



## Determinação da armadura para controlo da fissuração vertical em muros de betão restringidos pela fundação

**Leonardo Coutinho**

*Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, [leonardo.r.coutinho@hotmail.com](mailto:leonardo.r.coutinho@hotmail.com)*

**Cláudio Ferreira**

*Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, [cfberreira@fe.up.pt](mailto:cfberreira@fe.up.pt)*

**Carlos Sousa**

*CONSTRUCT, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, [cfsousa@fe.up.pt](mailto:cfsousa@fe.up.pt)*

**Miguel Azenha**

*ISISE, Dep. De Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Guimarães, Portugal, [miguel.azenha@civil.uminho.pt](mailto:miguel.azenha@civil.uminho.pt)*

**Rui Faria**

*CONSTRUCT, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, [rfaria@fe.up.pt](mailto:rfaria@fe.up.pt)*

### Resumo

O betão armado permite responder às necessidades construtivas de uma forma generalizada. O dimensionamento do aço e do betão é feito através de métodos bem definidos e simplificados que produzem bons resultados, para carregamentos bem definidos. Não obstante, considerando o estudo de uma parede, se a finalidade for controlar a abertura de fendas verticais causada por efeitos da retração, variação da temperatura e restrições na base, esses mesmos resultados deixam de ser tão precisos. Esta situação ocorre por causa de três fatores: deve-se, por um lado, à dificuldade em estudar a forma como o betão que constitui uma parede se vai comportar num regime não linear após o início da fissuração; advém, por outro lado, da definição das ações aplicadas; por fim, deve-se também à influência das restrições causadas pela base. A Parte 1.1 do Eurocódigo 2 (EC2-1.1) apresenta um método para determinação da armadura requerida, através de uma abordagem analítica, ou através de tabelas de dimensionamento. A Parte 3 do Eurocódigo 2 (EC2-3) propõe um método alternativo. O documento C766 do CIRIA propõe um conjunto de recomendações, que complementam as disposições do EC2-3, tendo como propósito obter um dimensionamento de armadura mais realista e económico.

Neste trabalho, desenvolvido no âmbito de uma dissertação de mestrado [1], pretende-se fazer uma análise crítica dos métodos de dimensionamento de armaduras do EC2-1.1 e do CIRIA C766, calculando através de uma análise não-linear as aberturas de fendas e tensões nas armaduras a longo prazo, para duas paredes restringidas pela fundação na base, com diferentes razões L/H e diferentes quantidades de armadura. Consideram-se os efeitos causados pelo calor de hidratação do betão, pela variação da temperatura sazonal, pela retração autogénea, pela retração de secagem, pela fluência, pela maturidade, e pelas restrições na base.

**Palavras-chave:** Fissuração do betão, retração, fluência, análise não-linear, armadura mínima.

## 1 INTRODUÇÃO

No mundo da construção civil, a existência de fissuras é uma consequência praticamente inevitável do uso do betão armado. Este material é muito versátil e, em conjunto com o aço, responde à atual necessidade de construir com eficiência e rapidez. No entanto, e como é sabido, ao ser sujeito a trações suficientemente significativas, o betão tem tendência para desenvolver fendas. As causas destas trações variam muito, sendo as principais a retração do betão e as variações de temperatura em estruturas restringidas, as cargas diretamente aplicadas e os assentamentos nos apoios em estruturas hiperstáticas.

De forma a controlar a fissuração do betão, os códigos de projeto estabelecem recomendações para as máximas aberturas das fendas, dependendo da utilização da estrutura e das condições de exposição ambiental. Estabelecem também as correspondentes regras de dimensionamento das armaduras. O EC2-1.1 [2] possui duas abordagens para o efeito: expressões analíticas; tabelas que limitam o diâmetro ou o espaçamento dos varões.

