

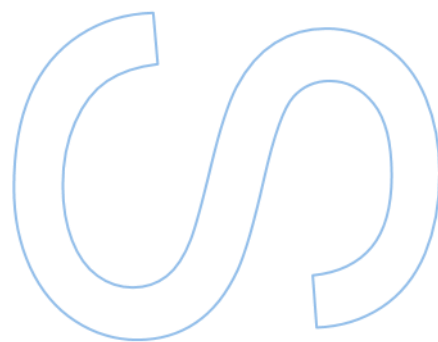
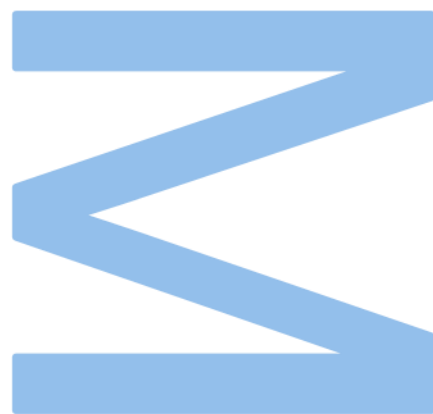
"10 minutos a pensar e a comunicar": O papel do feedback na melhoria da capacidade de resolver-e-exprimir problemas em matemática

Nuno Miguel Pinheiro Seabra

Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino
Básico e no Secundário
Unidade de Ensino das Ciências
2022

Orientadora

Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira, Professora
Auxiliar, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

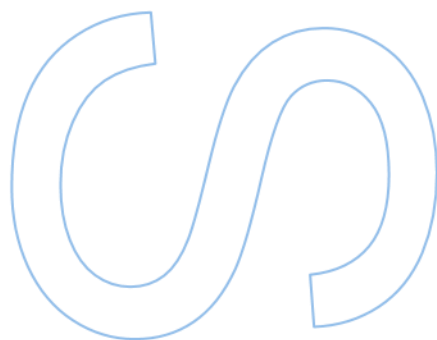




Todas as correções determinadas
pelo júri, e só essas, foram efetuadas.
O Presidente do Júri,

Porto, 29 / 07 / 2022

Fernanda Jorge S. Morais



Resumo

O desenvolvimento da capacidade de resolver-e-exprimir problemas de matemática deve ser uma preocupação central do professor ao desenhar experiências de aprendizagem significativas para os alunos. De modo a proporcionar-lhes oportunidades para esse desenvolvimento, foi criado um momento sistemático para iniciar as aulas de matemática: "10 minutos a pensar e a comunicar". Aproveitando este contexto existente na escola onde realizei a minha Prática de Ensino Supervisionada, desenhei uma intervenção pedagógica focada no desenvolvimento da capacidade de resolver-e-exprimir problemas de matemática dos alunos de uma turma de 9º ano de escolaridade. Propus-me, assim, investigar o papel do feedback escrito e oral, de natureza reguladora, no desenvolvimento daquela capacidade matemática transversal. As questões de investigação que guiaram este estudo são: 1) Quais são as principais dificuldades que os alunos revelam ao resolver problemas de matemática? 2) Quais são as principais dificuldades que os alunos revelam ao expressar o seu raciocínio na resolução de problemas de matemática? 3) Como é que o feedback escrito e o feedback oral influenciam as produções escritas dos alunos na resolução de problemas e expressão do raciocínio? e 4) Como evoluem os alunos na sua capacidade de resolver-e-exprimir problemas de matemática ao longo da intervenção pedagógica? Foquei-me em três problemas dos "10 minutos a pensar e a comunicar" que foram trabalhados com os alunos em duas fases, beneficiando de feedback escrito da primeira para a segunda fase e de feedback oral durante a realização da segunda fase. Os dados recolhidos para esta investigação de natureza qualitativa e interpretativa foram as produções escritas dos alunos na resolução dos três problemas, o feedback escrito que lhes foi proporcionado, gravações áudio das interações com os alunos que solicitaram feedback oral e gravações áudio de entrevistas semiestruturadas individuais realizadas com quatro alunos selecionados. As maiores dificuldades sentidas pelos alunos situaram-se ao nível da compreensão dos problemas e da verificação da solução encontrada, assim como da expressão clara e completa do seu processo de resolução. Os resultados sugerem que os alunos evoluíram positivamente na sua capacidade de resolver-e-exprimir problemas de matemática. O feedback escrito mostrou-se geralmente potenciador dessa evolução, embora a sua associação ao feedback oral se tenha mostrado, nos casos em que os alunos evidenciaram maiores dificuldades na resolução do problema ou na expressão do seu raciocínio, profícua em face dos objetivos dos "10 minutos a pensar e a comunicar". Apesar de trabalhoso e complexo para o professor,

sobretudo devido às exigências do feedback escrito e oral, este momento de trabalho dos alunos mostrou-se motivador para os alunos e proporcionou evidências de ter alcançado os seus objetivos. Deve, por isso, continuar a ser um momento regular nas aulas de matemática.

Palavras-chave: resolução de problemas, comunicação matemática, resolver-e-exprimir, feedback escrito, feedback oral

Abstract

The development of the ability to solve-and-express mathematics problems should be a central concern of the teacher when designing meaningful learning experiences for students. In order to provide them with opportunities for such learning, a systematic moment was created to begin the mathematics classes: "10 minutes to think and communicate". Taking advantage of this existing context in the school where I completed my student teaching internship, I designed a pedagogical intervention, in a 9th grade class, focused on developing students' ability to solve-and-express mathematics problems. I aimed to investigate the role of written and oral feedback, as an assessment for learning tool, in the development of that transversal mathematical ability. The research questions that guided this study are: 1) What are the main difficulties that students reveal when solving mathematics problems? 2) What are the main difficulties that students reveal when expressing their reasoning in solving mathematics problems? 3) How do written and oral feedback influence students' written productions in problem solving and reasoning expression? and 4) How do students evolve in their ability to solve-and-express mathematical problems throughout the pedagogical intervention? I focused on three problems that were worked with students in two phases, benefiting from written feedback from the first to the second phase and from oral feedback during the second phase. The data collected for this qualitative and interpretative research study were the students' written productions in solving the three problems, the written feedback provided to them, audio recordings of interactions with students who requested oral feedback, and audio recordings of individual semi-structured interviews carried out with four selected students. The greatest difficulties felt by the students were in terms of understanding the problems and verifying the solution found, as well as the clear and complete expression of their solution process. The results suggest that students evolved positively in their ability to solve-and-express mathematics problems. In general, written feedback showed itself as an enhancer of this evolution, although its association with oral feedback, in cases where students showed greater difficulties in solving the problem or in expressing their reasoning, was more fruitful in view of the goals of the "10 minutes to think and communicate" moment. Despite being laborious and complex for the teacher, mainly due to the demands of written and oral feedback, this moment of work with the students proved to be motivating for them and provided evidence of having achieved their goals. Thus, it should continue to be a regular part of mathematics classes.

Keywords: problem solving, mathematics communication, solving-and-expressing, written feedback, oral feedback

Índice

1. Introdução.....	1
2. Enquadramento Teórico.....	6
2.1. Resolução de problemas	6
2.2. Feedback	10
2.2.1. Feedback escrito	11
2.2.2. Feedback oral	14
3. Intervenção Pedagógica	17
4. Métodos e Procedimentos de Recolha de Dados	29
5. Apresentação e Discussão dos Resultados	35
5.1. Resultados globais da turma	35
5.1.1. Primeiro problema	35
5.1.2. Segundo problema	44
5.1.3. Terceiro problema	49
5.1.4. Em diálogo com os alunos da turma.....	54
5.2. O percurso de quatro alunos	57
5.2.1. As produções escritas de Júlia	57
5.2.2. Em conversa com Júlia	65
5.2.3. As produções escritas de Carlos	68
5.2.4. Em conversa com Carlos	74
5.2.5. As produções escritas de Daniela.....	76
5.2.6. Em conversa com Daniela	84
5.2.7. As produções escritas de Tília	86
5.2.8. Em conversa com Tília.....	93
5.2.9. Síntese do percurso de quatro alunos	94
6. Conclusões e Implicações	97
7. Referências	107
8. Anexos.....	111

Anexo 1 – Problema 1	111
Anexo 2 – Problema 2	112
Anexo 3 – Problema 3	113
Anexo 4 – Panfleto sobre a resolução de problemas	114
Anexo 5 – Desafio extra do problema 1	115
Anexo 6 – Desafio extra do problema 2	116
Anexo 7 – Desafio extra do problema 3	117
Anexo 8 – Desafio extra do problema 3 (2. ^a versão)	118
Anexo 9 – Autorização de gravação de áudio	119
Anexo 10 – Guião das entrevistas aos alunos	120

Índice de Figuras

Figura 1– Tipos de tarefa de acordo com o grau de desafio e de estrutura (Ponte, 2005, p. 17).....	6
Figura 2 – Adaptação do primeiro problema: original (acima) e adaptado (abaixo).....	22
Figura 3 – Adaptação do segundo problema.....	23
Figura 4 – Adaptação do desafio extra do segundo problema.....	24
Figura 5 – Adaptação do terceiro problema	25
Figura 6 – Adaptação do primeiro desafio extra do terceiro problema	26
Figura 7 – Adaptação do segundo desafio extra do terceiro problema: original (à esquerda) e adaptado (à direita).....	26
Figura 8 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluno A).....	36
Figura 9 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluna I)	37
Figura 10 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluna U)	37
Figura 11 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluna M)	38
Figura 12 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluna Y).....	38
Figura 13 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluna I)	39
Figura 14 – Segunda fase de resolução do problema 2 (aluna R)	40
Figura 15 – Segunda fase resolução do problema 1 (aluna M)	40
Figura 16 – Segunda fase resolução do problema 1 (aluna Y).....	41
Figura 17 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluno B).....	41
Figura 18 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluno W).....	42
Figura 19 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluna D)	43
Figura 20 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluna E).....	44
Figura 21 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluna T).....	45
Figura 22 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluno W).....	46
Figura 23 – Segunda fase de resolução do problema 2 (aluno G)	46
Figura 24 – Segunda fase de resolução do problema 2 (aluna C)	47
Figura 25 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluna Y).....	48
Figura 26 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluno B).....	48
Figura 27 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluna P).....	49
Figura 28 – Segunda fase de resolução do problema 2 (aluna P).....	49
Figura 29 – Segunda fase de resolução do problema 3 (aluna R)	50
Figura 30 – Segunda fase de resolução do problema 3 (aluna Y).....	51
Figura 31 – Segunda fase de resolução do problema 3 (aluna N)	52

