30° , já que é completamente simétrico nas restantes gamas de ângulos.

Na tabela 5.1 é apresentada a análise cinemática para a velocidade normalizada do robô, tendo por base as velocidades de cada roda. Para o cálculo da velocidade são usadas as equações 4.9, 4.10 e 4.11. Para que a velocidade angular seja nula, é necessário garantir que:

$$v_0(t) + v_1(t) + v_2(t) = 0 \quad (5.1)$$

Tabela 5.1: Análise cinemática da velocidade normalizada do robô.

v_0	v_1	v_2	v	vn	v_{robo}	$\theta(rad)$	$\theta(deg)$
-0.5	-0.5	1	0.866	0.5	1.000	0.523	30
-0.6	-0.4	1	0.924	0.4	1.007	0.409	23.4
-0.7	-0.3	1	0.981	0.3	1.026	0.297	17
-0.8	-0.2	1	1.039	0.2	1.058	0.190	10.9
-0.9	-0.1	1	1.097	0.1	1.101	0.091	5.2
-1	0	1	1.155	0	1.155	0	0
-1	0.1	0.9	1.097	-0.1	1.101	-0.091	-5.2
-1	0.2	0.8	1.039	-0.2	1.058	-0.190	-10.9
-1	0.3	0.7	0.981	-0.3	1.026	-0.297	-17
-1	0.4	0.6	0.924	-0.4	1.007	-0.409	-23.4
-1	0.5	0.5	0.866	-0.5	1.000	-0.523	-30

5.2 Estudo da Velocidade e Força de Tracção em Função do Ângulo Segundo o Modelo Cinemático

Na figura 5.1 é apresentada graficamente a análise cinemática demonstrada na tabela 5.1 para a velocidade normalizada do robô.

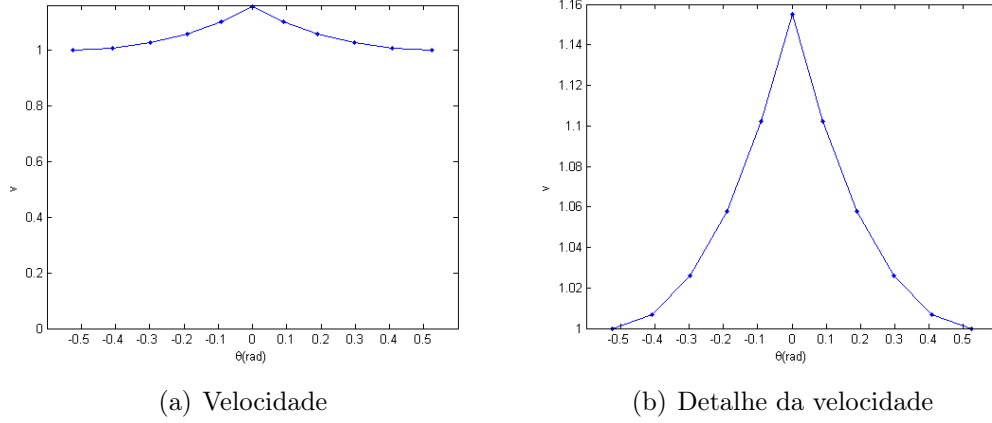


Figura 5.1: Análise cinemática da velocidade normalizada do robô.

Na tabela 5.2 é apresentada a análise cinemática para a força de tracção normalizada do robô, tendo por base as forças de tracção de cada roda. Para o cálculo da força de tracção são usadas as equações 4.28, 4.29 e 4.30. Para que o binário de rotação seja nulo, é necessário que:

$$f_0(t) + f_1(t) + f_2(t) = 0 \quad (5.2)$$

5.2 Estudo da Velocidade e Força de Tracção em Função do Ângulo Segundo o Modelo Cinemático

Tabela 5.2: Análise cinemática da força de tracção normalizada do robô.

f_0	f_1	f_2	F_v	F_{vn}	F_{robo}	$\theta(rad)$	$\theta(deg)$
-0.5	-0.5	1	1.299	0.75	1.500	0.523	30
-0.6	-0.4	1	1.386	0.60	1.510	0.409	23.4
-0.7	-0.3	1	1.472	0.45	1.539	0.297	17
-0.8	-0.2	1	1.559	0.30	1.587	0.190	10.9
-0.9	-0.1	1	1.645	0.15	1.652	0.091	5.2
-1	0	1	1.732	0	1.732	0	0
-1	0.1	0.9	1.645	-0.15	1.652	-0.091	-5.2
-1	0.2	0.8	1.559	-0.30	1.587	-0.190	-10.9
-1	0.3	0.7	1.472	-0.45	1.539	-0.297	-17
-1	0.4	0.6	1.386	-0.60	1.510	-0.409	-23.4
-1	0.5	0.5	1.299	-0.75	1.500	-0.523	-30

Na figura 5.2 é apresentada graficamente a análise cinemática demonstrada na tabela 5.2 para a força de tracção normalizada do robô.

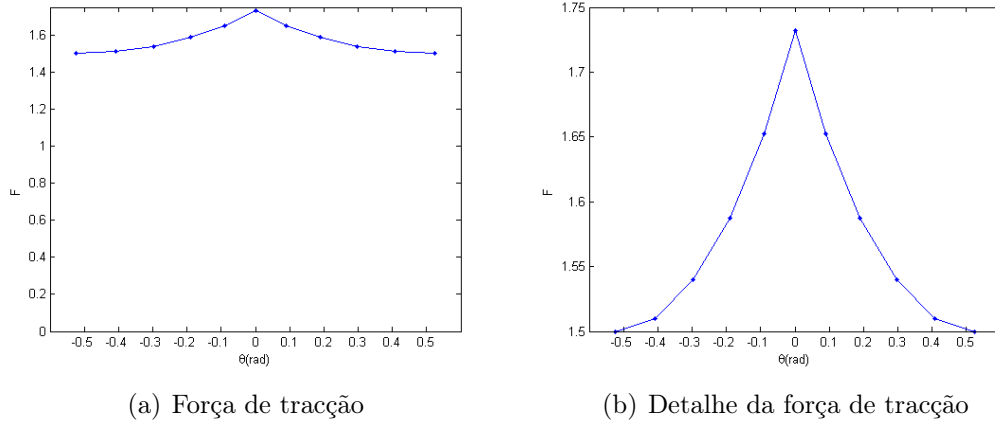


Figura 5.2: Análise cinemática da força de tracção normalizada do robô.

5.2.2 Análise para o Robô de Quatro Rodas

Para o robô de quatro rodas, apenas é necessário fazer a análise geométrica entre 0° e 90° , já que é completamente simétrico nas restantes gamas de ângulos.

Na tabela 5.3 é apresentada a análise cinemática para a velocidade do robô,

5.2 Estudo da Velocidade e Força de Tracção em Função do Ângulo Segundo o Modelo Cinemático

tendo por base as velocidades de cada roda. Para o cálculo da velocidade são usadas as equações 4.14, 4.15 e 4.18. Para que a velocidade angular seja nula, é necessário garantir que:

$$v_0(t) + v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) = 0 \quad (5.3)$$

Tabela 5.3: Análise cinemática da velocidade normalizada do robô.

v_0	v_1	v_2	v_3	v	vn	v_{robo}	$\theta(rad)$	$\theta(deg)$
1	0	-1	0	0	1	1.000	1.571	90
1	-0.1	-1	0.1	0.1	1	1.005	1.471	84.2
1	-0.2	-1	0.2	0.2	1	1.020	1.373	78.7
1	-0.3	-1	0.3	0.3	1	1.044	1.279	73.3
1	-0.4	-1	0.4	0.4	1	1.077	1.190	68.2
1	-0.5	-1	0.5	0.5	1	1.118	1.107	63.4
1	-0.6	-1	0.6	0.6	1	1.166	1.030	59
1	-0.7	-1	0.7	0.7	1	1.221	0.960	55
1	-0.8	-1	0.8	0.8	1	1.281	0.896	51.3
1	-0.9	-1	0.9	0.9	1	1.345	0.838	48
1	-1	-1	1	1	1	1.414	0.785	45
0.9	-1	-0.9	1	1	0.9	1.345	0.733	42
0.8	-1	-0.8	1	1	0.8	1.281	0.675	38.7
0.7	-1	-0.7	1	1	0.7	1.221	0.611	35
0.6	-1	-0.6	1	1	0.6	1.166	0.540	31
0.5	-1	-0.5	1	1	0.5	1.118	0.464	26.6
0.4	-1	-0.4	1	1	0.4	1.077	0.381	21.8
0.3	-1	-0.3	1	1	0.3	1.044	0.291	16.7
0.2	-1	-0.2	1	1	0.2	1.020	0.197	11.3
0.1	-1	-0.1	1	1	0.1	1.005	0.100	5.7
0	-1	0	1	1	0	1.000	0.000	0

5.2 Estudo da Velocidade e Força de Tracção em Função do Ângulo Segundo o Modelo Cinemático

Na figura 5.3 é apresentada graficamente a análise cinemática demonstrada na tabela 5.3 para a velocidade normalizada do robô.