No caso de estruturas ou elementos estruturais em que a fissuração seja sobretudo condicionada pela restrição às livres deformações volumétricas do betão, as armaduras requeridas para controlo da fissuração são geralmente determinadas com base em expressões em que se admite que a força máxima instalada no elemento estrutural corresponde à força de fissuração. Em estruturas restringidas nos bordos (por exemplo muros ou paredes), esta hipótese de cálculo pode conduzir a um significativo sobredimensionamento da armadura, aumentando-se assim os custos da construção. Com o intuito de reduzir este desperdício, e baseando-se em resultados experimentais, o documento CIRIA C766 [3] sugere uma correção à expressão de cálculo da armadura mínima para deformações impedidas do EC2-3 [4], a qual possibilita uma significativa redução da quantidade de aço necessária.

Dada a relevância deste tema e a discrepância entre as diferentes formulações regulamentares de dimensionamento de armadura, torna-se importante estudar mais aprofundadamente este fenómeno. Assim, o principal objetivo deste trabalho passa por analisar o fenómeno de fissuração em muros de betão armado restringidos pela fundação, com diferentes razões entre a altura e o desenvolvimento longitudinal. Os resultados obtidos através do método de cálculo do EC2 são comparados com os de análises não lineares recorrendo ao método dos elementos finitos, considerando os efeitos causados pelo calor de hidratação do betão, pela variação da temperatura sazonal, pela retração autogénea, pela retração de secagem, pela fluência, pela maturidade, e pelas restrições na base.

## 2 ANÁLISE NÃO-LINEAR

As análises não-lineares foram realizadas no software DIANA [5] utilizando um modelo em estado plano de tensão.

A parede e a fundação, que perfazem o muro em análise foram discretizadas com elementos finitos, quadrangulares, de  $100 \times 100 \text{ mm}^2$  e 8 nós por elemento, com 4 pontos de integração. A ligação entre as barras de aço e o betão é feita através de elementos de interface com 6 nós com 3 pontos de integração. As armaduras são modeladas com elementos unidimensionais (com deformações e tensões na direção axial apenas).

O comportamento do betão à tração, em regime não-linear, é simulado recorrendo ao conceito de fissuração distribuída, permitindo assim combinar os efeitos da fissuração com a simulação da variação da temperatura, da maturidade, da retração e da fluência. Neste sentido, o modelo utilizado foi o de extensões totais [6], em que o início do processo de fratura ocorre após a violação do critério da tensão máxima e permite a simulação do comportamento visco-elástico do betão através de uma cadeia generalizada de Kelvin. Este modelo necessita da especificação das propriedades que caracterizam o comportamento do betão antes e após a fissuração. O efeito de “tension softening” do betão simples tracionado foi simulado através de um diagrama exponencial, em que o seu comportamento é representado por um aumento linear da tensão à medida que a extensão aumenta, e imediatamente após ser atingida a tensão de fissuração  $f_t$ , ocorrerá um aumento rápido das extensões, associado a um decréscimo das tensões resistidas.

Como este efeito apenas caracteriza o comportamento do betão simples fendilhado, para simular o comportamento do betão armado, é necessária a utilização de modelos de aderência aço/betão, sendo esta uma interação complexa. Apesar de existirem diversos modelos propostos por vários autores para esta aderência, neste trabalho foi usado o modelo sugerido pelo MC2010 [7].

O comportamento do aço é simulado através de um modelo linear-elástico com patamar de cedência, pois, como o objetivo deste trabalho passa pela análise da fendilhação em estado limite de serviço (ELS), ou seja, a abertura das fendas será controlada de forma a nunca se ultrapassar determinados limites. Este facto pressupõe que as armaduras nunca serão carregadas até à cedência.

O fenómeno da maturidade influencia a evolução do módulo de elasticidade e da fluência. Carregamentos em idades diferentes originarão deformações descritas por curvas de fluência diferentes. Para reproduzir estas curvas, recorre-se neste trabalho a uma cadeia generalizada de Kelvin com envelhecimento.

As variações térmicas são um fenómeno cuja aplicação no DIANA equivale à evolução da temperatura a partir do instante inicial da análise.