Figura 32 – Primeira (à esquerda) e segunda (à direita) fases de resolução do problema 3 (aluna L).....	52
Figura 33 – Primeira fase de resolução do problema 3 (aluna J)	53
Figura 34 – Segunda fase de resolução do problema 3 (aluna D)	54
Figura 35 – Observação à resolução do problema 2 (aluno B).....	54
Figura 36 – Primeira fase de resolução do problema 3 (aluna U)	56
Figura 37 – Primeira fase de resolução do problema 1 (Júlia).....	58
Figura 38 – Segunda fase de resolução do problema 1 (Júlia).....	59
Figura 39 – Observação à resolução do problema 1 (Júlia)	60
Figura 40 – Primeira fase de resolução do problema 2 (Júlia).....	61
Figura 41 – Segunda fase de resolução do problema 2 (Júlia).....	62
Figura 42 – Observação à resolução do problema 2 (Júlia)	62
Figura 43 – Primeira fase de resolução do problema 3 (Júlia).....	63
Figura 44 – Segunda fase de resolução do problema 3 (Júlia).....	64
Figura 45 – Observação à resolução do problema 3 (Júlia)	65
Figura 46 – Primeira fase de resolução do problema 1 (Carlos)	69
Figura 47 – Segunda fase de resolução do problema 1 (Carlos)	70
Figura 48 – Observação à resolução do problema 1 (Carlos)	70
Figura 49 – Primeira fase de resolução do problema 2 (Carlos)	71
Figura 50 – Segunda fase de resolução do problema 2 (Carlos)	72
Figura 51 – Observação à resolução do problema 2 (Carlos)	72
Figura 52 – Primeira fase de resolução do problema 3 (Carlos)	73
Figura 53 – Segunda fase de resolução do problema 3 (Carlos)	74
Figura 54 – Observação à resolução do problema 3 (Carlos)	74
Figura 55 – Primeira fase de resolução do problema 1 (Daniela).....	77
Figura 56 – Segunda fase de resolução do problema 1 (Daniela).....	78
Figura 57 – Observação à resolução do problema 1 (Daniela).....	78
Figura 58 – Primeira fase de resolução do problema 2 (Daniela).....	79
Figura 59 – Segunda fase de resolução do problema 2 (Daniela).....	80
Figura 60 – Observação à resolução do problema 2 (Daniela).....	81
Figura 61 – Primeira fase de resolução do problema 3 (Daniela).....	81
Figura 62 – Segunda fase de resolução do problema 3 (Daniela).....	83
Figura 63 – Observação à resolução do problema 3 (Daniela).....	84
Figura 64 – Primeira fase de resolução do problema 1 (Tília)	87
Figura 65 – Segunda fase de resolução do problema 1 (Tília)	88

Figura 66 – Observação à resolução do problema 1 (Tília)	89
Figura 67 – Primeira fase de resolução do problema 2 (Tília)	89
Figura 68 – Segunda fase de resolução do problema 2 (Tília)	90
Figura 69 – Observação à resolução do problema 2 (Tília)	90
Figura 70 – Primeira fase de resolução do problema 3 (Tília)	91
Figura 71 – Segunda fase de resolução do problema 3 (Tília)	92
Figura 72 – Observação à resolução do problema 3 (Tília)	92

Índice de Quadros

Quadro 1 – “Caraterísticas de um feedback escrito mais eficaz” (Vale et al., 2011, p. 545).....	12
Quadro 2 – “Dimensões e categoria de análise do feedback” (Semana & Santos, 2010, p. 191).....	13
Quadro 3 – Dimensões de análise do feedback oral.....	15

1. Introdução

A Matemática cresce por meio de uma série de grandes avanços intuitivos, que são posteriormente estabelecidos, não numa etapa, mas através de uma série de correções, de esquecimentos e de erros; nenhuma prova é definitiva e novos contraexemplos deitam por terra provas antigas. (Kline, 1989, citado em Boavida, 1993, p. 70)

Um dos meus objetivos principais enquanto futuro professor é desmistificar uma série de preconceitos relativos à Matemática que fazem com que esta área do saber se mostre, aos olhos de muitos, como de difícil acesso e compreensão. Na verdade, enquanto aluno, sempre lidei com a ideia de que os grandes avanços científicos eram alcançados por pessoas geniais dentro das respetivas áreas científicas. É a estas pessoas geniais que se atribuem grandes feitos que, por sua vez, se constituem em mitos que perpetuam uma ideia de intangibilidade de realização de grandes feitos científicos. Por exemplo, quem nunca ouviu falar da queda de uma maçã na cabeça de Newton, ou da corrida desenfreada de um Arquimedes despido? Apesar de, pessoalmente, ter sido apenas no ensino superior que esta mistificação da Ciência, nomeadamente da Matemática, se começou a desvanecer, pretendo combater este fenómeno ao longo de todos os meus anos de futura prática de ensino.

Interpretando as palavras de Klein (1989, citado em Boavida, 1993), por trás de descobertas matemáticas ou de desenvolvimentos significativos e fundamentados desta ciência, encontra-se imenso estudo e dedicação ao aperfeiçoamento da prática da Matemática. Quando, no contexto da minha Prática de Ensino Supervisionada (PES), me deparei com o momento dos "10 minutos a pensar e a comunicar" na escola onde estagiei, a minha ainda breve experiência pessoal reconheceu as semelhanças entre os objetivos que este momento pretendia promover e a ideia de que apenas conseguimos desenvolver significativamente as nossas capacidades matemáticas através de um trabalho perseverante e intencional para melhorarmos as nossas capacidades, neste caso, de resolução de problemas e de expressão do raciocínio.

Nas *Aprendizagens essenciais* (Canavarro et al., 2021) que, apesar de ainda não estarem em vigor à data de realização deste trabalho, explicitam a importância de se

estudar Matemática, pode ler-se que “...interpretar e usar a Matemática na resolução de problemas de contextos diversos do mundo real, é crucial para que cada pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável” (p. 2). Em paralelo com o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, é importante também desenvolver nos alunos a capacidade de exprimirem a forma de pensar quando resolvem problemas, assumindo-se, assim, a noção de resolver-e-exprimir como forma de expressar o quanto associadas estão as capacidades transversais de resolução de problemas e de comunicação matemática (Jacinto et al., 2018; Jacinto & Carreira, 2014).

Deveras, é crença minha que na maior parte das aulas de Didática da Matemática, do Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, se tenha abordado, direta ou indiretamente, o tema da resolução de problemas. Saliento que a dificuldade da necessidade profissional de um professor promover nos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver-e-exprimir problemas nunca foi escondida. No entanto, não devem ser apenas os alunos a ser desafiados. Desde o início do meu percurso no mestrado, no qual se enquadra a PES, que aceito e valorizo este desafio no papel de futuro professor.

Na escola onde realizei a minha PES, foi instituído um momento diário de trabalho nas aulas de Matemática denominado por “10 minutos a pensar e a comunicar”. Este momento começou por surgir como uma refrescante surpresa da ideia de como poderá decorrer o início de uma aula de Matemática. De forma sistemática, os dez primeiros minutos de uma aula de Matemática dedicam-se à resolução de problemas, individualmente, de contexto diversificado; por conseguinte, o problema escolhido para cada aula não tem de ser relacionado com nenhum conteúdo programático que o aluno esteja a aprender ou que tenha aprendido recentemente. Além disso, os diferentes problemas abrangem áreas da Matemática diferentes. Desta forma, dá-se, ao aluno, a oportunidade de desenvolver a sua capacidade de resolver-e-exprimir problemas sem estar dependente de conceitos e procedimentos correspondentes ao seu ano de escolaridade e aos conteúdos que estão a trabalhar. Como veremos mais à frente na análise dos dados, este é um fator motivador para a adesão dos alunos a esta atividade. Para além disso, a variabilidade dos contextos matemáticos contemplados nos problemas propostos permite, por um lado, que os alunos sejam desafiados a explorar métodos de raciocínio variados e, por vezes, fora do habitual. Por outro lado, a novidade

de um trabalho diferente em torno de problemas matemáticos evita que se instale o sentimento de repetibilidade num momento realizado diariamente. Note-se que, quando refiro uma aula de Matemática, quero dizer um conjunto de dois tempos de aula juntos, compostos por 50 minutos cada.

Após os “10 minutos a pensar e a comunicar”, as produções dos alunos eram-lhes devolvidas com um feedback escrito individualizado. Posteriormente, o professor discutia brevemente o problema em grupo turma, tendo em conta as produções dos alunos e incentivando as suas intervenções orais. Com vista à elaboração do meu Relatório de Estágio, senti a necessidade de averiguar a eficácia desse feedback. Deste modo, os “10 minutos a pensar e a comunicar” passaram a funcionar como uma oportunidade de os alunos resolverem-e-exprimirem problemas matemáticos em duas fases, beneficiando de feedback escrito para a realização da segunda fase, mas também deixando em aberto a possibilidade de feedback oral durante a segunda fase, quando solicitado pelos alunos. De referir que sempre os incentivei a solicitar feedback (oral) sempre que sentissem necessidade, em complemento ao feedback escrito que era fornecido a todos os alunos. A segunda fase servia, precisamente, para que os alunos pudessem melhorar as suas produções. Por fim, as segundas resoluções eram devolvidas aos alunos acompanhadas de um feedback final. No entanto, como professor, estava consciente de que “Os alunos que não estão habituados a este tipo de avaliação em duas fases, tendem a desconfiar das reais intenções do professor...” (Dias & Santos, 2008, p. 205) e podem não aderir ao desafio proposto como esperado. Porém, a persistência neste tipo de trabalho traria, certamente, resultados positivos (Dias & Santos, 2008; Santos, 2003).

Assim, o meu trabalho de investigação sobre o qual assenta este Relatório de Estágio baseou-se nas quatro questões de investigação seguintes:

No contexto da intervenção pedagógica “10 minutos a pensar e a comunicar”,

- 1) Quais são as principais dificuldades que os alunos revelam ao resolver problemas de matemática?
- 2) Quais são as principais dificuldades que os alunos revelam ao expressar o seu raciocínio na resolução de problemas de matemática?
- 3) Como é que o feedback escrito e o feedback oral influenciam as produções escritas dos alunos na resolução de problemas e expressão do raciocínio?
- 4) Como evoluem os alunos na sua capacidade de resolver-e-exprimir problemas de matemática ao longo da intervenção pedagógica?

Incluindo o presente capítulo de Introdução, este trabalho organiza-se ao longo de oito capítulos. O segundo capítulo, Enquadramento Teórico, como o título sugere, apresentará, de um ponto de vista teórico, os aspetos necessários ao desenvolvimento desta investigação e que foram tidos em conta ao longo da realização deste trabalho. São estes aspetos a resolução de problemas, em associação com a expressão do pensamento, e o feedback, tanto o escrito, como o oral, numa lógica de apoio às aprendizagens dos alunos, ou seja, de carácter regulador. Saliento a importância que a análise de literatura de referência teve em diversas tomadas de decisão, tais como o fornecimento de feedback aos alunos e o procedimento de análise dos dados.

O terceiro capítulo, Intervenção Pedagógica, dedicar-se-á a explicar os aspetos relacionados com a intervenção pedagógica descrita anteriormente, desta vez, em detalhe, proporcionando, assim, uma visão mais pormenorizada do contexto em que foi realizada a investigação. Entre estes aspetos destacam-se a caracterização do contexto escolar no qual a minha PES se desenrolou, a descrição e análise pormenorizada dos recursos utilizados, e uma breve reflexão sobre a utilização futura destes mesmos recursos.

O quarto capítulo, Métodos e Procedimentos de Recolha de Dados, descreverá como é que os dados necessários ao desenvolvimento da investigação realizada foram recolhidos, e as decisões tomadas ao longo desta recolha de dados, desde a seleção dos participantes no estudo, à seleção dos instrumentos de recolha de dados que foram usados.

O quinto capítulo, Apresentação e Discussão dos Resultados, terá em conta as questões de investigação mencionadas anteriormente e a base teórica apresentada no segundo capítulo, de modo a analisar pormenorizadamente os dados recolhidos, procurando interpretá-los à luz da teoria revista e relacioná-los entre si.

O sexto capítulo, Conclusões e Implicações, dará atenção à globalidade do trabalho, sintetizando os aspetos essenciais da investigação realizada de modo a providenciar um contexto ideal à formulação de conclusões informadas. A reflexão final aqui apresentada abordará aspetos como as implicações desta investigação no contexto da PES e da minha Iniciação à Prática Profissional (IPP), e a influência deste trabalho em futuras investigações que dele decorram.