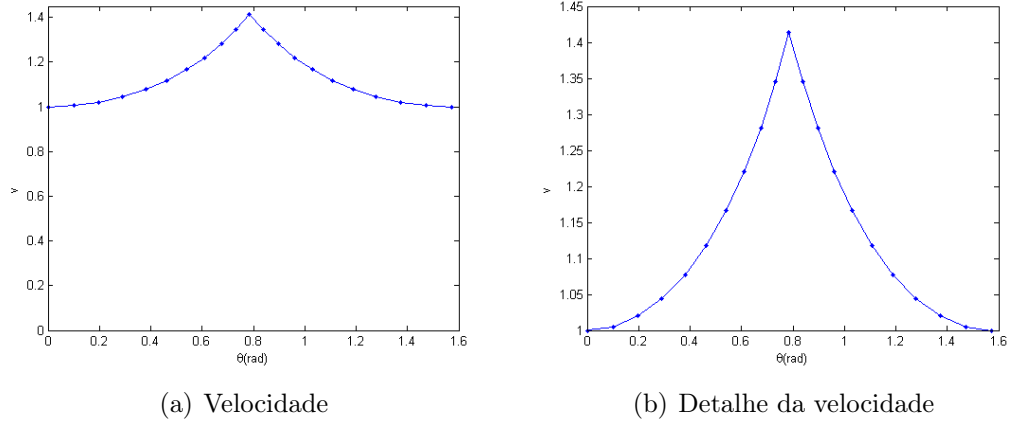


Figura 5.3: Análise cinemática da velocidade normalizada do robô.

Na tabela 5.4 é apresentada a análise teórica para a força de tracção do robô, tendo por base as forças de tracção de cada roda. Para o cálculo da força de tracção são usadas as equações 4.33, 4.34 e 4.35. Para que o binário de rotação seja nulo é necessário garantir que:

$$f_0(t) + f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) = 0 \quad (5.4)$$

5.2 Estudo da Velocidade e Força de Tracção em Função do Ângulo Segundo o Modelo Cinemático

Tabela 5.4: Análise cinemática da força de tracção normalizada do robô.

f_0	f_1	f_2	f_3	F_v	F_{vn}	F_{robo}	$\theta(rad)$	$\theta(deg)$
1	0	-1	0	0	2	2.000	1.571	90
1	-0.1	-1	0.1	0.2	2	2.010	1.471	84.2
1	-0.2	-1	0.2	0.4	2	2.040	1.373	78.7
1	-0.3	-1	0.3	0.6	2	2.088	1.279	73.3
1	-0.4	-1	0.4	0.8	2	2.154	1.190	68.2
1	-0.5	-1	0.5	1.0	2	2.236	1.107	63.4
1	-0.6	-1	0.6	1.2	2	2.332	1.030	59
1	-0.7	-1	0.7	1.4	2	2.441	0.960	55
1	-0.8	-1	0.8	1.6	2	2.561	0.896	51.3
1	-0.9	-1	0.9	1.8	2	2.691	0.838	48
1	-1	-1	1	2	2	2.828	0.785	45
0.9	-1	-0.9	1	2	1.8	2.691	0.733	42
0.8	-1	-0.8	1	2	1.6	2.561	0.675	38.7
0.7	-1	-0.7	1	2	1.4	2.441	0.611	35
0.6	-1	-0.6	1	2	1.2	2.332	0.540	31
0.5	-1	-0.5	1	2	1.0	2.236	0.464	26.6
0.4	-1	-0.4	1	2	0.8	2.154	0.381	21.8
0.3	-1	-0.3	1	2	0.6	2.088	0.291	16.7
0.2	-1	-0.2	1	2	0.4	2.040	0.197	11.3
0.1	-1	-0.1	1	2	0.2	2.010	0.100	5.7
0	-1	0	1	2	0	2.000	0.000	0

5.3 Estudo da Velocidade em Função do Ângulo Segundo o Modelo Dinâmico

Na figura 5.4 é apresentada graficamente a análise cinemática demonstrada na tabela 5.4 para a força de tracção normalizada do robô.

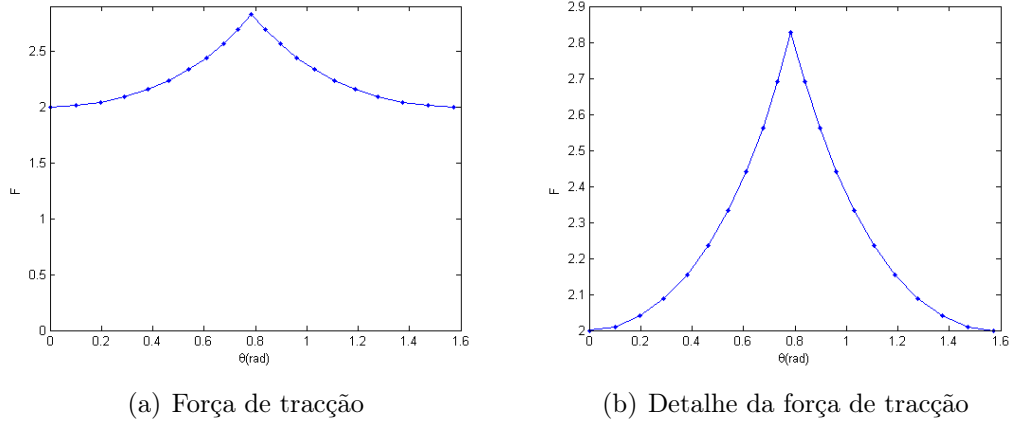


Figura 5.4: Análise cinemática da força de tracção do robô.

5.2.3 Análise dos Resultados

Da análise dos resultados obtidos é possível observar que para o robô de três rodas, a direcção da velocidade e força máxima é para os ângulos (-180° , -120° , -60° , 0° , 60° , 120° e 180°), enquanto que para o robô de quatro rodas, a direcção da velocidade e força máxima é para os ângulos (-135° , -45° , 45° e 135°).

5.3 Estudo da Velocidade em Função do Ângulo Segundo o Modelo Dinâmico

A partir da análise dinâmica, é possível determinar os valores máximos das características dinâmicas dos robôs e comparar os resultados dos ensaios com a simulação do modelo. Desta análise, é possível verificar se o robô é completamente simétrico segundo direcções v e vn . O método experimental usado passou por aplicar tensão aos motores, de forma a que o robô se movimente em diferen-

5.3 Estudo da Velocidade em Função do Ângulo Segundo o Modelo Dinâmico

tes direcções ou ângulos, medindo a velocidade do robô. Em todos os ensaios realizados é necessário garantir que a velocidade angular e binário de rotação são nulos, ver equações 5.1 a 5.4.

5.3.1 Análise para o Robô de Três Rodas

Nos ensaios realizados foi aplicada aos motores uma tensão máxima de $8V$. De modo a fazer a análise em toda a gama de ângulos pretendidos, foram aplicadas a cada um dos motores tensões proporcionais às direcções pretendidas. Na figura 5.5 é apresentado o gráfico polar para a tensão aplicada aos motores.

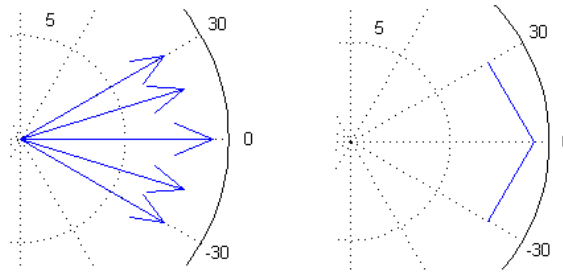


Figura 5.5: Análise polar da tensão aplicada aos motores.

5.3 Estudo da Velocidade em Função do Ângulo Segundo o Modelo Dinâmico

Na tabela 5.5 são apresentados os diversos ensaios realizados e uma comparação com a simulação do modelo. As variáveis apresentadas são: os valores das tensões aplicadas aos motores, velocidade do robô e ângulo do robô.

Tabela 5.5: Análise dinâmica da velocidade do robô.

Tensão			Ensaio			Modelo		
u_0 (V)	u_1 (V)	u_2 (V)	v_{robo} (m/s)	θ (rad)	θ (deg)	v_{robo} (m/s)	θ (rad)	θ (deg)
-4	-4	8	1.3801	0.5087	29	1.3989	0.4284	24.5
-5.6	-2.4	8	1.4065	0.2929	16.7	1.4966	0.1427	8.2
-8	0	8	1.5684	0.0227	1.3	1.8017	0	0
-8	2.4	5.6	1.3842	-0.2628	15	1.4966	-0.1427	-8.2
-8	4	4	1.3741	-0.4739	27.1	1.4008	-0.4284	-24.5

Nas figuras 5.6 e 5.7 são apresentados graficamente os resultados dos ensaios realizados para a velocidade do robô.