A ligação com o solo foi modelada através de uma conexão do tipo “interface de fronteira”. Este tipo de conexão permite especificar relações especiais de interação entre uma geometria e os seus apoios, desta forma possibilitando a simulação do solo como um meio em que o comportamento na direção normal à interface é linear-elástico em compressão e não resiste a trações.

### **3 CASOS DE ESTUDO**

#### **3.1 Geometrias**

Neste trabalho, foram utilizadas duas geometrias diferentes para os muros restringidos na base com fundação direta de grandes dimensões (ensoleiramento), sem impulsos de terras. A primeira geometria analisada refere-se a um muro com altura de 2,5 m (H) e comprimento de 15 m (L), desta forma a razão L/H é 6. O muro tem 0,35 m de espessura. A fundação possui 0,70 m de altura e 5 m de espessura, e acompanha todos os 15 m de comprimento do muro. A segunda geometria apenas apresenta uma alteração face ao muro com L/H=6, sendo esta um aumento do valor da altura para 3,75 m. Desta forma a razão L/H passa para 4. As dimensões adotadas pretendem simular a ligação de

uma parede a uma fundação do tipo ensoleiramento, por ser uma situação à qual corresponde um grau elevado de restrição das deformações da parede.

Foram determinadas as armaduras requeridas: pelo EC2-1.1; e pelo documento CIRIA C766, que complementa a regras do EC2-3. A Tabela 1 apresenta os resultados do dimensionamento da armadura horizontal, que de acordo com os códigos considerados é igual para ambos os muros. Adota-se nas análises, por simplificação uma armadura vertical igual à horizontal. As armaduras calculadas de acordo com o CIRIA C766, apresentadas na Tabela 1, respondem ao grau de restrição máximo no muro, sendo possível efetuar uma redução das mesmas nas zonas com menores restrições. Nas análises apresentadas neste trabalho, essa redução não foi efetuada.

Tabela 1 – Resultados do dimensionamento da armadura horizontal de acordo com o EC2-1.1, e de acordo com o CIRIA C766

Código	Critério	Armadura requerida (cm <sup>2</sup> /m/face)	Armadura adotada	Armadura adotada (cm <sup>2</sup> /m/face)
EC2-1.1	$w_k \leq 0,3\text{mm}$	25,10	$\phi 20//125\text{mm}$	25,10
Ciria C766	$w_k \leq 0,3\text{mm}$	6,73	$\phi 12//150\text{mm}$	7,53
EC2-1.1	Não plastificação da armadura	10,15	$\phi 12//110\text{mm}$	10,18
Ciria C766	Não plastificação da armadura	4,64	$\phi 8//100\text{mm}$	5,00

### 3.2 Materiais

O muro e a fundação são constituídos por betão da classe C30/37, e as armaduras por aço do tipo A500NR (ver Tabela 2).

Tabela 2 - Propriedades mecânicas do betão C30/37 segundo MC2010

Material	Propriedade	Valor
Betão	$E$ (GPa)	33,55
	$\nu$	0,2
	$\alpha$ (°C <sup>-1</sup> )	$1,0 \times 10^{-5}$
	$f_{cm}$ (MPa)	38
	$f_{ctm}$ (MPa)	2,9
	$Gf$ (KN/m)	0,141
Aço	$E_s$ (GPa)	200
	$\alpha_s$ (°C <sup>-1</sup> )	$1,2 \times 10^{-5}$
	$f_{yk}$ (MPa)	500

Sendo o solo um bom equilibrador tanto da temperatura, como da humidade, a fundação estará quase em permanência com um teor em humidade próximo de 100% [8], pelo que, a respetiva retração por secagem será desprezável. Por simplificação, tanto as variações da temperatura na sapata como a sua retração serão desprezadas. No muro, a determinação da variação da temperatura de hidratação do cimento foi efetuada com apoio de um programa desenvolvido em Matlab por Azenha [9]. Como simplificação, foi considerada uma temperatura uniforme em toda a espessura do muro, justificável pelo reduzido gradiente ao longo da espessura e pela limitação à aplicação de gradientes ao utilizar um modelo plano. A evolução da temperatura obtida na análise térmica pode ser vista na Figura 1 [10].