O sétimo capítulo, Referências, listará toda a bibliografia utilizada ao longo da realização desta investigação. Por fim, uma última secção, Anexos, incluirá os documentos

utilizados que considero importante partilhar de modo a tornar a leitura deste Relatório de Estágio mais fluida, tais como os problemas que foram alvo de análise no trabalho e o guião da entrevista utilizada.

2. Enquadramento Teórico

Em resposta à necessidade inerente de uma investigação se apoiar em aspetos de natureza teórica previamente aprofundados por outros autores, surge este capítulo, refletindo a minha leitura e análise de estudos que apoiaram o desenho e a concretização desta investigação, com destaque para a análise dos dados recolhidos. As investigações e literaturas em que me apoiei focam os tópicos da resolução de problemas, incluindo a noção de resolver-e-exprimir, e do feedback, sendo este último dividido em dois subtópicos: o feedback escrito e o feedback oral.

2.1. Resolução de problemas

Antes de ter em conta como é que a resolução de problemas pode ocorrer e de se discutir a sua importância, é necessário definir o que é um problema. Note-se que a definição do que é um problema não é universal, isto é, podemos pesquisar sobre esta questão e não encontraremos uma única resposta, para além de que cada uma dessas diferentes respostas têm o seu mérito. Neste trabalho, darei uma resposta simplificada a esta questão. Nas aulas de Didática da Matemática lecionadas pela professora Rosa Tomás Ferreira, estudámos uma forma de classificar as tarefas de aprendizagem de acordo com a sua dificuldade e de acordo com o seu grau de estrutura (Ponte, 2005). Uma tarefa pode ser classificada como sendo de desafio reduzido ou de desafio elevado, tendo em conta a perceção do aluno; por outro lado, o enunciado da tarefa pode ter uma estrutura fechada ou aberta conforme é dito claramente o que é dado e o que é pedido ou existe alguma ambiguidade no que é dado ou pedido, respetivamente (Figura 1).

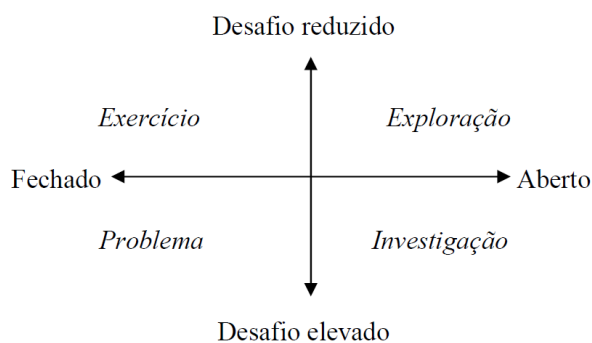


Figura 1– Tipos de tarefa de acordo com o grau de desafio e de estrutura (Ponte, 2005, p. 17)

Com base na Figura 1, e indo ao encontro da ideia de Kantowski (1977, citado em Menina, 2010, p. 21) de que “um indivíduo está perante um problema quando encontra uma questão a que não pode responder, ou uma situação que não pode ser respondida usando os conhecimentos imediatamente disponíveis”, entenda-se como problema uma tarefa matemática fechada (ou seja, sem ambiguidade no que é dado e no que é pedido na tarefa) cuja dificuldade, do ponto de vista do aluno, é elevada. Saliento o cuidado que devemos ter presente na classificação da dificuldade de uma tarefa matemática, visto que o que pode ser considerado como um problema para um determinado aluno, pode ser fácil de resolver para algum outro aluno (Ponte, 2005). Mais ainda, uma mesma tarefa pode começar por se constituir um problema para um indivíduo e depois passar a ser um simples exercício para o mesmo indivíduo.

Relativamente à resolução de problemas, ao analisar os documentos orientadores do currículo nacional deparamo-nos consistentemente com evidências da importância do desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de um aluno, pois é considerado que “a resolução de problemas é uma atividade central da Matemática, na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais eficazes” (ME, 2018, p. 3). A importância da resolução de problemas no currículo da matemática escolar não é nova, de todo, mas as *Aprendizagens essenciais de matemática do ensino básico*, em vigor à data de realização deste trabalho, resumem bem a centralidade desta capacidade transversal.

Por sua vez, o *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória* (Martins et al., 2017) sublinha que os alunos devem adquirir diversas competências ao longo do seu percurso escolar. Acerca da resolução de problemas, destaco a competência de “interpretar informação, planear e conduzir pesquisas; gerir projetos e tomar decisões para resolver problemas; desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados” (p. 23).

Na atividade de resolução de problemas, um dos aspetos a ter em conta diz respeito a como é feita a abordagem a um problema e como é que a sua resolução procede. Para tal, tome-se em consideração as palavras de Polya (1945) relativamente às fases pelas quais um aluno passa ao resolver um problema:

Primeiro, precisamos de compreender o problema; temos de ver claramente o que é necessário. Em segundo lugar, precisamos de ver como é que os diferentes dados se relacionam, como é que o desconhecido se relaciona com os dados, de modo a obter a ideia da solução, no intuito de formular um

plano. Em terceiro lugar, executamos o nosso plano. Em quarto lugar, analisamos a solução obtida, revemos e discutimo-la. (pp. 5-6)

Apesar da aparente ordenação sequencial destes passos, é natural que a ocorrência de cada um deles possa aparecer numa ordem diferente, ou até mesmo, de forma repetida. Contudo, a resolução de um problema apenas terá sucesso após a compreensão do mesmo. Esta compreensão poderá ser imediata, ou poderá ocorrer após várias leituras do seu enunciado, ou após alguma manipulação dos dados; no entanto, a compreensão da situação problemática com que o aluno se depara é indispensável à sua resolução.

De acordo com as conclusões da investigação de Menina (2010), os alunos revelam, principalmente, duas dificuldades na resolução de problemas. A primeira dificuldade surge na interpretação do enunciado e a segunda transparece na verificação dos resultados obtidos. Quanto à interpretação do enunciado, a autora distingue a dificuldade de “interpretação do contexto do problema, em que se incluem aspetos da situação descrita” (p. 195) da dificuldade de “interpretação do texto linguístico” (p. 195), na qual se incluem aspetos como “a descodificação de palavras, signos linguísticos e expressões próprias do registo matemático” (p. 195). Em relação à verificação dos resultados, a autora sugere que esta dificuldade seja “consequência de uma compreensão deficiente do problema” (p. 193). Para além disso, Menina (2010) também refere que os alunos também revelam dificuldades “em selecionar uma estratégia que lhes permita resolver o problema com sucesso” (p. 207). No entanto, esta última dificuldade poderá estar relacionada com a dificuldade de interpretação do contexto, pois, tal como Boavida (1993) refere, uma das vertentes fundamentais da matemática é a “invenção ou descoberta de estratégias que funcionem de acordo com o contexto em que são aplicadas” (p. 52). Tendo isto em conta, poder-se-á distinguir as diferentes dificuldades reveladas pelos alunos, mas estão não poderão ser analisadas isoladamente.

De acordo com Jacinto et al. (2018), “a procura de uma resposta para o problema abre caminho para criar uma explicação dessa mesma solução” (p. 77), pelo que um problema apenas se encontra totalmente resolvido se a solução estiver acompanhada de uma explicação adequada do processo desenvolvido para chegar à solução. Na verdade, o centro da atividade de resolução de problemas

reside na abordagem desenvolvida para obter a solução, e não apenas na própria solução pelo que envolve a produção de interpretações que se constroem e se desvendam a partir do pensamento matemático desenvolvido. Contudo, essa abordagem só fica completamente a

descoberto mediante uma explicação pormenorizada dos processos seguidos, pelo que encontrar a solução de um problema comporta, igualmente, a necessidade de criar uma explicação para essa solução, ou seja, resolver um problema incorpora tanto a resposta solicitada como o reportar do processo seguido na sua obtenção. (Jacinto et al., 2018, p. 77)

As autoras propõem, assim, a noção de resolver-e-exprimir problemas de matemática como refletindo a complexidade da atividade matemática desenvolvida pelos alunos durante a resolução de problemas. Esta noção de resolver-e-exprimir problemas de matemática foi adotada neste estudo por espelhar o que o momento “10 minutos a pensar e a comunicar” pretende contribuir relativamente às aprendizagens dos alunos.

A importância de exprimir o processo de resolução de problemas encontra-se refletida nas Aprendizagens essenciais de matemática do ensino básico, visto que a capacidade de um aluno se exprimir reflete a qualidade com que consegue “partilhar e discutir ideias matemáticas, formulando e respondendo a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração” (ME, 2018, p. 3). Efetivamente, esta intervenção pedagógica pretende proporcionar oportunidades de um aluno resolver-e-exprimir problemas, estejam estes problemas contemplados no enunciado inicial explícito, ou eventualmente implícitos no feedback dado. Saliento que a partilha e discussão de ideias referida é promovida, igualmente, no diálogo que surge nas ocasiões em que o feedback oral exerce o seu papel regulador.

Seja através do diálogo, ou através da escrita, considerarei que o desenvolvimento da capacidade de resolver-e-exprimir de um aluno poderá surgir “através do relatar de um processo ou justificar um raciocínio” (Jacinto, 2014, p. 76) no contexto da resolução de problemas. Por outras palavras, no ato de resolver um problema, independentemente do seu sucesso, será dada importância às descrições do aluno, sendo que estas poderão descrever os diversos passos dados ao longo de uma resolução, ou mostrar detalhadamente porque é que o seu método de resolução estará correto. Por exemplo, um aluno poderá descrever a construção e organização dos dados num quadro, ou enquadrar os cálculos efetuados no problema em questão.

Efetivamente, como fica explícito na seguinte citação, as produções escritas são um instrumento essencial para a compreensão da interpretação do aluno face a um enunciado, para a compreensão do seu processo de resolução, ou até mesmo para a compreensão do aluno face a um feedback que lhe seja dado: “O conhecimento dos erros primários dados pelos alunos nas suas resoluções é muito importante, uma vez

que nos fornece informação quanto às suas interpretações e a eventuais dificuldades de interpretação ou de manipulação simbólica” (Pinto & Santos, 2006, p. 83)

Com todas as informações proporcionadas pelas realizações de produções escritas aquando da resolução de problemas, as condições são ideais para se considerar a avaliação pedagógica, visto que “o seu interesse é tanto maior quanto o seu contributo para o objeto primeiro da educação, o de proporcionar a aprendizagem dos alunos” (Santos, 2019, p. 20). Tome-se como avaliação pedagógica a análise das “questões relativas à avaliação das aprendizagens dos alunos” (Santos, 2019, p. 5), sendo que a subcategoria relevante para a intervenção pedagógica sobre a qual se elabora este Relatório de Estágio é a avaliação formativa. Por si só, a avaliação já é vista como “uma parte inseparável de um complexo sistema onde o fim último do ato educativo é a aprendizagem” (Santos, 2008, p. 12). Tendo ao dispor a poderosa ferramenta que é o feedback, tópico a seguir discutido, e o seu papel de mediador da aprendizagem estamos preparados para que se realize “o propósito de contribuir para a aprendizagem” (Santos, 2019, p. 7) que, segundo a autora, no momento de refletir sobre uma avaliação ao analisar o seu propósito e utilização, é esta a característica de maior importância que determina todo o desenvolvimento de uma avaliação formativa.

2.2. Feedback

O feedback é um veículo incontornável da avaliação formativa, contribuindo para ajudar o aluno a tomar consciência dos seus erros e a regular a própria aprendizagem (Santos, 2008). Com estes objetivos, é um feedback descritivo e não avaliativo que nos interessa, ou seja, um feedback focado na qualidade da produção do aluno e não na sua quantificação (Santos & Dias, 2006; Semana & Santos, 2015).