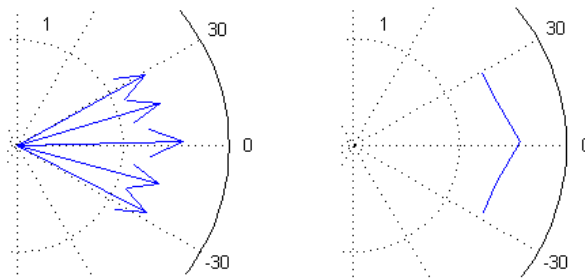


Figura 5.6: Análise polar da velocidade do robô.

5.3 Estudo da Velocidade em Função do Ângulo Segundo o Modelo Dinâmico

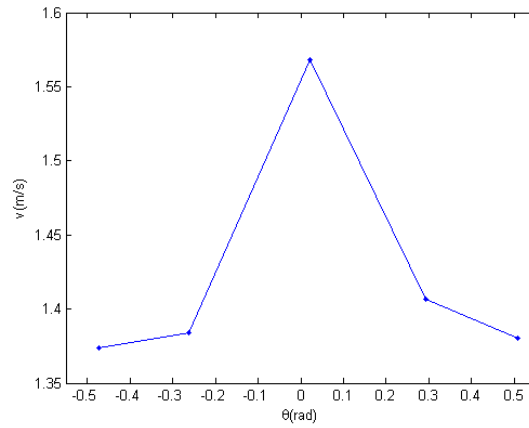


Figura 5.7: Análise gráfica da velocidade do robô.

5.3.2 Análise para o Robô de Quatro Rodas

Nos ensaios realizados foi aplicada aos motores uma tensão máxima de 6V. De modo a fazer a análise em toda a gama de ângulos pretendidos, foram aplicadas a cada um dos motores tensões proporcionais às direcções pretendidas para o robô. Na figura 5.8 é apresentado o gráfico polar para a tensão aplicada aos motores.

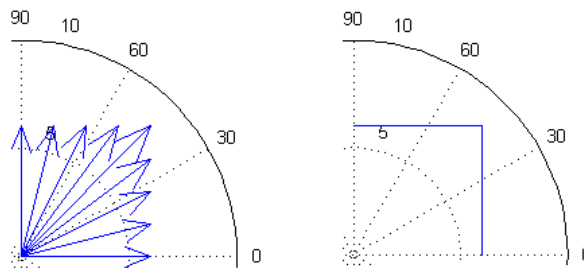


Figura 5.8: Análise polar da tensão aplicada aos motores.

5.3 Estudo da Velocidade em Função do Ângulo Segundo o Modelo Dinâmico

Na tabela 5.6 são apresentados os diversos ensaios realizados e uma comparação com a simulação do modelo. As variáveis apresentadas são: os valores das tensões aplicadas aos motores, velocidade do robô e ângulo do robô.

Tabela 5.6: Análise dinâmica da velocidade do robô.

Tensão				Ensaio			Modelo		
u_0 (V)	u_1 (V)	u_2 (V)	u_3 (V)	v_{robo} (m/s)	θ (rad)	θ (deg)	v_{robo} (m/s)	θ (rad)	θ (deg)
6	0	-6	0	1.069	1.580	90.5	1.108	1.571	90
6	-1.5	-6	1.5	0.987	1.419	81.3	1.115	1.467	84
6	-3	-6	3	1.076	1.139	65.2	1.204	1.170	67
6	-4.5	-6	4.5	1.186	0.918	52.6	1.381	0.932	53.4
6	-6	-6	6	1.427	0.756	43.3	1.613	0.755	43.2
4.5	-6	-4.5	6	1.279	0.589	33.7	1.402	0.574	32.9
3	-6	-3	6	1.162	0.385	22	1.249	0.340	19.5
1.5	-6	-1.5	6	1.128	0.151	8.6	1.179	0.059	3.4
0	-6	0	6	1.158	0.021	1.2	1.177	0	0

Nas figuras 5.9 e 5.10 são apresentados graficamente os resultados dos ensaios realizados para a velocidade do robô.

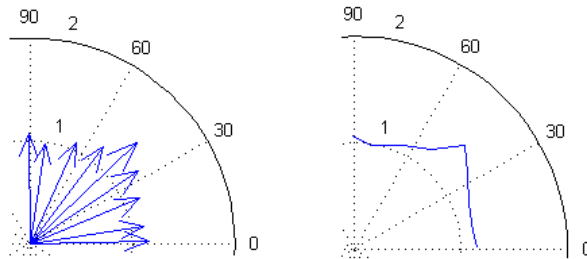


Figura 5.9: Análise polar da velocidade do robô.

5.3 Estudo da Velocidade em Função do Ângulo Segundo o Modelo Dinâmico

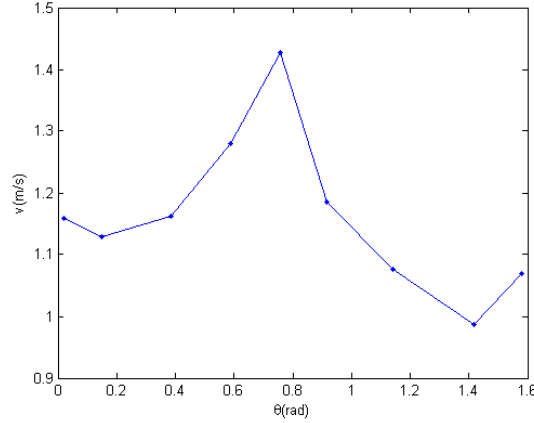


Figura 5.10: Análise gráfica da velocidade do robô.

5.3.3 Análise dos Resultados

Através das figuras 5.6 e 5.7 é possível observar que o robô de três rodas é perfeitamente simétrico segundo as direcções v e vn .

Através da análise cinemática e dinâmica é possível observar que a relação entre a velocidade máxima e velocidade mínima é:

$$\frac{v_{cmax}}{v_{cmin}} = \frac{1.155}{1} = 1.155 \quad (5.5)$$

$$\frac{v_{dmax}}{v_{dmin}} = \frac{1.568}{1.374} = 1.141 \quad (5.6)$$

No que diz respeito ao robô de quatro rodas, é possível observar, pelas figuras 5.9 e 5.10, que para um mesmo valor de tensão de alimentação dos motores, o robô apresenta menor velocidade segundo a direcção vn quando comparada com a velocidade segundo a direcção v . Este comportamento já tinha sido identificado na secção 4.6.3, em que os valores dos coeficientes de atrito segundo a direcção vn , eram maiores quando comparados com os coeficientes segundo v . Tornando-se

5.4 Comparação da Velocidade Máxima Segundo o Modelo Dinâmico

evidente que o robô não é completamente simétrico segundo estas duas direcções, evidenciando alguma diferença a nível mecânico, que provoca maior atrito segundo a direcção vn . Este comportamento poderá sugerir que as quatro rodas tocam no chão de forma desigual, devendo ser necessário o uso de suspensão em pelo menos uma delas, para haver perfeito equilíbrio.

Através da análise cinemática e dinâmica é possível observar que a relação entre a velocidade máxima e velocidade mínima é:

$$\frac{v_{cmax}}{v_{cmin}} = \frac{1.414}{1} = 1.414 \quad (5.7)$$

$$\frac{v_{dmax}}{v_{dmin}} = \frac{1.427}{1.069} = 1.335 \quad (5.8)$$

5.4 Comparação da Velocidade Máxima Segundo o Modelo Dinâmico

A medição da velocidade máxima para os robôs é dificultada pela falta de tracção nas rodas dos robôs, quando são aplicados degraus de tensão aos motores, e também pela falta de espaço para realizar o ensaio. Contudo, o valor máximo para a velocidade do robô pode ser estimada através do modelo.

5.4 Comparação da Velocidade Máxima Segundo o Modelo Dinâmico

Na figura 5.11 é apresentada a simulação para a velocidade do robô de três rodas.

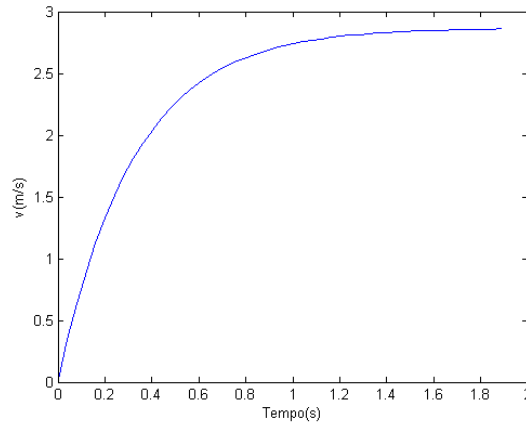


Figura 5.11: Velocidade simulada máxima para o robô de três rodas.