O efeito da retração é caracterizado de acordo com o MC2010. Para um muro com 0,35 m de espessura, num ambiente com humidade relativa média de 80%, constituída por um betão da classe C30/37 42,5R, e descofrado ao sétimo dia, a evolução da retração é a indicada na Figura 2.

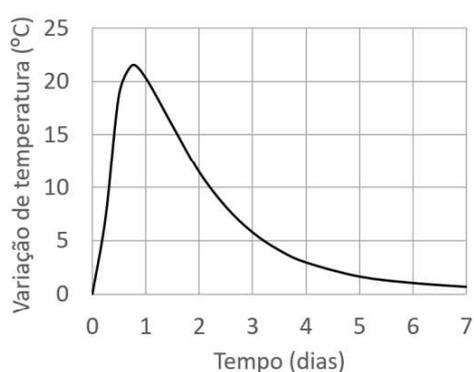


Figura 1 - Variação da temperatura devido ao calor de hidratação

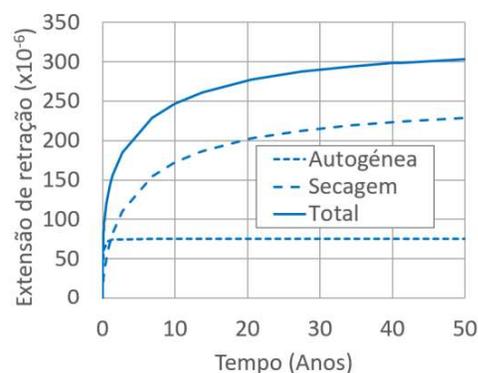


Figura 2 – Retração

É possível perceber que carregamentos que sejam originados em idades diferentes irão originar curvas de fluência diferentes. Estas curvas estão representadas para 4 idades nas funções da Figura 3, em concordância com o MC2010.

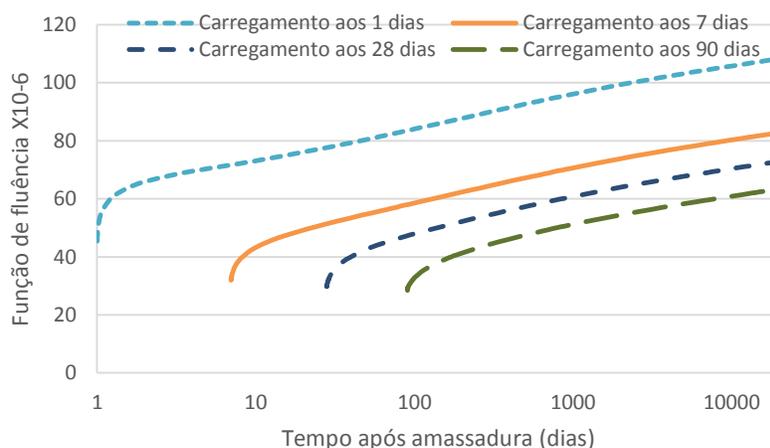


Figura 3 - Evolução da fluência com e sem maturidade (Ferreira, 2021)

De forma a simular o solo, é necessária a introdução das suas características mecânicas, nomeadamente a rigidez normal e tangencial, ambos de valor  $0,05 \text{ N/mm}^3$  neste trabalho.

### 3.3 Ações

Os efeitos das variações da temperatura sazonal foram caracterizados recorrendo ao CIRIA C766, que permite obter os valores da variação da temperatura média anual em relação à temperatura no momento da betonagem. A situação mais desfavorável corresponde a uma variação de  $-20^\circ\text{C}$  no pico do inverno, resultante de uma betonagem no pico do verão. Este procedimento foi adotado, pois, a estrutura em análise não tem uma localização concreta. Definiu-se que esta variação da temperatura decorreria linearmente ao longo de 6 meses e considerou-se na análise que se iria manter constante após este período.

O peso próprio do betão armado é simulado atribuindo um peso específico de  $25 \text{ KN/m}^3$  aos elementos de betão.