A escrita avaliativa ou feedback é uma forma possível de criar contextos de aprendizagem que ajudem o aluno a ir desenvolvendo a sua capacidade de autoavaliação. Por outras palavras, a sua existência, quando adequada a este objetivo, poderá constituir uma estratégia facilitadora para o aluno ser levado a tomar consciência dos seus erros, e de os autocorrigir. Esta abordagem assenta no pressuposto que contraria uma ideia muito frequente de que qualquer produção do aluno se faz logo à primeira tentativa, sem se lhe dar a possibilidade de a melhorar. (Santos, 2008, pp. 22–23)

A qualidade de um feedback, seja oral ou escrito, determina o seu potencial para ser elemento regulador da aprendizagem. Mas para dar um feedback de qualidade, o professor tem de compreender como foi que o aluno pensou e isto só se consegue

atingir quando o aluno exprime a sua forma de pensar. Portanto, quanto melhor os alunos exprimirem o seu pensamento na resolução de uma tarefa, por exemplo, um problema, mais equipado está o professor para lhe poder dar um feedback que tenha potencial para ajudar o aluno a progredir nas suas aprendizagens (Santos, 2008, 2019).

O feedback deve ser sempre personalizado já que erros semelhantes cometidos por alunos diferentes podem ter diferentes origens (Santos, 2008; Santos et al., 2010). Isto significa que a tarefa de dar feedback é bastante complexa para o professor. Dada esta complexidade, existe a necessidade de uma cuidadosa identificação dos erros sobre os quais se redigirá o feedback, após a qual o professor deve adotar uma atitude desafiadora perante os alunos, levando-os a encontrar e refletir sobre as suas falhas, e a descobrir o caminho a seguir para que continuem e consigam terminar de resolver os problemas (Barros et al., 2016). É através deste trabalho realizado pelos próprios alunos que o esforço realizado em prol do desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas será proveitoso.

Devemos notar que este aspeto do erro se refere a situações que podem ocorrer isoladamente na realização de tarefas, isto é, podem não refletir a evolução de um aluno, ou a sua capacidade de resolver problemas futuros. Para tal, um acompanhamento prolongado e um desafiar atento e propositado das capacidades dos alunos é essencial.

Porventura, um aluno poderá apresentar uma resolução cuja completude se julgue ideal, situação para a qual o professor também deverá se encontrar preparado. Nestes casos, para além de uma congratulação, caso se julgue apropriada, deve-se aproveitar a situação para tentar levar o aluno desenvolver ainda mais as suas capacidades, nomeadamente através da apresentação de tarefas com níveis mais elevados de dificuldade. Estas tarefas poderão ser uma modificação da tarefa original, ou novas tarefas, na minha opinião, de preferência, relacionadas com o tema da tarefa original.

2.2.1. Feedback escrito

A investigação tem identificado alguns aspetos que o feedback escrito deve verificar de modo a poder ser um verdadeiro veículo para a regulação das aprendizagens dos alunos, ao mesmo tempo que contribui para a regulação do próprio ensino do professor.

Baseando-se em diversos autores, Vale, Ferreira e Santos (2011) apresentam uma compilação de características que o feedback escrito deve verificar, de modo a poder ajudar os alunos a progredir. São várias estas características, das quais destaco a clareza na informação veiculada, a importância do reconhecimento do que já está bem feito ou foi alcançado e a indicação de pistas de ação que ajudem o aluno a encontrar um caminho de melhoria da sua própria produção.

Quadro 1 – “Caraterísticas de um feedback escrito mais eficaz” (Vale et al., 2011, p. 545)

Deverá	Não Deverá
(1) Recorrer à forma interrogativa e a uma linguagem acessível, concreta e contextualizada (Santos e Dias, 2006);	(1) Ser dirigido ao aluno nem incluir juízos de valor (Santos et al., 2010);
(2) Ser claro e informativo (Santos, 2002);	(2) Limitar-se a mencionar a incompletude da resposta, sem indicar pistas suficientes para o aluno progredir (Santos, 2002);
(3) Dirigido à tarefa (William, 2007);	(3) Ser escrito com caligrafia pouco legível (Santos, 2002);
(4) Ser diversificado e adequado a cada aluno (Santos e Dias, 2006);	(4) Ser acompanhado da classificação do aluno obtida na realização da tarefa (William, 2007);
(5) Apontar pistas de ação futura e incentivar o aluno a reanalisar a resposta dada (Santos, 2008);	(5) Incluir a correção do erro (Santos, 2002);
(6) Referir e reconhecer o esforço dos alunos (Santos, 2008);	(6) Incluir simbologia (Santos e Dias, 2006);
	(7) Ser culpabilizantes (Pinto e Santos, 2006)

Por sua vez, Semana e Santos (2010), e Santos e Pinto (2010), apresentam um conjunto de aspetos do feedback que consideram serem úteis na análise do mesmo (Quadro 2). Esses aspetos incluem o foco do feedback, a sua natureza, a forma como o erro é encarado, a forma sintática com que é construído e a sua dimensão. Relativamente ao foco do feedback, realço que o feedback terá tanto mais potencial regulador quanto mais se focar no processo ou na autorregulação (Hattie & Timperley, 2007). Um foco no processo ajuda o aluno a melhorar o seu desempenho na tarefa; o mesmo acontece quando o foco do feedback é na autorregulação pois incentiva o aluno a refletir sobre o que fez e a monitorizar a sua própria atividade. Pelo contrário, um feedback focado no aluno ou no produto não se revela produtivo em termos de regulação das aprendizagens pois enfatiza o elogio ou a resposta obtida, respetivamente. Neste caso, o feedback só será eficaz se o erro resultar de falta de compreensão da tarefa e não de lacunas no conhecimento matemático do aluno. Relativamente à dimensão da natureza do

feedback, a categoria B1 leva a um feedback de natureza avaliativa que “tem poucos efeitos de natureza reguladora” (Semana & Santos, 2010, p. 181), que não interessa para os objetivos do presente trabalho. O tratamento do erro na categoria C1 contraria as características de um bom feedback mencionadas no Quadro 1, e mesmo a categoria C2 também não vai totalmente ao encontro das características de um feedback com potencial para ser regulador, pois, apesar de não corrigir o erro ser um aspeto positivo, assinalá-lo não garante que o aluno irá dirigir a sua atenção para o erro e refletir sobre ele. A forma sintática simbólica pode trazer problemas aos alunos com maiores dificuldades ou com desempenhos médios, pois compreender a simbologia é, em si mesmo, uma dificuldade acrescida à ou às que já encontra na resolução da tarefa. Quanto ao recurso desta forma sintática, Santos e Pinto (2009) concluem que “todos os alunos [percebem] o feedback por meio de símbolos como algo errado” (p. 52). Por fim, um feedback longo corre o risco de não ser compreendido pelo aluno. No entanto, um feedback mais longo pode ser necessário em face de uma tarefa mais desafiante (Santos & Pinto, 2009).

Quadro 2 – “Dimensões e categorias de análise do feedback” (Semana & Santos, 2010, p. 191)

<u>A. Foco:</u>	<u>A.1.</u> Aluno <u>A.2.</u> Produto <u>A.3.</u> Processo <u>A.4.</u> Autorregulação
<u>B. Natureza:</u>	<u>B.1.</u> Formula juízos de valor <u>B.2.</u> Chama a atenção <u>B.3.</u> Incentiva a reflexão <u>B.4.</u> Dá pistas <u>B.5.</u> Incentiva a reflexão e dá pistas
<u>C. Tratamento do erro:</u>	<u>C.1.</u> Assinala e corrige <u>C.2.</u> Assinala, mas não corrige <u>C.3.</u> Não assinala, mas estimula a correção <u>C.4.</u> Incentiva a completar/melhorar
<u>D. Forma sintática:</u>	<u>D.1.</u> Simbólica <u>D.2.</u> Afirmativa <u>D.3.</u> Interrogativa <u>D.4.</u> Interrogativa e afirmativa
<u>E. Dimensão:</u>	<u>E.1.</u> Curto <u>E.2.</u> Médio <u>E.3.</u> Longo

Para além destas recomendações, Vale, Ferreira e Santos (2011) salientam dois fatores significativos que o professor deverá ter em conta quando estiver a utilizar este tipo ferramenta reguladora da avaliação na sua prática de ensino. Por um lado, esta prática requer tempo: tempo para a devida leitura e reflexão sobre as produções dos alunos, e tempo para a escrita feedback. Por outro lado, para que se atinja a efetividade do feedback desejada, como para melhorar a qualidade do feedback em si, é requerida uma aplicação continuada e prolongada do feedback.

2.2.2. Feedback oral

Segundo Pinto e Santos (2006), o feedback oral é uma ocorrência entre dois indivíduos que envolve diversos componentes a ter em atenção, como o recurso a uma linguagem verbal, e o contexto em que este ocorre. Tendo em conta que o feedback oral pode ocorrer nas mais diversas situações ao longo de uma aula, esta “interação entre professor e pupilo na sala de aula é um dos contextos de regulação da aprendizagem privilegiados” (Santos & Pinto, 2010, p. 12).

Segundo os mesmos autores, existe um conjunto de condições que o professor deve cumprir para que o seu feedback oral seja efetivo. Essas condições são que o professor tenha:

- (i) uma ideia clara do processo de resolução da tarefa, sendo capaz de dividir este processo em partes; (ii) compreender até que ponto a criança é capaz de lidar com o processo e/ou com as suas partes; (iii) saber em que posição a criança se encontra, distanciando-se da sua própria posição de conhecimento. (Santos & Pinto, 2010, p. 12)

De modo a ajudar a identificação do tipo de discurso utilizado, Jorro (2000, citada por Santos & Pinto, 2010) divide o discurso oral em três tipos diferentes:

- (i) discurso verídico, quando é baseado numa relação de poder, sobre a forma de um veredito (verdade através do poder), permitindo que seja centrado nas características/attitudes do estudante ou na tarefa; (ii) discurso profético, focado numa postura visionária sobre a evolução dos deveres escolares, apoiado em attitudes ou características pessoais; (iii) o discurso de incitação e/ou de questionamento, quando se procura o envolvimento do aluno. (Santos & Pinto, 2010, p. 12)

Destes três tipos, será o terceiro aquele que mais se aproxima dos objetivos de um feedback regulador, como efeitos na melhoria das aprendizagens dos alunos.

Santos e Pinto (2010) propõem as dimensões seguintes, com o objetivo de analisar o discurso de acordo com os seus interlocutores, foco e objetivo (Quadro 3).

Quadro 3 – Dimensões de análise do feedback oral.

Quem produz o discurso?	(P) Professor	
	(A) Aluno	
	(As) Grupo de alunos	
A quem se destina o discurso?	(P) Professor	
	(A) Aluno	
	(As) Grupo de alunos	
Foco	(C) Concetualização	
	(Pr) Processo	
	(Rt) Resultado	
	(G) Gestão da sala de aula	
Objetivo	(Q) Questionar	(Qr) Questionar o resultado
		(Qj) Questionar pela justificação
		(Qlr) Questionar para orientar a linha de raciocínio
		(Qv) Questionar pela validação de outros
	(R) Responder	(Rep) Repetir o que foi dito
		(Sol) Apresentar uma solução
		(Cor) Corrigir o que foi dito
		(Val) Validar a intervenção
		(Jus) Justificar o que foi dito
	(E) Explicar	(Et) Explicar totalmente
		(Ep) Explicar parcialmente

A análise do discurso de acordo com os interlocutores pretende que haja uma distinção do feedback oral de acordo com cada uma das subcaraterísticas em questão, de modo a facilitar a verificação de diferenças ou de semelhanças existentes em cada um dos casos.