Na figura 5.12 é apresentada a simulação para a velocidade do robô de quatro rodas.

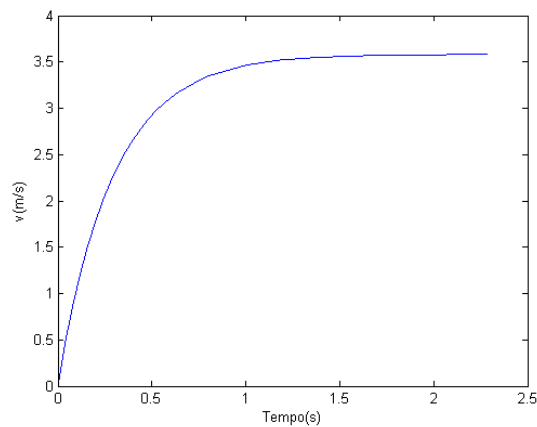


Figura 5.12: Velocidade simulada máxima para o robô de quatro rodas.

Da análise dos gráficos é observado que o robô de três rodas atinge a velocidade de 2.859 m/s , enquanto que o de quatro atinge a velocidade de 3.580 m/s

5.5 Comparação da Aceleração Segundo o Modelo Dinâmico

A medição da aceleração para os robôs é dificultada pela falta de tracção nas rodas dos robôs, quando são aplicados degraus de tensão aos motores. O que acontece, é que o robô derrapa e a medição da aceleração não é correcta. Contudo, é possível fazer a estimação da aceleração para as duas configurações em estudo, através do modelo estimado.

Para determinar qual o robô mais rápido a atingir uma determinada velocidade, foi feita uma simulação do modelo, fazendo com que os robôs atingissem o valor de 1 m/s em regime permanente, sendo medido o tempo que o robô demora a chegar a esse valor. A esta velocidade é garantido que a corrente simulada não ultrapassa o valor real estipulado no *drive* de potência. O ensaio foi realizado segundo as direcções máximas de velocidade para as duas configurações.

Nas figuras 5.13 e 5.14, são apresentados os resultados simulados de velocidade e aceleração para o robô de três rodas.

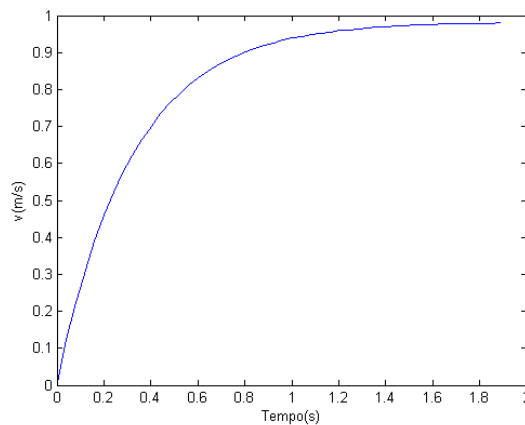


Figura 5.13: Velocidade simulada para o robô de três rodas.

5.5 Comparação da Aceleração Segundo o Modelo Dinâmico

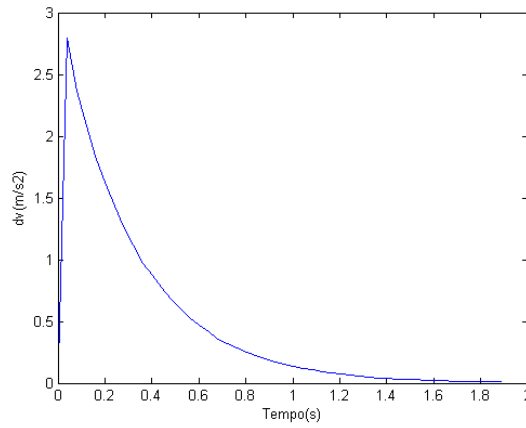


Figura 5.14: Aceleração simulada para o robô de três rodas.

Nas figuras 5.15 e 5.16, são apresentados os resultados simulados, para a velocidade e aceleração para o robô de quatro rodas.

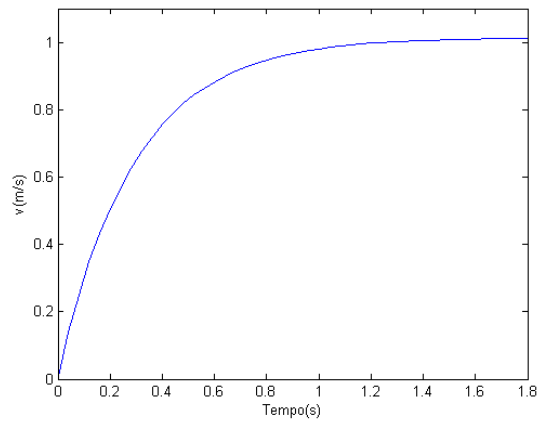


Figura 5.15: Velocidade simulada para o robô de quatro rodas.

5.5 Comparação da Aceleração Segundo o Modelo Dinâmico

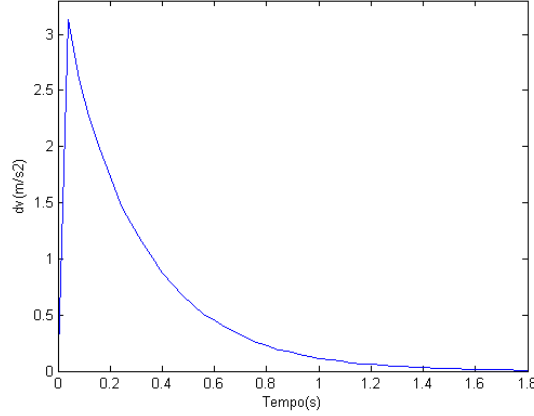


Figura 5.16: Aceleração simulada para o robô de quatro rodas.

Através dos resultados apresentados é possível observar que, para uma mesma velocidade, o robô de quatro rodas atinge mais rapidamente esse valor, quando comparado com o robô de três rodas. De igual forma, verifica-se que o valor máximo de aceleração é maior, apresentando o valor de 2.798 m/s^2 para o robô de três rodas e 3.135 m/s^2 para o de quatro.

A partir dos gráficos da velocidade é possível determinar o tempo de estabelecimento, calculado através da seguinte equação:

$$T_s = 4 \cdot \tau \quad (5.9)$$

Em que τ representa a constante de tempo, que representa do tempo para o qual a velocidade atingiu 63% do valor final.

$$\tau_3 = 0.320 \text{ s} \quad (5.10)$$

$$T_{s3} = 1.280 \text{ s} \quad (5.11)$$

$$\tau_4 = 0.281 \text{ s} \quad (5.12)$$

$$T_{s4} = 1.1241 \text{ s} \quad (5.13)$$

$$(5.14)$$

5.6 Consumo em Regime Permanente

Um dos aspectos mais importantes nos robôs móveis tem que ver com o consumo decorrente do esforço a que o robô está sujeito. Tipicamente os robôs móveis possuem baterias para a sua alimentação; desta forma, é necessário garantir que o robô cumpra a sua missão antes que as baterias percam a sua carga. Assim, é importante estudar formas para tentar diminuir o consumo do robô.

Na tabela 5.7 são apresentados os diversos ensaios realizados e o valor da corrente consumida em cada ensaio, para o robô de três rodas.

Tabela 5.7: Análise da corrente para o robô de três rodas.

$u_0(V)$	$u_1(V)$	$u_2(V)$	$i(A)$	$i_{modelo}(A)$
-4	-4	8	1.058	1.137
-5.6	-2.4	8	1.030	1.143
-8	0	8	0.972	0.821
-8	2.4	5.6	1.063	1.141
-8	4	4	1.077	1.134

5.6 Consumo em Regime Permanente

Na figura 5.17 é apresentada graficamente a corrente consumida segundo o modelo.