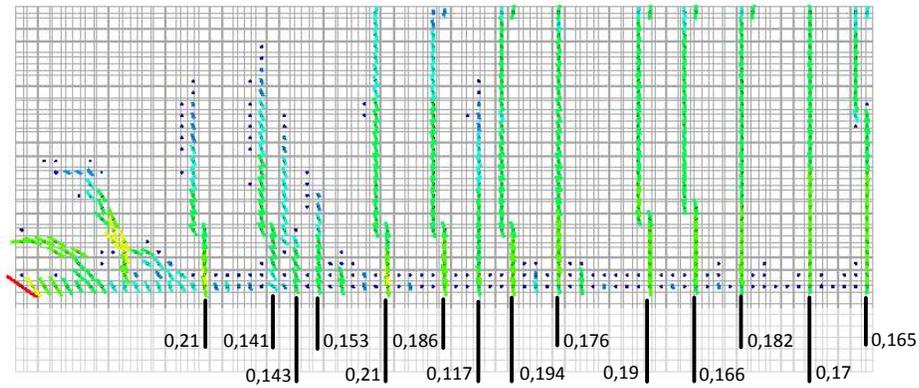
Os efeitos da retração e do calor de hidratação constituem também ações, por se tratarem de deformações impostas intrínsecas, e são considerados na análise.

## 4 RESULTADOS

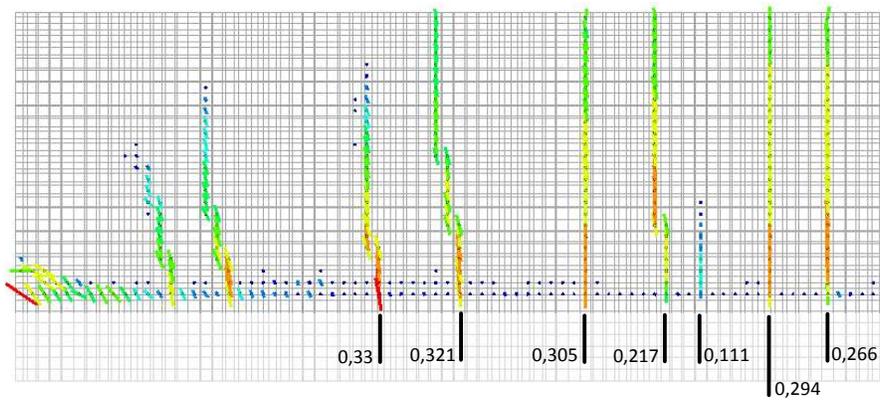
Os resultados obtidos nas análises não-lineares resultaram nos padrões de fissuração a longo prazo apresentados nas Figuras 4 e 5. É apresentada apenas metade do muro, a parte à esquerda do eixo de simetria. Nestas figuras, pode-se observar o impacto que diferentes quantidades de armadura têm no número de fendas, sendo que menores quantidades resultam em menos fendas. É também possível observar a influência que a relação L/H tem na progressão das fendas até ao topo do muro, sendo esta uma consequência dos diferentes níveis de restrição no topo do muro para diferentes razões L/H. Pode-se perceber que, para a razão de 6, as fendas alcançam o topo, mas para uma razão de 4 as fendas não conseguem atingir essa posição.

Nas análises em que foi considerada a armadura requerida pelo EC2-1.1 ( $25,1 \text{ cm}^2/\text{m}/\text{face}$ ), obtiveram-se aberturas máximas de fendas significativamente inferiores ao valor limite considerado. A abertura máxima obtida no cálculo foi de  $0,21\text{mm}$  no caso do muro com  $L/H=6$  e  $0,22\text{mm}$  no caso do muro com  $L/H=4$ . Portando, nos muros em estudo, o critério de dimensionamento do EC2-1.1 conduz a um significativo sobredimensionamento de armadura.