Santos e Pinto (2010) acrescentam, com a partilha das suas conclusões ao analisar o foco do discurso, que foi possível verificar que “o professor apela à concetualização quando ele/ela quer se redirigir ao raciocínio dos alunos e (apela) ao processo quando

procura que os alunos validem e justifiquem os resultados obtidos” (p. 19). Quando um professor se dirige ao resultado (Rt), não existe um avanço na aprendizagem decorrente desta ação (Santos & Pinto, 2006). Visto que a intervenção pedagógica sobre a qual assenta o trabalho apresentado neste Relatório de Estágio pretende desenvolver as capacidades de resolver-e-exprimir problemas dos alunos, contribuindo positivamente para as aprendizagens dos alunos, surge a importância da análise do feedback oral de acordo com as três subcaraterísticas do foco do discurso mencionadas. Dada que a resolução de problemas será efetuada de modo individual, a subcaracterística da gestão da sala de aula (G) não surge como fator relevante para este estudo.

A característica referente ao objetivo pretende analisar a “direção pedagógica” (Santos & Pinto, 2010, p. 13) do discurso utilizado, ou seja, será utilizado para descobrir se o feedback oral intenciona questionar (Q), responder (R), ou explicar (E). As considerações sobre estes aspetos surgem como fundamentais para a análise pretendida, visto que Vale et al. (2011) defendem o questionamento oral enquanto “processo facilitador da aprendizagem” (p. 546), ou seja, salienta-se o privilegiar da subcategoria questionar (Q). Dentro desta subcategoria, o questionar pela justificação (Qj) e o questionar para orientar a linha de raciocínio (Qlr) relacionam-se, respetivamente, com o foco no processo (Pr) e na concetualização (C).

3. Intervenção Pedagógica

Este capítulo apresenta uma caracterização do contexto escolar em que se desenvolveu toda a intervenção pedagógica sobre a qual assentou o estudo aqui relatado, assim como a ancoragem curricular que aquela teve. Também é realizada uma detalhada descrição da organização da intervenção pedagógica ao longo do tempo, das estratégias e recursos utilizados, e das consequentes interações com os alunos. Ao longo destas descrições, são apresentadas breves reflexões, seja sobre a adequabilidade das tarefas utilizadas, sobre os critérios por trás das escolhas tomadas, ou até sobre possíveis reformulações para uso futuro.

A escola básica na qual decorreu a minha PES, e, por conseguinte, onde decorreu a minha intervenção pedagógica, localiza-se na área metropolitana do Porto, e abriga 40 turmas entre o 5.º e o 9.º anos de escolaridade, sendo que mais de metade dessas turmas pertencem ao 5.º ou ao 6.º ano de escolaridade. Relativamente às condições da escola, tendo esta sido fundada na década de 70, sofreu obras de reabilitação há dois anos. Apesar de não ter termo de comparação com as condições anteriores, senti que as condições atuais eram as necessárias para providenciar uma boa experiência de aprendizagem aos alunos. Entre estas condições positivas destacam-se uma biblioteca escolar com presença e atividade no website da escola e na google classroom comum a todos docentes, uma sala de professores que abrigou diversas atividades promotoras do convívio e da saúde, e uma sala (habitualmente designada por *sala de aula do futuro*) equipada com 28 computadores, um quadro interativo, mesas e cadeiras propícias a reposicionamentos, e uma parede na qual era possível escrever com canetas especializadas. Para além disso, esta instituição de ensino está envolvida em diversos projetos a nível nacional, como o projeto MAIA, o projeto SELFIE, entre outros. No entanto, existiam ainda alguns resquícios das obras mencionadas que, não sendo muitos, por vezes, dificultavam o trabalho do professor. Por exemplo, enquanto nalgumas salas o espaço disponível foi otimizado de modo a permitir a utilização de um projetor e de um quadro de giz lado a lado, noutras salas o espaço ocupado pela tela do projetor sobrepunha-se ao do quadro de giz, e a instalação de diversos projetores para os quais apenas existia um único comando tornou a utilização desses mesmos projetores inconveniente.

O presente estudo realizou-se numa turma de 9.º ano de escolaridade, constituída, inicialmente, por 27 alunos, dos quais 22 eram raparigas e cinco eram rapazes e cujas

idades eram compreendidas entre os 13 e os 14 anos no início do ano letivo. Infelizmente, por motivos de equivalência e acompanhamento curricular, uma das alunas, cuja língua materna não era a portuguesa, mudou de escola. No entanto, esta saída da turma aconteceu previamente à realização da minha investigação. Adicionalmente, esta turma enquadrava-se no Projeto Bilingue, um projeto a nível nacional que visa promover a aprendizagem da língua inglesa integrada em disciplinas não linguísticas. Nas disciplinas abrangidas, as aulas eram lecionadas em inglês em cerca de um terço a metade da totalidade de aulas previstas. Note-se que esta parceria com o inglês não era abrangida nas aulas de Matemática. Para além disso, um dos alunos tinha um nível de autismo baixo e gaguez, sendo que, a pedido dos pais, este não era abrangido por nenhuma medida de Educação Especial, visto que os seus resultados escolares estavam acima da média da turma.

Quanto ao comportamento desta turma, nunca existiram razões de queixa. Eram alunos empenhados dentro e fora da sala de aula, e respeitosos uns para com os outros. Apesar de existir uma baixa heterogeneidade relativamente aos ritmos de aprendizagem dos elementos da turma, era particularmente comum, quando em trabalho a pares ou em grupos, que os alunos com um melhor desempenho ajudassem aqueles que necessitassem de uma maior ajuda na sua aprendizagem.

Embora a minha PES tenha abrangido três turmas do 9.º ano de escolaridade e uma do 8.º ano, optei por realizar esta intervenção pedagógica em estudo em apenas uma das turmas de 9.º ano. As razões que motivaram esta escolha serão detalhadamente exploradas no capítulo seguinte.

Esta intervenção pedagógica teve como base curricular o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos alunos, assumindo-a como estreitamente associada à capacidade de exprimir essa resolução (por escrito). Esta capacidade de resolver-e-exprimir, cuja importância foi destacada no enquadramento teórico, encontra-se igualmente destacada nos principais documentos orientadores do currículo atualmente em vigor, isto é, no *Perfil do aluno à saída da escolaridade obrigatória* (Martins et al., 2017) e nas *Aprendizagens essenciais de Matemática* (ME, 2018), nomeadamente para o ensino básico.

Devo salientar que, tal como já referi anteriormente, a minha intervenção pedagógica não surge com a ideia da criação dos “10 minutos a pensar e a comunicar”. Aliás, esta atividade surge enquadrada como aprendizagem em novo contexto, prevista no plano anual de atividades para o ano letivo de 2021/2022 do agrupamento de escolas no qual

se insere a escola onde estagiei. Apesar da novidade da sua aplicação ter sido prevista para os 1.º e 2.º períodos, previamente à minha integração na escola enquanto professor estagiário, foi decidido, nos conselhos de turma de cada uma das turmas da orientadora cooperante, que a sua calendarização seria ao longo do ano letivo.

Em relação ao desenvolvimento desta atividade na sala de aula, a orientadora cooperante, novamente num momento anterior à minha chegada à escola (que apenas ocorreu no final de setembro, pois foi nessa altura que me consegui matricular no mestrado e inscrever em IPP), iniciou-a com a apresentação de um problema no início de cada aula. Os problemas utilizados eram retirados do concurso Canguru Matemático¹, e a sua utilização tinha como objetivo inicial criar um momento de reflexão por parte de todos os elementos da turma, após o qual seria discutida a resolução do problema em grupo turma.

No entanto, o momento dos “10 minutos a pensar e a comunicar” não se manteve estático no tempo, isto é, com o propósito de proporcionar uma melhor experiência de aprendizagem para os alunos, foi sofrendo modificações. A primeira modificação surge um mês depois do início das aulas com a decisão de que, em diversos destes momentos, a resolução do problema seria realizada numa folha com o enunciado, ao contrário da prática habitual em que o enunciado era projetado na parede. A folha fornecida tinha espaço para os alunos escreverem a sua resolução. A estes problemas chamámos problemas de avaliação formativa porque se pretendeu analisar e compreender as dificuldades dos alunos, intervindo atempadamente sobre elas. Para além disso, a realização de tarefas de avaliação formativa era algo a que os alunos estavam acostumados.

Pouco tempo depois, começámos a solicitar aos alunos que viessem para a frente do quadro ao lado do qual estava a ser projeto o enunciado do problema do dia para explicarem as suas respostas. A par disto, com o objetivo de que todos os alunos tivessem a oportunidade de intervir oralmente com a sua resolução, também se iniciou um registo de participação. É neste contexto que surge a ideia de, ao longo do segundo período, investigar a realização destes problemas de avaliação formativa no momento dos “10 minutos a pensar e a comunicar”.

A ideia da realização destas tarefas em duas fases surge enquanto ideia original em função desta intervenção pedagógica. Neste caso, para além de facultar um feedback

¹ O site do concurso do Canguru Matemático, <https://www.mat.uc.pt/canguru/>, foi divulgado aos alunos.

escrito que permitisse aos alunos melhorarem as suas produções na segunda fase de resolução dos problemas, decidi disponibilizar feedback oral a quem o solicitasse durante a realização das segundas fases de resolução dos problemas.

A intervenção pedagógica iniciou-se a 11 de janeiro de 2022 com a resolução da primeira fase do primeiro problema (Anexo 1). Este primeiro problema foi, na verdade, o terceiro problema de uma série de problemas escolhidos para proporcionar aos alunos experiências de avaliação formativa. No entanto, os dois primeiros problemas de avaliação formativa foram aplicados no primeiro período de aulas e, portanto, fora do alcance deste trabalho. Por uma questão de simplicidade, chamarei problema 1, ou primeiro problema, ao Problema 3 (Avaliação Formativa), assim como problema 2 (Anexo 2), ou segundo problema, ao Problema 4 (Avaliação Formativa), e problema 3 (Anexo 3), ou terceiro problema, ao Problema 5 (Avaliação Formativa). Note-se que, devido à natureza formativa desta intervenção, não existe nenhum espaço dedicado a uma classificação no cabeçalho dos respetivos problemas.

Foi elaborado um panfleto (Anexo 4), em formato de *flyer*, cujo objetivo foi ajudar os alunos a compreenderem as quatro diferentes etapas existentes na resolução de um problema, de acordo com Polya (como referido no capítulo anterior). A sua elaboração, em colaboração com a minha orientadora cooperante e com o meu colega de estágio baseou-se nos mesmo critérios. Os alunos tinham possibilidade de consulta deste documento durante a resolução de problemas, quer no momento dos "10 minutos a pensar e a comunicar", quer na realização de qualquer outra tarefa de natureza problemática. Os alunos tiveram acesso a este documento durante o primeiro período de aulas.

Quanto às escolhas dos problemas, vou, desde já, esclarecer os critérios que utilizei. Realço que os critérios usados presidiram à escolha dos problemas ao longo da totalidade do momento "10 minutos a pensar e a comunicar" e não só relativamente ao espaço temporal deste momento sobre o qual elaborei o meu Relatório de Estágio. Por isso, neste capítulo, detenho-me na escolha dos três problemas em que se baseou a realização do estudo que conduziu à elaboração deste Relatório de Estágio.