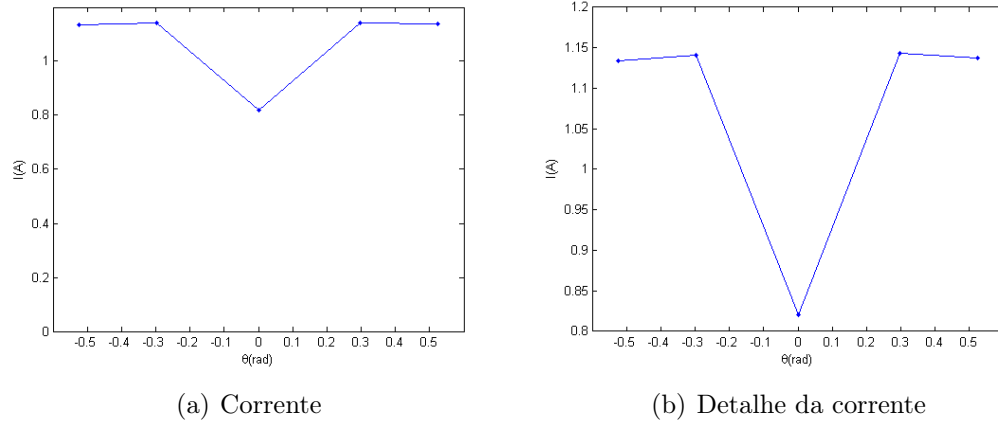


Figura 5.17: Análise da corrente simulada para o robô de três rodas.

Na figura 5.18 é apresentada graficamente a corrente consumida decorrente dos ensaios realizados.

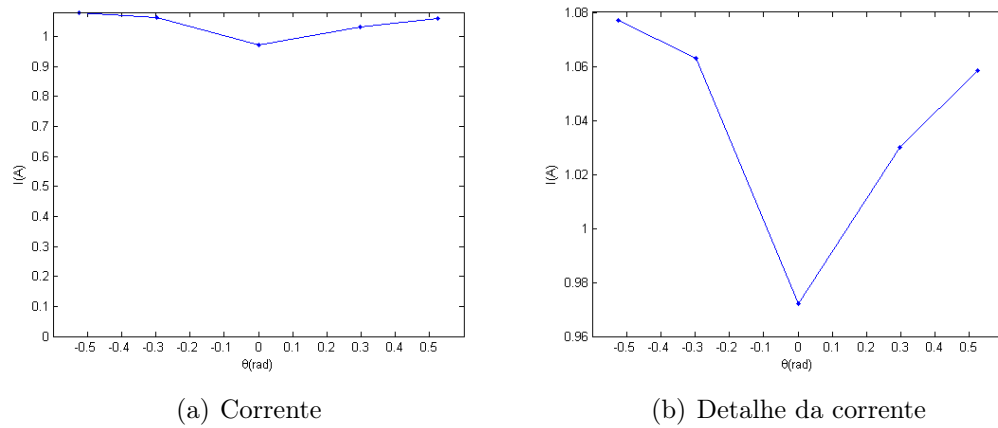


Figura 5.18: Análise da corrente para o robô de três rodas.

5.6 Consumo em Regime Permanente

Na tabela 5.8 são apresentados os diversos ensaios realizados e o valor da corrente consumida em cada ensaio, para o robô de quatro rodas.

Tabela 5.8: Análise da corrente para o robô de quatro rodas.

$u_0(V)$	$u_1(V)$	$u_2(V)$	$u_3(V)$	$i(A)$	$i_{modelo}(A)$
6	0	-6	0	0.787	0.745
6	-1.5	-6	1.5	1.082	1.230
6	-3	-6	3	1.371	1.274
6	-4.5	-6	4.5	1.477	1.319
6	-6	-6	6	1.522	1.375
4.5	-6	-4.5	6	1.506	1.305
3	-6	-3	6	1.280	1.245
1.5	-6	-1.5	6	0.931	1.187
0	-6	0	6	0.703	0.618

Na figura 5.19 é apresentada graficamente a corrente consumida segundo o modelo.

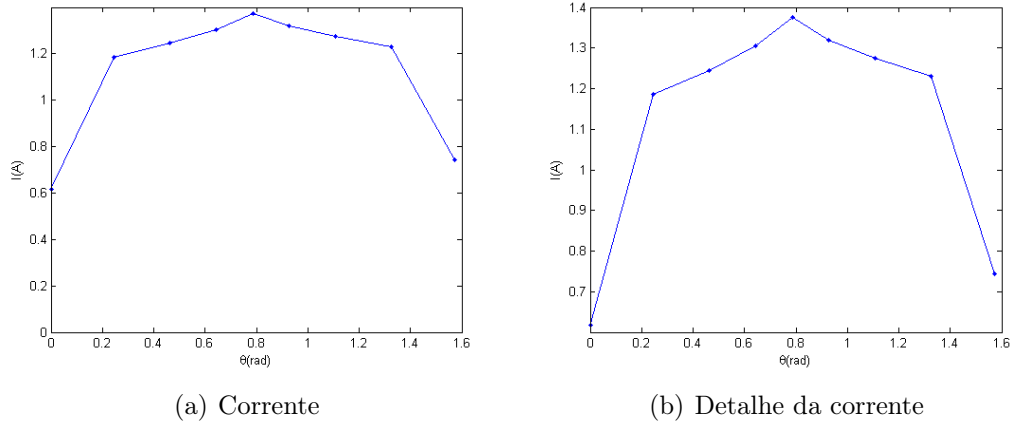


Figura 5.19: Análise da corrente simulada para o robô de quatro rodas.

Na figura 5.20 é apresentada graficamente a corrente consumida decorrente dos ensaios realizados.

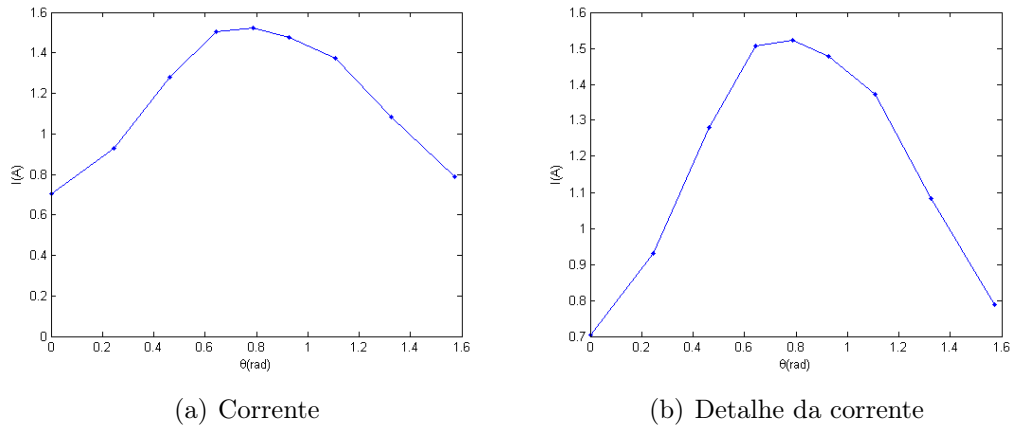


Figura 5.20: Análise da corrente para o robô de quatro rodas.

Da análise dos gráficos apresentados, é possível verificar que, para o robô de quatro rodas, o valor da corrente máxima coincide com o sentido da velocidade e força de tracção máxima, já que, nestas condições estão os quatro motores a funcionar ao máximo. Por outro, para o robô de três rodas, o valor da corrente é mais ou menos constante, contudo, o valor da corrente mínima coincide com o sentido da velocidade e força máxima, porque, nestas condições apenas dois motores estão a funcionar ao máximo, estando o outro parado.

5.7 Tensão de Arranque do Robô

O atrito estático ou de Coulomb, a que o robô está sujeito quando está no seu estado de repouso, é responsável por manter o robô parado quando é aplicada uma tensão baixa aos motores. O valor da tensão de alimentação mínima, a que os motores devem ser sujeitos para que o robô consiga vencer o seu estado de repouso, é directamente proporcional ao coeficiente de atrito de Coulomb.

5.7 Tensão de Arranque do Robô

Na tabela 5.9 são apresentados os valores de tensão aplicada aos motores que fazem com que o robô vença o seu estado de repouso.

Tabela 5.9: Análise das tensões de arranque.

Robô	Direcção	$u_0(V)$	$u_1(V)$	$u_2(V)$	$u_3(V)$
3 Rodas	v	-1.3	0	1.3	-
3 Rodas	vn	0.8	-1.6	0.8	-
3 Rodas	w	0.6	0.6	0.6	-
4 Rodas	v	0	-1.1	0	1.1
4 Rodas	vn	1.3	0	-1.3	0
4 Rodas	w	0.5	0.5	0.5	0.5

5.7.1 Determinação das Tensões de Arranque do Robô de Três Rodas

- Direcção v ;

Se o robô se encontrar no estado de repouso, a equação da dinâmica 4.19 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\sqrt{3} \cdot l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R} \cdot (u_2 - u_0) = C_v \quad (5.15)$$

como $u_2 = -u_0 = u$, resulta :

$$u = \frac{C_v \cdot r \cdot R}{\sqrt{3} \cdot l \cdot K_t} = \frac{1.9068 \cdot 0.0325 \cdot 4.3111}{\sqrt{3} \cdot 5 \cdot 0.0259} = 1.1911 \quad (5.16)$$

- Direcção vn ;

Se o robô se encontrar no estado de repouso, a equação da dinâmica [4.20](#) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{l \cdot K_t}{2 \cdot r \cdot R} \cdot (u_2 + u_0) - \frac{l \cdot K_t}{r \cdot R} \cdot u_1 = C_{vn} \quad (5.17)$$

como $u_2 + u_0 = -u_1 = u$, resulta :

$$u = \frac{2 \cdot C_{vn} \cdot r \cdot R}{3 \cdot l \cdot K_t} = \frac{2 \cdot 2.0423 \cdot 0.0325 \cdot 4.3111}{3 \cdot 5 \cdot 0.0259} = 1.4731 \quad (5.18)$$

- Eixo de rotação do robô.