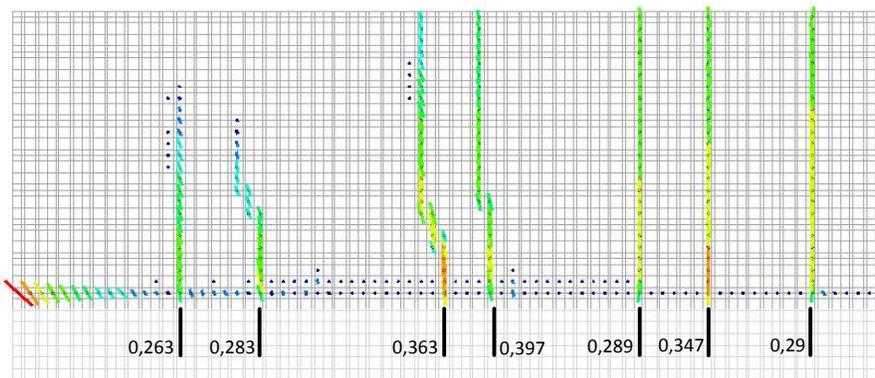
Na análise em que foi considerada a armadura requerida pelo critério de não plastificação, do EC2-1.1 ( $10,18 \text{ cm}^2/\text{m}/\text{face}$ ), obteve-se uma abertura máxima de fendas apenas ligeiramente superior a  $0,3\text{mm}$ . O cálculo conduziu a uma abertura máxima de  $0,33\text{mm}$  no caso do muro com  $L/H=6$ . À data de submissão do artigo, ainda não tinha sido concluída a análise com esta quantidade de armadura para o muro com  $L/H=4$ .



a)  $A_s=25,1\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$  (EC2-1.1, critério  $w_k \leq 0,3\text{mm}$ )

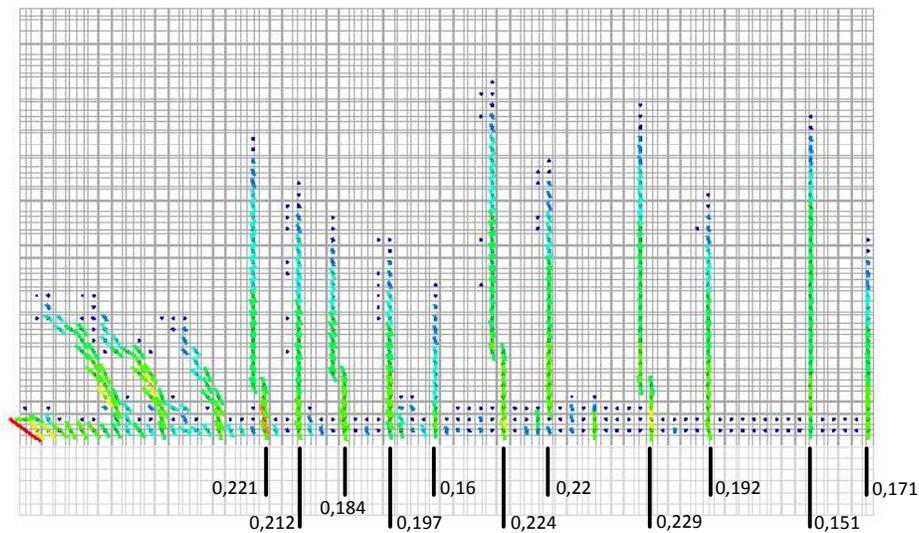


b)  $A_s=10,18\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$  - (EC2-1.1, critério de não plastificação)