Em primeiro lugar, cada um dos problemas abordaria um tema/tópico matemático diferente que não dependesse do conhecimento de conceitos e procedimentos, ou seja, foram selecionados problemas que privilegiassem o raciocínio matemático e a sua explicação: o primeiro problema aborda uma situação de contagem, o segundo problema leva o aluno a enfrentar um desafio de lógica, e o terceiro problema enuncia

uma situação geométrica. Relativamente às explicações e aos métodos de resolução, foi tida em conta a possibilidade de resoluções variadas em cada um dos problemas, e que cada uma dessas resoluções pudesse ser exposta de diversas maneiras. Por exemplo, um aluno poderia resolver um problema de lógica por um processo de tentativa erro, e expor o seu raciocínio através do uso de tabelas, como poderia resolver o mesmo problema através de pensamento lógico e descrever todo o seu raciocínio por palavras. Ou seja, a estratégia seguida poderia ser explicada usando diversas representações.

Para além disso, em conformidade com os enunciados dos problemas anteriores, decidi acrescentar as últimas duas frases do enunciado de cada problema, que solicitam ao aluno, explicitamente, que explique como chegou à sua resposta e sugere algumas ferramentas a utilizar na explicação. Por fim, de modo a tentar combater, desde logo, a dificuldade de interpretação de enunciados que a literatura revista apontou, utilizei enunciados em que a sua interpretação não fosse fator de dificuldade. Por exemplo, ao selecionar um problema, se achasse que o enunciado não estava de acordo com este critério, adaptava-o de modo que a interpretação do problema não constituísse uma dificuldade anunciada à resolução desse problema.

Relativamente à escolha do primeiro problema, consultei as provas de categoria Júnior do arquivo de provas das Olimpíadas Portuguesas de Matemática (OPM)², pois, apesar desta categoria se destinar a alunos de 6.º e 7.º anos de escolaridade, é necessário compreender que, tal como consta da página web das OPM³, “um dos objetivos do concurso é a deteção precoce de vocações científicas e, em particular, para a Matemática”. De facto, foi necessário proceder à adaptação dos problemas da categoria Júnior para esta intervenção pedagógica, pois a ideia era que os problemas se revelassem como desafios adequados a qualquer aluno da turma, independentemente do seu desempenho ou talento especial para a Matemática. Aliás, a minha decisão de utilizar um problema das OPM deve-se ao facto de que estas “não têm como objetivo fundamental testar a quantidade de conhecimentos acumulados”³, isto é, pretendem, tal como os problemas deste projeto, que a resolução de problema dependa principalmente do raciocínio do aluno.

O problema escolhido, um problema de contagem, foi o 1.(b) da 2.ª Eliminatória da XXXIX edição das OPM. De modo a adequar a dificuldade do problema aos propósitos dos “10 minutos a pensar e a comunicar”, decidi remover as opções de escolha múltipla

² Consultável em <https://olimpiadas.spm.pt/index.php?id=75>

³ Consultável em <https://olimpiadas.spm.pt/index.php?id=64>

que o problema original fornecia e substituí-las por “Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos” (Figura 2).

(b) Um número de dois algarismos chama-se <i>magô</i> se tiver um algarismo par e outro ímpar. Por exemplo, 50 é um número <i>magô</i> . Quantos números <i>magos</i> existem?				
A) 25	B) 35	C) 36	D) 40	E) 45
1. Um número de dois algarismos chama-se <i>magô</i> se tiver um algarismo par e outro ímpar. Por exemplo, 50 é um número <i>magô</i> . Quantos números <i>magos</i> existem?				
Explica como chegaste à tua resposta.				
Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.				

Figura 2 – Adaptação do primeiro problema: original (acima) e adaptado (abaixo)

Note-se que, ao apresentar as opções referidas, o aluno era condicionado a considerar apenas os números de dois algarismos positivos e sem casas decimais. Devo admitir que, quando apliquei este problema, estava consciente da possibilidade de os alunos considerarem a existência de números negativos, e a decisão de não modificar o enunciado com base nesta informação foi deliberada, considerando um desafio extra escondido no próprio enunciado, ou seja, apesar de considerar a resposta sugerida, 45, uma resposta perfeitamente correta, se devidamente explicada, também considerei a resposta 90 uma resposta correta.

Um outro aspeto considerado na escolha deste primeiro problema, tal como referi anteriormente, foi a possibilidade de existirem diferentes métodos de chegar à resposta. Os métodos de resolução identificados previamente foram métodos de enumeração, ou seja, exaustivos, e métodos de identificação de padrões na contagem ou formação dos números em consideração.

Para a segunda fase da resolução do primeiro problema, a 18 de janeiro, tomei, essencialmente, duas posições distintas, dependendo da produção escrita em consideração. Caso o aluno ainda não tivesse conseguido chegar à resposta, ou explicar devidamente o seu raciocínio, a sua resolução era devolvida com um feedback escrito com o objetivo de ajudar o aluno a alcançar os objetivos referidos. Caso o aluno apresentasse uma resposta considerada correta e completa, este era remetido para um desafio extra. Este desafio extra foi escrito à mão no verso das folhas de resposta (Anexo 5). O desafio extra em questão, de dificuldade acrescida, consistia em, para além dos números que o aluno já tivesse descoberto, considerar os números de dois algarismos com casas decimais. Note-se que esta condição, apesar de ser possível tê-la em conta de acordo com o primeiro enunciado, apenas foi considerada após a aplicação da primeira fase deste problema.

Relativamente à escolha do segundo problema, consulte os problemas utilizados nos campeonatos de resolução de problemas de matemática SUB12 & SUB14 (SUBs), organizados pela Universidade do Algarve⁴. Estes problemas são escolhidos pela organização destes campeonatos precisamente tendo em conta o critério que eu tinha estabelecido de não estarem relacionados com nenhum tópico curricular específico. Tendo isto em conta, o problema escolhido, aplicado a 24 de janeiro, foi o problema 6 da categoria SUB12 da edição de 2009/2010, um problema de lógica. Note-se que a categoria escolhida se destinava a alunos do 5.º e 6.º anos de escolaridade, digamos que em igualdade de circunstâncias. No entanto, dadas as condições do concurso, isto é, que os alunos dispunham de duas semanas para resolver o problema e entregar uma resolução, em contraste com os 10 minutos em sala de aula destinados à sua resolução, considerei que a diferença do tempo disponível para a resolução e a necessidade de apresentar uma explicação tornavam a sua dificuldade adequada (Figura 3). A única modificação que fiz ao enunciado foi no pedido de explicação do raciocínio, que o tornei mais explícito pois no enunciado original apenas estava escrito “Tens de enviar o PROCESSO DE RESOLUÇÃO!”. De realçar ainda que este campeonato de resolução de problemas é de natureza inclusiva, ou seja, destina-se a todos os alunos independentemente do seu desempenho em Matemática pois um dos seus objetivos principais é desenvolver nos alunos o gosto pela resolução de problemas de Matemática.

1. O João, o Luís e o Mário foram de férias para Londres mas ficaram todos hospedados em hotéis diferentes. Os números dos seus quartos também eram todos diferentes.

Sabem-se os nomes dos hotéis: River, Sky e Tower. E sabem-se os números dos quartos: 228, 515 e 986.

No dia da chegada, o jovem que ficou no Sky saiu do seu quarto, que era o 986, para ir comprar uma coca-cola. Uma hora depois, telefonou ao Mário que estava a ver televisão no seu quarto, que era o 515. Depois de jantar, o Luís passou pelo hotel Tower e pediu na recepção para avisarem o cliente do quarto 228 que viesse ter consigo à entrada.

Qual é o nome do hotel e o número do quarto de cada um dos três turistas?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

Figura 3 – Adaptação do segundo problema

Quanto aos possíveis métodos de resolução, foram previamente identificadas resoluções de tentativa erro, nas quais os alunos poderiam considerar os dados do enunciado e, aleatoriamente ou sem uma relação específica com os dados do

⁴ Consultável em <https://matematica5estrelas.ualg.pt/>

enunciado, tentariam criar correspondências que estivessem de acordo com as condições delineadas, e resoluções que recorressem a raciocínio lógico, as quais podiam recorrer a tabelas, esquemas, desenhos, ou descrições.

Analogamente ao primeiro problema, na segunda fase de resolução do segundo problema, a 1 de fevereiro, os alunos que conseguiram resolver o problema e apresentar corretamente a sua explicação foram desafiados a resolver um problema extra (Anexo 6). Enquanto modificações realizadas ao enunciado original (Figura 4), para além de acrescentar a solicitação de explicação vista anteriormente, apenas sublinhei os apelidos “Justo” e “Rasteiro” no primeiro momento em que estes surgem no enunciado.

Feedback: Bom trabalho! Como desafio extra, tenta resolver o problema presente no verso da folha.
(no verso da folha)

Numa aldeia distante habitam apenas duas famílias. Numa delas, todos têm apelido Justo e fala sempre verdade. Os membros da outra família têm apelido Rasteiro e nunca falam verdade.

Quando o Pedro chegou a essa aldeia, encontrou três rapazes sentados num jardim. Perguntou a cada um deles a família a que pertencia.

- O primeiro murmurou uma palavra que não deu para perceber.
- O segundo afirmou: “Ele disse que era um Rasteiro.”
- O terceiro afirmou: “Não foi isso que ele disse. Tu estás sempre a mentir.”

A que família pertence cada uma das três pessoas? Explica como chegaste à tua resposta.

Figura 4 – Adaptação do desafio extra do segundo problema

Novamente, este feedback na forma de desafio foi escrito à mão no verso das folhas dos alunos que resolveram a primeira fase do problema 2 como descrito. Este desafio extra é igualmente um problema de lógica, mas a sua dificuldade é mais elevada, nomeadamente, por causa da ambiguidade de apelido do primeiro aldeão. Os métodos de resolução considerados foram os equivalentes aos considerados para a primeira fase de resolução do segundo problema.

Relativamente à escolha do terceiro problema, consulte o arquivo de provas do concurso Canguru Matemático⁵, escolhendo utilizar um problema de quatro pontos da categoria CADETE. Esta categoria é destinada a alunos do 9.º ano e os problemas de quatro pontos têm dificuldade intermédia. Considerando que uma prova deste concurso inclui a resolução de 30 problemas, considerei que a remoção das opções de escolha múltipla, tal como fiz em relação ao primeiro problema, tornou a dificuldade adequada aos propósitos dos “10 minutos a pensar e a comunicar”, tendo em conta os outros

⁵ Consultável em <https://www.mat.uc.pt/canguru/arquivoprovas.html>

fatores já descritos. O problema geométrico escolhido foi o 16 da prova CADETE de 2012, e foi aplicado a 15 de fevereiro aos alunos da minha turma de 9.º ano (Figura 5).

1. Cortaram-se três triângulos equiláteros geometricamente iguais a partir dos cantos de um triângulo equilátero maior com 12 cm de lado, como se pode ver na figura.
A soma dos perímetros dos três triângulos pequenos é igual ao perímetro do hexágono a cinzento.
Qual é o comprimento do lado dos triângulos mais pequenos?
Explica como chegaste à tua resposta.
Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

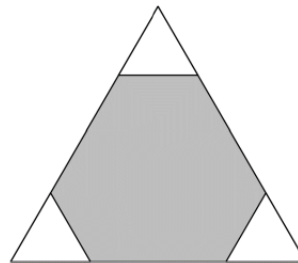


Figura 5 – Adaptação do terceiro problema

Para além das adaptações análogas às realizadas no primeiro problema, o tamanho da figura original foi ampliado de modo a facilitar a sua utilização enquanto base de um desenho ou esquema, caso os alunos achassem necessário, e o valor do lado do triângulo equilátero maior utilizado foi modificado de 6cm para 12cm, de modo a favorecer a utilização de diferentes métodos de resolução sem que os valores intermédios obtidos fossem dificultadores. Tome-se em atenção que o único conceito matemático de geometria que os alunos necessitam de saber é o de perímetro, algo com que têm vindo a trabalhar há vários anos, ou seja, não é uma novidade e não é suposto ser essa a dificuldade da tarefa.