Se o robô se encontrar no estado de repouso, a equação da dinâmica [4.21](#) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R} \cdot (u_0 + u_1 + u_2) = C_w \quad (5.19)$$

como $u_0 = u_1 = u_2 = u$, resulta :

$$u = \frac{C_w \cdot r \cdot R}{3 \cdot l \cdot K_t \cdot d} = \frac{0.0971 \cdot 0.0325 \cdot 4.3111}{3 \cdot 5 \cdot 0.0259 \cdot 0.089} = 0.3935 \quad (5.20)$$

5.7.2 Determinação das Tensões de Arranque do Robô de Quatro Rodas

- Direcção v ;

Se o robô se encontrar no estado de repouso, a equação da dinâmica [4.19](#) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R} \cdot (u_3 - u_1) = C_v \quad (5.21)$$

como $u_3 = -u_1 = u$, resulta :

$$u = \frac{C_v \cdot r \cdot R}{2 \cdot l \cdot K_t} = \frac{1.8738 \cdot 0.0325 \cdot 4.3111}{2 \cdot 5 \cdot 0.0259} = 1.0137 \quad (5.22)$$

- Direcção vn ;

Se o robô se encontrar no estado de repouso, a equação da dinâmica [4.20](#) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{l \cdot K_t}{r \cdot R} \cdot (u_0 - u_2) = C_{vn} \quad (5.23)$$

como $u_0 = -u_2 = u$, resulta :

$$u = \frac{C_{vn} \cdot r \cdot R}{2 \cdot l \cdot K_t} = \frac{2.2198 \cdot 0.0325 \cdot 4.3111}{2 \cdot 5 \cdot 0.0259} = 1.2008 \quad (5.24)$$

- Eixo de rotação do robô.

Se o robô se encontrar no estado de repouso, a equação da dinâmica [4.21](#) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{l \cdot K_t \cdot d}{r \cdot R} \cdot (u_0 + u_1 + u_2 + u_3) = C_w \quad (5.25)$$

como $u_0 = u_1 = u_2 = u_3 = u$, resulta :

$$u = \frac{C_w \cdot r \cdot R}{4 \cdot l \cdot K_t \cdot d} = \frac{0.1385 \cdot 0.0325 \cdot 4.3111}{4 \cdot 5 \cdot 0.0259 \cdot 0.089} = 0.4209 \quad (5.26)$$

5.8 Contribuição do Ângulo das Rodas para o Desempenho do Robô

Um dos problemas que surge no projecto de robôs omnidireccionais é a colocação das rodas e o ângulo que elas fazem entre si. Deste modo é importante fazer uma análise cuidada do problema. Nesta secção é analisada a contribuição do ângulo que uma roda faz com o eixo tangencial do robô, para a velocidade, força de tracção e potência¹, ver figura 5.21.

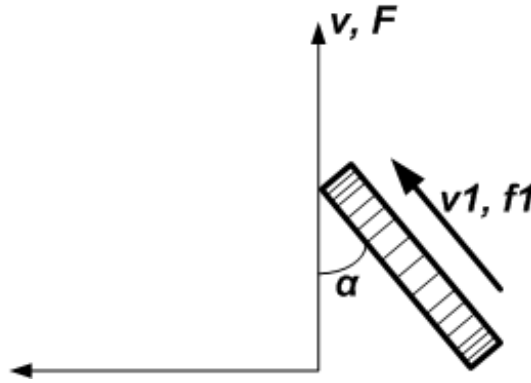


Figura 5.21: Contribuição do ângulo da roda para o desempenho do robô.

A velocidade, força de tracção e potência, são determinadas pelas seguintes equações.

$$v = \frac{v_1}{\cos(\alpha)} \quad (5.27)$$

$$F = f_1 \cdot \cos(\alpha) \quad (5.28)$$

$$P = v \cdot F \quad (5.29)$$

¹Nesta análise são ignorados os atritos.

5.8 Contribuição do Ângulo das Rodas para o Desempenho do Robô

Na tabela 5.10 é apresentada a análise da contribuição do ângulo da roda para o desempenho do robô, em valores normalizados.

Tabela 5.10: Contribuição do ângulo da roda para o desempenho do robô.

$\alpha(rad)$	$\alpha(deg)$	v_1	v	f_1	F	P
0.000	0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.087	5	1.000	1.004	1.000	0.996	1.000
0.174	10	1.000	1.015	1.000	0.985	1.000
0.262	15	1.000	1.035	1.000	0.966	1.000
0.349	20	1.000	1.064	1.000	0.940	1.000
0.436	25	1.000	1.103	1.000	0.906	1.000
0.524	30	1.000	1.155	1.000	0.866	1.000
0.611	35	1.000	1.221	1.000	0.819	1.000
0.698	40	1.000	1.305	1.000	0.766	1.000
0.785	45	1.000	1.414	1.000	0.707	1.000
0.873	50	1.000	1.556	1.000	0.643	1.000
0.960	55	1.000	1.743	1.000	0.574	1.000
1.047	60	1.000	2.000	1.000	0.500	1.000
1.134	65	1.000	2.366	1.000	0.423	1.000
1.222	70	1.000	2.924	1.000	0.342	1.000
1.309	75	1.000	3.864	1.000	0.259	1.000
1.396	80	1.000	5.759	1.000	0.174	1.000
1.483	85	1.000	11.473	1.000	0.087	1.000

Através da análise apresentada na tabela 5.10, é possível concluir que à medida que o ângulo entre a roda e o eixo tangencial do robô aumenta, o valor da velocidade aumenta. Por outro lado, o valor da força de tracção diminui. No que diz respeito à potência, o valor apresentado é constante seja qual for o ângulo da roda. Contudo, isto só é possível para o caso da inexistência de forças de atrito. No caso real, existe sempre algum atrito, fazendo com que o valor da potência tenda para zero à medida que o ângulo aumenta.

Nas figuras 5.22 e 5.23 são apresentados os gráficos da velocidade e força de tracção. É igualmente apresentado um gráfico detalhado para as duas variáveis, evidenciando apenas a zona de interesse, que acontece até aos 60°.

5.8 Contribuição do Ângulo das Rodas para o Desempenho do Robô

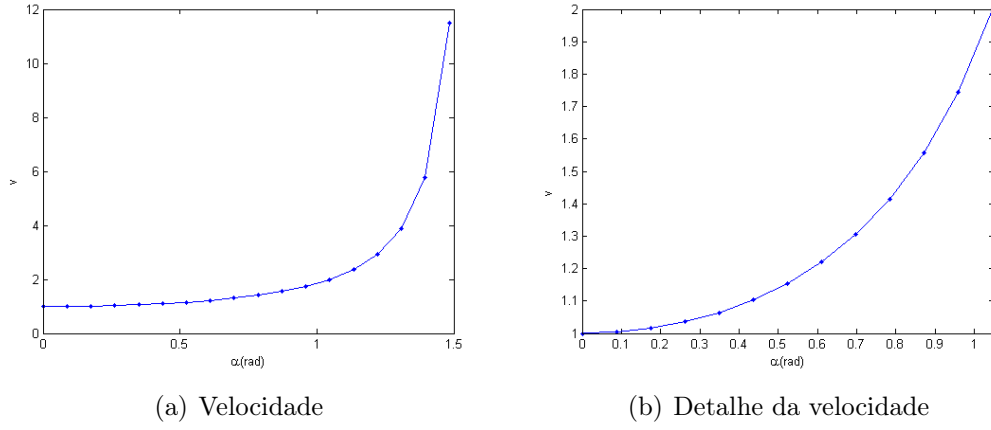


Figura 5.22: Contribuição do ângulo da roda a velocidade do robô.