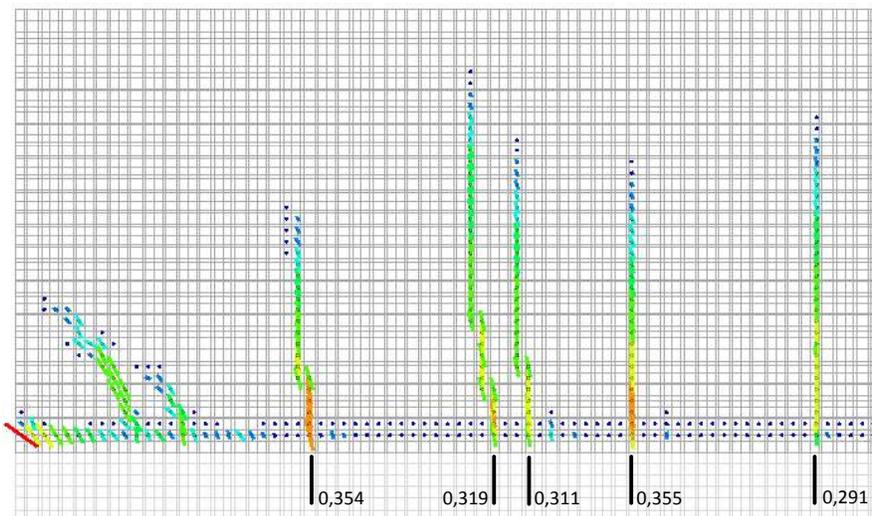


c)  $A_s=7,53\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$  - (CIRIA C766, critério  $w_k \leq 0,3\text{mm}$ )

Figura 4 – Padrão de fissuração e abertura de fendas, aos 40 anos, no muro com  $L/H=6$ .  
 Resultados da análise não linear, com diferentes quantidades de armadura: a)  $A_s=25,1\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$ ; b)  $A_s=10,18\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$ ; c)  $A_s=7,53\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$



a)  $A_s=25,1\text{cm}^2/\text{m}$  (EC2-1.1, critério  $w_k \leq 0,3\text{mm}$ )



b)  $A_s=7,53\text{cm}^2/\text{m}$  - (CIRIA C766, critério  $w_k \leq 0,3\text{mm}$ )

Figura 5 – Padrão de fissuração e abertura de fendas, aos 40 anos, no muro com  $L/H=4$ .

Resultados da análise não linear, com diferentes quantidades de armadura:

a)  $A_s=25,1\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$ ; b)  $A_s=7,53\text{cm}^2/\text{m}/\text{face}$

Nas análises em que foi considerada a quantidade de armadura requerida pelo dimensionamento de acordo com o CIRIA C766 ( $7,53\text{ cm}^2/\text{m}/\text{face}$ ), as aberturas máximas de fendas obtidas foram ligeiramente superiores ao limite imposto (recorde-se que esse limite é de  $0,3\text{mm}$ ). Obteve-se uma abertura máxima de  $0,40\text{mm}$  no caso do muro com  $L/H=6$  e  $0,36\text{mm}$  no caso do muro com  $L/H=4$ . Estes resultados indicam que este método de dimensionamento não conduz a resultados do lado da segurança.

Os resultados das análises não-lineares permitem também discutir a influência da quantidade de armadura adotada sobre as tensões máximas atingidas na armadura. A Tabela 3 apresenta os valores

máximos, na armadura horizontal, a longo prazo. Verifica-se que, mesmo na análise em que foi considerada a menor quantidade de armadura (dimensionamento de acordo com o CIRIA C766, que conduziu a uma armadura adotada de 7,53 cm<sup>2</sup>/m/face), a tensão máxima calculada na armadura foi de 319MPa. Estes resultados demonstram que os critérios de dimensionamento das armaduras para o critério de não plastificação, atualmente previstos nos códigos de projeto, não refletem o funcionamento real das estruturas restringidas nos bordos. Esses critérios de dimensionamento partem do pressuposto que, após a fissuração, a força de restrição é integralmente resistida, na secção da fenda, pela armadura. Nas paredes restringidas pela fundação esse pressuposto não é realista, porque a fundação desempenha um papel importante, restringindo a abertura das fissuras.