Quanto aos possíveis métodos de resolução previsto para o terceiro problema, foram previamente identificados três métodos distintos. Em primeiro lugar, um aluno poderia, através de um método de tentativa erro, encontrar o valor pedido de acordo com as condições enunciadas. Em segundo lugar, seria possível traduzir os dados e as suas relações numa equação, ou num sistema de equações. Em terceiro lugar, haveria a hipótese de se considerar o significado geométrico de perímetro e assim relacionar o tamanho dos lados de cada polígono.

Tendo em conta a necessidade da existência de um problema de desafio extra para a segunda fase de resolução, consultei novamente o arquivo de provas do concurso Canguru Matemático, e escolhi o problema geométrico 14 (Anexo 7) da prova CADETE de 2014 (Figura 6), aplicado a 22 de fevereiro. Novamente, a única alteração que fiz foi

substituir as opções de escolha múltipla que existiam no problema original por “Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos”.

- Foram colocados 5 retângulos geometricamente iguais dentro de um quadrado de lado 24 cm, como está representado na figura. Qual é a área de cada um desses retângulos?
Explica como chegaste à tua resposta.
Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

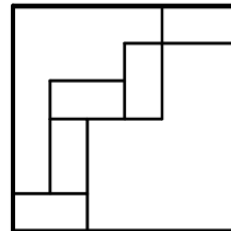


Figura 6 – Adaptação do primeiro desafio extra do terceiro problema

As razões da sua escolha equiparam-se às razões enunciadas para a escolha do problema utilizado na primeira fase, sendo que considere a existência de uma dificuldade acrescida na explicação do raciocínio possivelmente utilizado. É possível utilizar cada um dos três métodos de resolução descritos atrás, mas a existência de um maior número de polígonos dificulta a sua referência e exige um cuidado redobrado da parte do aluno de modo que a sua produção escrita seja clara. Para além disso, o enunciado deste problema foi impresso e entregue numa folha à parte, tal como aconteceu com todos os desafios extra que foram dados a certos alunos na segunda fase de resolução dos problemas.

Dada a existência de uma aluna particularmente dotada na resolução de problemas, foi selecionado um segundo problema extra (Anexo 8) relativo ao terceiro problema da intervenção pedagógica, com uma dificuldade acrescida e apropriada à dita aluna. O problema utilizado foi adaptado do vídeo *What is the area of the tilted square* de Presh Talwalkar⁶, sendo que o enunciado, escrito por mim, tenta ser o mais claro possível quanto à descrição da situação do problema (Figura 7).

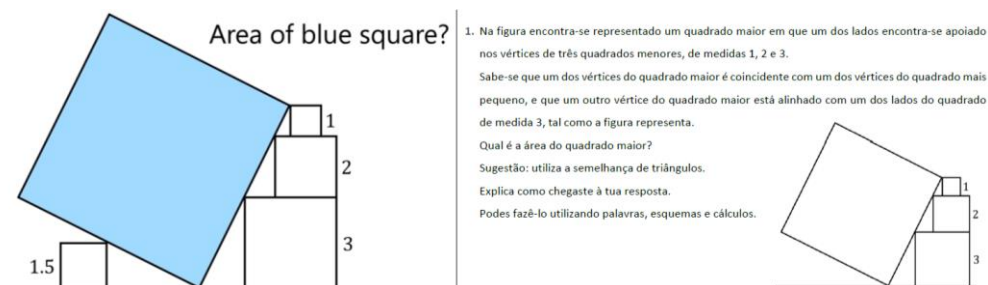


Figura 7 – Adaptação do segundo desafio extra do terceiro problema: original (à esquerda) e adaptado (à direita)

⁶ Consultável em <https://www.youtube.com/watch?v=7fZ-R7npXqw>

Para além disso, utilizei uma versão simplificada do desenho original criada pelo mesmo autor do vídeo, visto que a existência de dados não necessários (o quadrado de lado 1,5) à resolução do problema apenas criava uma dificuldade acrescida que considerei desapropriada.

Quanto ao método de resolução previsto, este requeria a utilização do Teorema de Pitágoras, um conceito matemático com o qual a aluna estava bastante familiarizada, e a semelhança de triângulos. Visto que o conhecimento deste último conceito poderia não estar fresco na memória da aluna, e que este fator não devia ser influenciador da dificuldade do problema, decidi acrescentar uma sugestão com o objetivo de relembrar a existência deste conceito e possível aplicação no problema em causa. Apesar de a aluna revelar uma grande facilidade na resolução de problemas, considerei que a sugestão terá sido apropriada, pois desde o ano de escolaridade anterior em que aprendeu sobre a semelhança de triângulos que ainda não tinha voltado a surgir a necessidade da sua utilização. Ao longo da realização de outras tarefas em aula, a aluna mostrou conseguir trabalhar facilmente com conceitos anteriores. No entanto, apesar de serem poucas as ocasiões, foi necessário por vezes relembrar a existência de alguns destes conceitos. Saliento que, em nenhum momento, foi esclarecido o conceito da semelhança de triângulos.

Devo acrescentar que, quando um aluno faltava a uma aula em que era suposto realizar alguma das fases de resolução de um problema, no âmbito dos “10 minutos a pensar e a comunicar”, dava a oportunidade a esse mesmo aluno de realizar essa fase de resolução numa aula seguinte em que estivesse presente. Visto que os alunos sabiam que as explicações do raciocínio eram parte integrante da resolução do problema, e que o feedback dado a cada aluno era personalizado de acordo com essas mesmas resoluções, o problema não era modificado para os alunos que o resolvessem nalgum outro dia que não o dia previsto para a realização da primeira ou da segunda fase.

Falando em oportunidades de resolução das diversas fases dos problemas, diversos alunos estiveram em isolamento por COVID, ou isolamento profilático, nos dias de realização de alguma das fases da resolução dos problemas. Nestes casos, o procedimento diferenciava de acordo com a fase. Caso o aluno faltasse à primeira fase da resolução de problemas, o enunciado do problema em questão era publicado no google classroom e, através da mesma plataforma, o aluno era capaz de enviar a sua resolução. Caso o aluno faltasse à segunda fase de resolução de problemas, a digitalização do documento com o feedback sobre a primeira fase era enviada por email,

através do qual o aluno era capaz de anexar uma fotografia da segunda fase da sua resolução. Se, porventura, eu soubesse de antemão que algum aluno iria faltar a uma das fases, a publicação no google classroom, ou o envio por email, eram previamente preparados.

4. Métodos e Procedimentos de Recolha de Dados

Este capítulo irá expor as decisões tomadas, e as respetivas justificações, em relação à escolha dos dados a recolher, e aos correspondentes métodos e procedimentos de recolha. Serão igualmente descritas todas as considerações em relação a questões de natureza ética que surgiram ao longo da realização desta investigação.

O presente estudo seguiu uma abordagem qualitativa, de carácter interpretativo, o que, de acordo com Vale (2004), causa uma imprevisibilidade nos resultados, chamando a atenção para os processos de “observar, registar, analisar, refletir, dialogar e repensar” (p. 175) necessários à condução de uma investigação. A intervenção pedagógica que serviu de base ao estudo realizado insere-se num ambiente de sala de aula e a recolha dos dados foi realizada nesse mesmo ambiente. As situações analisadas ocorreram no decurso do normal funcionamento das aulas, de modo natural. Tendo as questões de investigação como eixo orientador de toda a investigação, os dados recolhidos foram interpretados por mim, que desempenhei o duplo papel de professor e investigador e fui o principal instrumento de recolha de dados, à luz da literatura revista e do enquadramento teórico feito no segundo capítulo deste trabalho. Por conseguinte, tratou-se de um trabalho de investigação de natureza qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994).

A primeira grande tomada de decisão, a da escolha da turma cujos dados recolheria, requer uma explicação prolongada. Apesar de estar a acompanhar uma turma de 8.º ano e três turmas de 9.º ano na minha PES, a intervenção pedagógica em que se baseia este Relatório de Estágio apenas apresenta o trabalho realizado numa turma de 9.º ano.

Inicialmente, o projeto de investigação traçado tinha como possibilidade de objeto de estudo os dados recolhidos de qualquer turma de 9.º ano que acompanhei. O plano inicial foi definido da seguinte maneira: em primeiro lugar, os alunos realizariam um problema em duas fases até totalizarem três problemas resolvidos, sendo todas as produções escritas recolhidas e digitalizadas após cada fase; em segundo lugar, existiria uma análise prévia dos dados através da qual escolheria a turma em que me iria centrar para efeitos da elaboração deste Relatório de Estágio; em terceiro lugar, após a seleção da turma, também selecionaria um pequeno conjunto de alunos para entrevistar, com o objetivo de analisar mais detalhadamente as produções escritas desses mesmos alunos

e recolher dados mais focados que me permitissem responder às questões de investigação.

Após uma redefinição dos objetivos do meu projeto de investigação, tendo em conta o feedback dado pelo professor assim como as produções escritas dos alunos, surgiu a necessidade de planear a recolha de dados relativa ao feedback oral que fosse dado ao longo dos momentos de aula em que os alunos estivessem a realizar a segunda fase de resolução dos problemas. Como é óbvio, para a realização de tais gravações é necessário requerer autorização dos encarregados de educação. Depois de um cuidadoso trabalho realizado com as minhas orientadoras (da FCUP e da escola cooperante), elaborei um documento com o consentimento informado para as gravações áudio (Anexo 9). Uma das preocupações transmitidas pela orientadora cooperante foi a de, quando possível, e quando não afetasse negativamente a experiência de aprendizagem dos alunos, tentar poupar na utilização do papel. Por essa razão o Anexo 9 apresenta, numa folha A4, duas solicitações de autorização lado a lado, que, quando impressas, foram recortadas e distribuídas como um documento de tamanho A5. Por essa razão também os enunciados dos problemas dos “10 minutos a pensar e a comunicar” eram projetados na parede da sala e não distribuídos em papel.

Quanto à solicitação da autorização de gravação áudio, teve-se especial cuidado com a enunciação dos três princípios considerados fundamentais para a realização desta recolha de dados: a não implicação da participação do aluno na sua avaliação à disciplina de Matemática, a garantia do anonimato do participante e da confidencialidade dos dados, e a voluntariedade dessa participação. Tal como Piper e Simens (2005) afirmam, “os entrevistados ou observados devem dar a sua permissão em total conhecimento do propósito da investigação e das consequências da sua participação. Frequentemente, um consentimento informado na forma escrita tem de ser assinado por aqueles que pretendem participar” (p. 56). Deveras, nenhum aluno manifestou indisponibilidade ou desagrado por participar no estudo, pelo contrário. No entanto, neste caso, dada a idade inferior a 18 anos de todos participantes, a assinatura da autorização escrita foi requerida aos encarregados de educação de cada aluno. Para além disso, em função de promover o conhecimento dos objetivos da investigação, e de garantir a integridade dos parâmetros sobre os quais seria realizada a investigação, foi fornecido o contacto de email da minha orientadora da FCUP, e salientada a ligação entre este projeto e a FCUP.

Como se pode verificar ao consultar o Anexo 9, o consentimento informado ficou finalizado a 11 de janeiro de 2022. Neste mesmo dia, para além de uma detalhada explicação da finalidade do documento que estavam a receber e de um realce da importância da devolução das autorizações devidamente preenchidas, os alunos de cada turma de 9.º ano também realizaram a primeira fase do primeiro problema, tal como referi no capítulo anterior. Note-se que o feedback oral apenas seria registado em áudio na realização da segunda fase de cada problema, pelo que a autorização parental que estava a ser solicitada não se aplicava à primeira fase da resolução de problemas dos “10 minutos a pensar e a comunicar”.