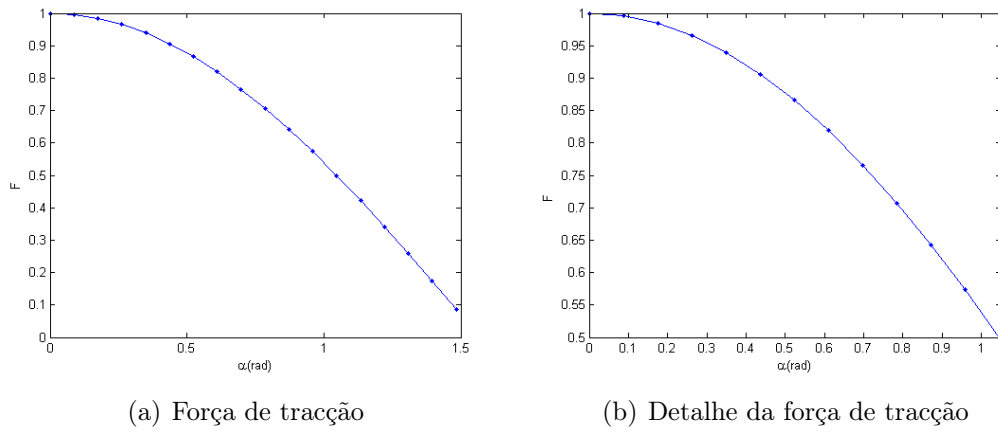


Figura 5.23: Contribuição do ângulo da roda a força de tracção no robô.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalho Futuro

6.1 Conclusões

O objectivo principal deste trabalho centrou-se na comparação do desempenho e comportamento de duas plataformas robóticas omnidireccionais. De modo a cumprir este objectivo, foram estudadas diversas particularidades da robótica móvel, focalizando o estudo nos robôs omnidireccionais. Para um estudo rigoroso, foi projectado e construído um protótipo.

Para a análise dinâmica dos robôs, foram estudados modelos não lineares capazes de descrever o comportamento do robô, bem como o estudo de modelos para os motores *brushless*. Foi feita uma abordagem às forças de atrito presentes no sistema robótico, tendo sido apresentados vários métodos para estimação dos coeficientes de atrito, parâmetros do modelo do motor e parâmetros dos robôs. O primeiro método baseou-se na análise da velocidade em regime permanente, o segundo na análise com forças de tracção nulas, e finalmente, o terceiro através da aproximação pelo método de Mínimos Quadrados.

Depois de validado o modelo para os robôs, foram efectuadas várias análises, testes de desempenho e comparação do comportamento das duas configurações.

Os testes realizados foram baseados nas seguintes análises:

- Análise da velocidade e força de tracção em função do ângulo segundo o modelo cinemático;
- Análise da velocidade em função do ângulo segundo o modelo dinâmico;
- Comparação da velocidade máxima segundo o modelo dinâmico;
- Comparação da aceleração segundo o modelo dinâmico;
- Consumo em regime permanente;
- Tensão de arranque do motor;
- Contribuição do ângulo das rodas para o desempenho do robô.

Dos parâmetros estimados, foi verificado que os relacionados com os motores são dominantes em relação aos coeficientes de atrito, algo que terá muito que ver com o peso do robô. Contudo, foi verificado que o robô de quatro rodas possui coeficientes de atrito mais elevados segundo a direcção vn , quando comparado com os coeficientes segundo a direcção v . O que provoca um desempenho diferente do robô segundo as duas direcções, apresentando maior velocidade segundo a direcção v e consumo maior segundo a direcção vn . Este comportamento indica que um robô com quatro rodas deverá, necessariamente, possuir um sistema de amortecimento em pelo menos uma das rodas, para que o robô possa tocar no chão de uma forma correcta e equilibrada.

Foi verificada a adaptabilidade do modelo usando vários ensaios diferentes. Essa adaptabilidade foi conseguida quase na totalidade, segundo as direcções v , vn e o eixo de rotação do robô. Contudo, o modelo não descreve a realidade quando são realizados ensaios noutras direcções. Este facto, deve-se principalmente ao comportamento mecânico das rodas utilizadas. Dependendo da direcção

do movimento do robô, as mini-rodas provocam um atrito diferente consoante a direcção do robô. Esta componente de atrito não faz parte do modelo e não foi estimado, provocando em alguns casos a não caracterização da realidade.

Foram abordados vários factores de comparação entre as duas configurações. De uma forma geral para robôs semelhantes, um robô de quatro rodas quando comparado com um de três rodas é mais pesado, apresenta mais atrito e é mais complexo.

Da análise efectuada segundo o modelo cinemático, chegou-se à conclusão que para o robô de três rodas a velocidade e força de tracção máximas é 15% superior em relação à velocidade e força de tracção mínimas, enquanto que o robô de quatro rodas apresenta um ganho de 40%.

Da análise efectuada segundo o modelo dinâmico, foi possível observar que os ganhos para a velocidade são substancialmente iguais ao verificados pela análise do modelo cinemático, apresentando um ganho de 14% para o robô de três rodas e 33% para o de quatro rodas.

A velocidade máxima estimada segundo o modelo dinâmico foi maior para o robô de quatro rodas, apresentando o valor de $3.580m/s$, enquanto que o robô de três rodas apresenta o valor de $2.859m/s$. Foi verificado igualmente que o robô de quatro rodas possui mais aceleração do que o robô de três rodas. Foi simulado através do modelo, um ensaio para uma velocidade final em regime permanente de $1m/s$. O robô de quatro rodas mostrou-se mais rápido, apresentando um tempo de estabelecimento de $1.12seg$, enquanto que o robô de três rodas apresenta o valor de $1.28seg$.

No que diz respeito ao consumo verifica-se um aumento de aproximadamente 90% entre a direcção da velocidade máxima e mínima para o robô de quatro rodas. Para o robô de três rodas, existe apenas uma diferença de 8%.

6.2 Trabalho Futuro

Considerando as conclusões referidas é proposto como trabalho futuro:

- Melhoramento dos modelos, prevendo os coeficientes de atrito que relacionam directamente a inclinação das mini-rodas;
- Aplicação de um sistema de amortecimento no robô de quatro rodas;
- Desenvolvimento de um novo método para estimação do momento de inércia do robô;
- Análise e detecção da falta de tracção e derrapagem do robô;
- Aplicação das técnicas usadas nos robôs presentes nas competições de futebol robótico.

Referências

- [1] 5DPO. Grupo de controlo e robótica da feup, <http://www.fe.up.pt/~robosoc/>, Setembro 2007. [2](#)
- [2] J. M. ALMEIDA. Controlo híbrido de robots não holonómicos. Msc thesis, Universidade do Porto, 1996. [6](#), [7](#)
- [3] ATMEL. *ATmega8 - Microcontroller Datasheet*. 2004. [31](#)
- [4] G. CAMPION, G. BASTIN, AND B. DANDREA-NOVEL. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **12**(1):47–62, 1996. 1042-296X. [36](#)
- [5] C. CANUDAS DE WIT, H. OLSSON, K. J. ASTROM, AND P. LISCHINSKY. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **40**(3):419–425, 1995. 0018-9286. [36](#)
- [6] J. L. MARTINS DE CARVALHO. *Dynamical Systems and Automatic Control*. Prentice Hall, 1993. [60](#)
- [7] D. CHUGO, K. KAWABATA, H. KAETSU, H. ASAMA, AND T. MISHIMA. Development of omni-directional vehicle with step-climbing ability. In *Proceeding of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3849–3854, Taipei, Taiwan, 2003. [11](#)

- [8] A. S. CONCEIÇÃO, A. P. MOREIRA, AND P. J. COSTA. Model identification of a four wheeled omni-directional mobile robot. In *Controlo 2006, 7th Portuguese Conference on Automatic Control*, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, 2006. [36](#)
- [9] LOIC CUVILLON, EDOUARD LAROCHE, HUGUES GARNIER, JACQUES GANGLOFF, AND MICHEL DE MATHELIN. Continuous-time model identification of robot flexibilities for fast visual servoing. In *14th IFAC Symposium on System Identification (SYSID'2006)*, pages 1264–1269, Newcastle (Australia), 2006. [37](#)
- [10] N. A. DEMERDASH AND T. W. NEHL. Dynamic modeling of brushless dc motors for aerospace actuation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **AES-16**(6):811–821, 1980. 0018-9251. [52](#)
- [11] O. DIEGEL, A. BADVE, G BRIGHT, POTGIETER, AND S TLALE. Improved mecanum wheel design for omni-directional robots. In *Proc. 2002 Australasian Conference on Robotics and Automation*, Auckland, 2002. [1](#), [12](#), [14](#), [15](#)
- [12] G. DUDEK AND M. JENKIN. *Computational Principles of Mobile Robotics*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2000. [7](#)
- [13] P. DUPONT, V. HAYWARD, B. ARMSTRONG, AND F. ALTPETER. Single state elastoplastic friction models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **47**(5):787–792, 2002. 0018-9286. [36](#)
- [14] B. FRIEDLAND AND Y. J. PARK. On adaptive friction compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **37**(10):1609–1612, 1992. [36](#)
- [15] KENTA FUKAYA, Y. HIRATA, Z. WANG, AND K. KOSUGE. Design and control of a passive mobile robot system for object transportation. In *Pro-*

- ceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pages 31–36, 2006. [11](#)
- [16] HUGUES GARNIER AND PETER YOUNG. Time-domain approaches to continuous-time model identification of dynamical systems from sampled data. In *Proceeding of the 2004 American Control Conference*, pages 667–672, Boston, Massachusens, 2004. [36](#)
- [17] Z. GHAHARAMANI AND S. T. ROWEIS. Learning nonlinear dynamical systems using an em algorithm. In *M. S. Kearns, S. A. Solla, D. A. Cohn, (eds) Advances in Neural Information Processing Systems. Cambridge, MA: MIT Press, 11*, 1999. [36](#)
- [18] N. J. GORDON, D. J. SALMOND, AND A. F. M. SMITH. Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation. *IEE Proceedings-F on Radar and Signal Processing*,, **140**(2):107–113, 1993. 0956-375X. [36](#)
- [19] VINCENT HAYWARD AND BRIAN ARMSTRONG. A new computational model of friction applied to haptic rendering. In *Experimental Robotics VI, P. Corke and J. Trevelyan (Eds.), Springer: New-York, LNCS 250, 2000*, **VI**:404–412, 2002. [36](#)
- [20] N. HEMATI AND M. C. LEU. A complete model characterization of brushless dc motors. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1990., Conference Record of the 1990 IEEE*, pages 169–177 vol.1, 1990. [28](#), [52](#)
- [21] N. HEMATI, J. S. THORP, AND M. C. LEU. Robust nonlinear control of brushless dc motors for direct-drive robotic applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **37**(6):460–468, 1990. 0278-0046. [52](#)

- [22] T. HU AND YANG S. X. Real-time motion control of a nonholonomic mobile robot with unknown dynamics. *In Advanced Robotics and Intelligent Systems, University of Guelph Canada.* 36
- [23] J. L. JONES, A. M. FLYNN, AND B. A. SEIGER. *Mobile Robots - Inspiration to Implementation.* A K Peters, Natick, Massachusetts, 2nd edition, 1998. 7
- [24] SIMON J. JULIER AND JEFFREY K. UHLMANN. A new extension of the kalman filter to nonlinear systems. *Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, Simul. and Controls, Orlando, FL*, 1997. 36
- [25] A. KAMGA AND A. RACHID. Speed, steering and path tracking controls for a tricycle robot. In *Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design*, pages 56–61, Dearborn, MI, 1996. 8
- [26] P. K. KHOSLA. Categorization of parameters in the dynamic robot model. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 5(3):261–268, 1989. 1042–296X. 36
- [27] J. S. LAWLER, J. M. BAILEY, J. W. MCKEEVER, AND J. PINTO. Extending the constant power speed range of the brushless dc motor through dual-mode inverter control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 19(3):783–793, 2004. 0885-8993. 52
- [28] Y. P. LEOW, LOW K. H., AND LOH W. K. Kinematic modelling and analysis of mobile robots with omni-directional wheels. In *Seventh International Conference on Control, Automation, Robotics And Vision (ICARCV'02)*, Singapore, 2002. 36
- [29] W. K. LOH, K. H. LOW, AND Y. P. LEOW. Mechatronics design and kinematic modelling of a singularityless omni-directional wheeled mobile robot.

- In *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA '03. IEEE International Conference on*, **3**, pages 3237–3242 vol.3, 2003. [36](#)
- [30] VINCENZO MARANO. *AN 1625 Application Note, L6235 Three Phase Brushless DC Motor Driver*. 2003. [31](#)
- [31] N. MATSUI. Sensorless pm brushless dc motor drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **43**(2):300–308, 1996. 0278-0046. [52](#)
- [32] O. A. MOHAMMED, S. LIU, AND Z. LIU. A phase variable model of brushless dc motors based on finite element analysis and its coupling with external circuits. *IEEE Transactions on Magnetics*, **41**(5):1576–1579, 2005. 0018-9464. [52](#)
- [33] A. P. MOREIRA, P. J. COSTA, AND P. J. L. SANTOS. Introdução a identificação de modelos discretos para sistemas dinâmicos. *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*, 2002. [36](#), [93](#)
- [34] MAXON MOTOR. *Maxon Motor Catalogo 06/07 - Micromotores y sistemas de alta precisión*. 2007. [28](#), [29](#)
- [35] P. MUIR AND C. NEUMAN. Kinematic modeling for feedback control of an omnidirectional wheeled mobile robot. In *Proceedings 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, **4**, pages 1772–1778, 1987. [36](#)
- [36] M. M. OLSEN AND H. G. PETERSEN. A new method for estimating parameters of a dynamic robot model. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **17**(1):95–100, 2001. 1042-296X. [36](#)

- [37] H. OLSSON, K. J. ASTROM, C. CANUDAS DE WIT, M. GAFVERT, AND P. LISCHINSKY. Friction models and friction compensation. In *Swedish Research Council for Engineering Sciences HTFRI*, 1997. 36
- [38] N. OULD-KHESSAL. Design and implementation of a robot soccer team based on omni-directional wheels. In *Proceedins on the Second Canadian Conference on Computer and Robor Vision*, 2005. 11
- [39] P. PILLAY AND R. KRISHNAN. Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives, part 11: The brushless dc motor drive. *IEEE transactions on Industry applications*, **25**(2):274–279, 1989. 52
- [40] F.G. PIN AND S. M. KILLOUGH. A new family of omnidirectional and holonomic wheeled platforms for mobile robots. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, **10**(4), 1994. 11
- [41] ROBOCUP. Robocup official site, <http://www.robocup.org>, Setembro 2007. 2
- [42] R. ROJAS. *A Short History of Omnidirectional Wheels*. 11
- [43] R. ROJAS. *Omnidirectional Control*. Freie Universitat Berlin, 2005. 18
- [44] R. ROJAS AND G. FORSTER. Holonomic control of a robot with an omnidirectional drive. *KI - Kunstliche Intelligenz, BottcherIT Verlag*, 2006. 18
- [45] J. SALIH, M. RIZON, S. YAACOB, A. ADOM, AND M. MAMAT. Designing omni-directional mobile robot with mecanum wheel. *American Journal of Applied Sciences*, **3**(5):1831–1835, 2006. 1, 12
- [46] SAR. Soluções de automação e robótica, <http://www.industry.sarobotica.pt/>, Setembro 2007. 21

- [47] STMICROELECTRONICS. *L6235 Datasheet - DMOS Driver for Three-Phase Brushless DC Motor*. 2003. [31](#)
- [48] Y. SUN, N. XI, AND J. TAN. On-line parameter identification of a cart by mobile manipulation pushing. *Robotics and Autonomous Systems*, **46**:29–46, 2004. [37](#)
- [49] J. SWEVERS, F. AL-BENDER, C. G. GANSEMAN, AND T. PROJOGO. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **45**(4):675–686, 2000. 0018-9286. [36](#)
- [50] A. M. TAHMASEBI, B. TAATI, F. MOBASSER, AND K. HASHTRUDI-ZAAD. Dynamic parameter identification and analysis of a phantom haptic device. In *Proceedings of 2005 IEEE Conference on Control Applications*, pages 1251–1256, 2005. [36](#)
- [51] G. L. TAO, Z. Y. MA, L. B. ZHOU, AND Z. B. LI. Modeling simulation and experiment of permanent magnet brushless dc motor drive. In *39th International Universities Power Engineering Conference*, **2**, pages 550–554 vol. 1, 2004. [52](#)
- [52] H. TEMELTAS AND G. M. ASHER. Real time identification of robot dynamic parameters using parallel processing. *IEEE Proceedings on Control Theory Appl.*, **142**(4):369–377, 1995. [37](#)
- [53] RICHARD J. VACCARO. *Digital Control - A State-Space Approach*. McGraw-Hill, 1995. [60](#)
- [54] F. C. VIEIRA. Controle dinâmico de robôs móveis com acionamento diferencial. Msc thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte Centro de Tecnologia, Fevereiro 2005. [9](#)

REFERÊNCIAS

- [55] II WILLIAMS, R. L., B. E. CARTER, P. GALLINA, AND G. ROSATI. Dynamic model with slip for wheeled omnidirectional robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **18**(3):285–293, 2002. 1042-296X. [36](#)
- [56] B. WOODS. Omni-directional wheelchair. Bachelor of engineering(mechatronics), The University of Western Australia, 30 October 2006. [21](#)
- [57] JIAN’AN XU, MINGJUN ZHANG, AND JIAN ZHANG. Kinematic model identification of autonomous mobile robot using dynamical recurrent neural networks. In *2005 IEEE International Conference Mechatronics and Automation*, **3**, pages 1447–1450 Vol. 3, 2005. [36](#)