Tabela 3 - Tensão máxima nas armaduras (MPa), aos 40 anos

Critério de dimensionamento da armadura:	EC2-1.1 (critério $w_k \leq 0,3\text{mm}$ )	EC2-1.1 (critério de não plastificação)	CIRIA C766 (critério $w_k \leq 0,3\text{mm}$ )
Tensão máxima, na parede com L/H=6:	119	275	309
Tensão máxima, na parede com L/H=4:	127		314

## 5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi calculado, através de uma análise não-linear, o comportamento a longo prazo de muros com diferentes relações comprimento/altura e diferentes quantidades de armadura. As análises permitiram caracterizar o padrão de fissuração, a abertura de fendas e as tensões na armadura, tendo em consideração os parâmetros que se consideram ter mais influência sobre o comportamento em serviço das estruturas de betão restringidas. Foram considerados os tipos de deformações impostas mais relevantes (calor de hidratação, retração e variação térmica sazonal), e foi simulada a evolução das propriedades do betão ao longo do tempo.

Nas estruturas analisadas, foram retiradas as seguintes conclusões principais quanto aos métodos de dimensionamento do Eurocódigo 2 e do guia de apoio ao projeto CIRIA C766:

- O método de dimensionamento de armadura do EC2-1.1, atendendo ao critério de limitação da abertura de fendas a 0,3mm, conduziu a quantidades excessivas de armadura.
- O método de dimensionamento do CIRIA C766, atendendo ao critério de limitação de aberturas a 0,3mm, conduziu a quantidades de armadura muito inferiores (cerca de 1/4) em relação às exigidas pelo EC2-1.1, mas insuficientes para controlar a abertura de fendas a 0,3mm.
- O método do EC2 para dimensionamento da armadura atendendo ao critério de não plastificação é baseado em pressupostos que não traduzem com o rigor necessário o comportamento de estruturas restringidas nos bordos laterais. A tensão máxima obtida nas armaduras foi muito inferior à tensão de cedência, nas análises com armaduras dimensionadas por esse critério.
- Nas análises com armaduras dimensionadas segundo o critério de não plastificação do EC2-1.1, a abertura máxima de fendas a longo prazo excedeu o limite de 0,30mm por apenas 10%.

As conclusões obtidas não podem ser generalizadas, porque foi analisado um conjunto restrito de condições geométricas e materiais.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado por: fundos nacionais da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, através do contrato de bolsa de doutoramento 2020.014450.BD atribuído ao segundo autor; Financiamento Base - UIDB/04708/2020 (CONSTRUCT) e UIDB/04029/2020 (ISISE), provenientes de fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC).

## REFERÊNCIAS

- [1] Coutinho, Leonardo (2021). Determinação da armadura para controlo da fissuração vertical em muros de betão restringidos pela fundação. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Dissertação de Mestrado.
- [2] CEN. (2004). Eurocódigo 2: Projecto de Estruturas de Betão. Parte 1-1: Regras Gerais e regras para edifícios. CEN, Bruxelas.
- [3] Bamforth. P. B. (2018). Control of cracking caused by restrained deformation in concrete, C766. CIRIA, Londres.
- [4] CEN. (2006). Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 3: Liquid retaining and contaminant structures. CEN, Bruxelas.
- [5] DIANA – Finite Element Analysis (2020). *DIANA Documentation release 10.4*. DIANA FEA bv, Delf.
- [6] Borst, R. – "Smearred cracking, plasticity, creep, and thermal loading - A unified approach". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Vol. 62, pp. 89-110, 1987
- [7] CEB-FIP, International Federation for Structural Concrete. (2013). *Model Code for Concrete Structures 2010*. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlim.
- [8] Azenha, Miguel; Kanavaris, Fragkoulis; Schlicke, Dirk; Jedrzejewska, Agnieszka; Benboudjema, Farid; Honorio, Tulio; Šmilauer, Vít; et al. "Recommendations of RILEM TC 287-CCS: thermo-chemo-mechanical modelling of massive concrete structures towards cracking risk assessment". Materials and Structures 54 4 (2021): <http://dx.doi.org/10.1617/s11527-021-01732-8>
- [9] Azenha, Miguel (2009). Numerical simulation of the structural behaviour of concrete since its early ages. Faculty of Engineering of the University of Porto, PhD Thesis.
- [10] Azenha, Miguel; Leitão, Luís; Granja, José; Sousa, Christoph; Faria, Rui; Barros, Joaquim. "Cement and Concrete Composites". Vol. 80 pp. 41-54, 2017.