Uma semana depois, no dia 18 de fevereiro, foi realizada a segunda fase do primeiro problema em todas as turmas referidas. Por essa altura, quase todos os alunos de uma das turmas de 9.º ano já tinham entregado as autorizações devidamente preenchidas, ou seja, pude recolher os dados relativos ao feedback oral de todos os alunos dessa turma que o solicitaram, visto que ninguém a quem a respetiva autorização faltasse entregar solicitou feedback oral. Nas outras duas turmas de 9.º ano, aproximadamente apenas um terço dos alunos tinha entregado as suas autorizações, ou seja, nessas turmas, a recolha dos dados, sobretudo envolvendo gravações áudio, teve de ser bastante cuidadosa. Por volta da segunda fase de resolução do segundo problema, o número de alunos destas duas turmas apenas tinha duplicado, com diversas autorizações preenchidas indevidamente, enquanto na turma de 9.º ano mencionada primeiramente todos os alunos tinham entregado as autorizações solicitadas. Por uma questão de possibilidade de recolha de dados com o mínimo de complicações, e devido à turma de 9.º ano em questão ter o maior número de alunos, escolhi essa mesma turma para acompanhar ao longo da minha investigação e para centrar a recolha de dados.

Note-se que apesar da seleção de uma só turma para a elaboração deste Relatório de Estágio, todas as turmas de 9.º ano que acompanhei realizaram ambas as fases de todos os problemas, visto que a realização deste tipo de tarefas foi sempre considerada como benéfica para qualquer aluno independentemente da turma e independentemente do meu trabalho de investigação subjacente a este Relatório de Estágio. Naturalmente, também recolhi os dados relativos às produções escritas dessas turmas, os quais não serão contemplados neste trabalho. Um outro motivo para apenas ter trabalhado com uma turma tendo em vista a elaboração deste Relatório de Estágio diz respeito à exequibilidade do trabalho. Recolher dados de forma sistemática em todas as turmas

que acompanhava na minha PES não seria exequível no tempo disponível e iria muito além do escopo de um trabalho desta natureza.

Dada a natureza escrita dos dados a serem recolhidos provenientes das resoluções dos alunos aos problemas propostos nos “10 minutos a pensar e a comunicar”, optei por digitalizar todas as produções escritas dos alunos. Nos casos em que os alunos participaram à distância, foram recolhidas as fotografias das suas resoluções. Uma vez recolhidas, estas resoluções foram impressas e o feedback escrito foi facultado aos alunos nessas mesmas impressões, com o objetivo de facilitar tanto a escrita de um feedback, como a devolução desse feedback ao aluno. Esta escolha teve como implicação a digitalização das impressões das fotografias comentadas.

Como referi, durante a segunda fase de resolução dos problemas, em que os alunos beneficiavam de feedback escrito para melhorarem as suas resoluções (entendidas como resoluções corretas acompanhadas de explicações claras e completas dos raciocínios seguidos), eles podiam solicitar feedback oral ao professor. A forma de registar essas interações teria de ser através de gravações áudio. Apesar de os alunos estarem habituados a uma recolha de produções escritas, a recolha de dados em formato áudio era algo estranho. Contudo, de forma a minimizar a influência eventualmente negativa de instrumentos de gravação, as gravações áudio que ocorreram nos momentos de interação com os alunos durante a resolução de problemas na segunda fase (feedback oral) foram realizadas com recurso ao telemóvel, um objeto cuja utilização na sala de aula é habitual, tanto por parte dos professores, como por parte dos alunos.

Por fim, com base nos resultados prévios obtidos através da recolha de dados descrita até ao momento, foram selecionados seis alunos a quem realizei uma entrevista individual semiestruturada. Todas as entrevistas foram realizadas de modo presencial, tiveram uma duração média de 18 minutos, e foram registadas em áudio com recurso ao telemóvel (pelos mesmos motivos expressos para o uso deste recurso para a gravação das interações orais em sala de aula).

Em primeiro lugar, a relevância da realização destas entrevistas surgiu, como mencionei anteriormente, da necessidade de recolher dados que possibilitassem e auxiliassem a análise detalhada das produções escritas e dos feedbacks mencionados anteriormente. Aliás, todos os tópicos abrangidos pelas questões de investigação definidas foram contemplados, com o auxílio de um guião (Anexo 10) “onde se define e regista, numa ordem lógica para o entrevistador, o essencial do que se pretende obter” (Amado, 2014,

p. 208), de modo que esse essencial fosse abordado em cada uma das entrevistas, visto que “o entrevistador deve apresentar-se como alguém que pretende aprender” (p. 221). Chamo a atenção para a organização do guião em duas colunas, sendo a coluna da esquerda orientadora da relevância e organização das questões planeadas e das questões que surgissem durante a entrevista, e a coluna da direita uma listagem das questões essenciais a serem colocadas, redigidas de modo que a ordem da sua colocação fosse flexível em relação ao decorrer da entrevista. As palavras-chave orientadoras de cada questão foram colocadas a negrito, com uma estruturação que orientasse a conversa para os objetivos do estudo, mas que não condicionasse o decorrer da entrevista.

Em segundo lugar, a escolha dos alunos a serem entrevistados foi feita de acordo com a possibilidade de dar resposta às questões de investigação formuladas para este estudo. Tomei por base as produções escritas de cada aluno, procurando que as produções dos alunos a selecionar para a entrevista espelhassem variedade nos aspetos da resolução dos problemas e da expressão do raciocínio seguido. Assim, evitei selecionar alunos cujas produções expusessem muitas semelhanças com as produções de outros alunos já selecionados, mas que fossem “adequada[s] aos objetivos da pesquisa” (Carmo & Ferreira, 2008, p. 150). Para além disso, as classificações obtidas à disciplina de Matemática por parte dos alunos selecionados também foram consideradas, procurando que fossem variadas.

Em terceiro lugar, os alunos selecionados foram convidados para a realização destas entrevistas, sendo-lhes previamente explicados os motivos do convite, “mostrando o valor acrescentado que as suas respostas podem trazer à investigação em curso” (Carmo & Ferreira, 2008, p. 151). Com muito ânimo, os alunos aceitaram o convite, e as datas e horário de realização das entrevistas foram combinados de modo que a presença dos alunos na escola não dependesse de realizarem a entrevista. Inicialmente, era suposto que duas entrevistas ocorressem a 26 de maio de 2022; todavia, a impossibilidade de, no dia anterior, um feriado, relembrar os alunos que as entrevistas iriam decorrer conforme planeado resultou na falta de comparência dos alunos. Felizmente, foi possível combinar com facilidade uma nova data para a realização das entrevistas a esses mesmos alunos. Assim sendo, duas entrevistas foram realizadas a 29 de abril, três entrevistas a 3 de maio, e a última entrevista a 6 de maio. Por questões de conveniência para os alunos e de privacidade, as entrevistas foram realizadas no gabinete de matemática da escola. Saliento que a privacidade, derivada da garantia do

anonimato da participação dos alunos e da confidencialidade dos dados, foi uma questão à qual foi sempre dada a devida importância. Consequentemente, todos os nomes de alunos referidos ao longo deste trabalho serão pseudónimos.

Por fim, apenas quatro das seis entrevistas realizadas foram selecionadas para serem tidas em conta na análise dos dados da investigação relatada neste Relatório de Estágio por uma questão de exequibilidade, assim como dos objetivos de um documento desta natureza. Os alunos selecionados para a entrevista, para além de refletirem uma variedade de desempenhos na disciplina de Matemática, mostraram diferentes desempenhos e dificuldades, tanto ao nível da resolução dos problemas dos "10 minutos a pensar e a comunicar", como ao nível da expressão do seu raciocínio.

5. Apresentação e Discussão dos Resultados

Ao longo deste capítulo, os resultados desta investigação serão apresentados e discutidos de acordo com os objetivos deste trabalho, sendo que a análise realizada teve por base os aspetos discutidos no capítulo do Enquadramento Teórico. De forma a apresentar os resultados obtidos, em função das questões de investigação formuladas, este capítulo está dividido em dois subcapítulos: i) *Resultados globais da turma*, no qual todas as produções escritas são analisadas enquanto parte de um grupo e através das quais se pretende interpretar os resultados olhando para o global da turma; e ii) *O percurso de quatro alunos*, no qual são abordadas as mesmas questões, desta vez focando a análise em aspetos mais pormenorizados evidenciados pelos alunos que foram selecionados para serem entrevistados. Este segundo subcapítulo divide-se ainda em secções, cada uma correspondente a cada um dos quatro alunos selecionados.

Note-se que irei utilizar uma referência às gravações áudio estruturada da seguinte forma: (momento de gravação áudio, emissor, data). Os momentos de gravação áudio serão as entrevistas ou as aulas, enquanto que os emissores poderão ser qualquer um dos alunos entrevistados, ou eu próprio.

5.1. Resultados globais da turma

Inevitavelmente, a análise das produções escritas de toda a turma iniciou-se a partir do momento em que a primeira recolha de dados se realizou no dia 11 de janeiro. Dada a sua importância para este trabalho, e o facto de ter sido uma das primeiras tarefas preparada a solo na sua totalidade, existia uma ansiedade positiva por aceder aos primeiros resultados desta investigação.

5.1.1. Primeiro problema

No que diz respeito à realização do primeiro problema, todos os alunos participaram na primeira fase de resolução; no entanto, a segunda fase não foi realizada por dois alunos que, tendo contraído Covid-19 e consequentemente cumprido isolamento, não puderam estar presentes. Apesar de ter sido dada a possibilidade de assistirem às aulas abrangidas por esta intervenção pedagógica, tal não foi possível devido ao mal-estar

causado pelos sintomas. As produções escritas destes dois alunos, apesar de mostrarem uma boa compreensão do enunciado, não apresentavam explicações suficientes para uma clara leitura dos elementos dos esquemas que utilizaram na sua resolução. Como pode ver-se na Figura 8, consegue-se perceber que o aluno A resolveu o problema recorrendo a uma estratégia de procura de um padrão; porém, a expressão do seu pensamento no processo de resolução do problema foi muito pobre.

1. Um número de dois algarismos chama-se *magô* se tiver um algarismo par e outro ímpar. Por exemplo, 50 é um número *magô*. Quantos números *magô* existem? Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

Lembra-te de dar uma resposta à pergunta.

Os números *magô* são todos os números pares, com dois algarismos e a começar do número "12", como mais todos os números que têm dois algarismos, cujo o algarismo inicial é o 2, são: 2, 4, 6 e 8.

Exemplo 1): 12 ✓ → "1" é ímpar, e "2" é par. *é a acabar o número*
 14 ✗ → o número "1" é ímpar
 8 ✗ →
 10 ✗ →

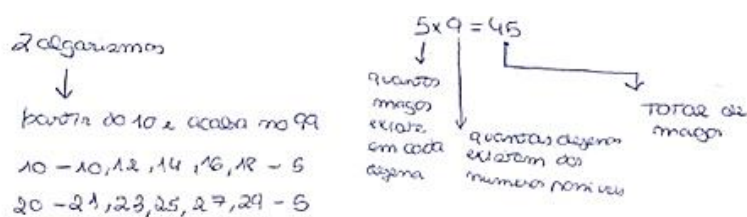
Lembra que 12 é o menor número magô?

Os números *magô* são todos os números pares entre 12 e 18, como mais os números de dois algarismos, que se forem pares não, começam em 3, 5, 7 e 9, e se forem ímpares, são os que começam por 2, 4, 6 e 8.

Exemplo 2): 12/14/16/18 ✓ *Exemplo 3):* 32/54/76/98 ✓ *Lembra que 0 é um algarismo par.*
 12/10/18/16 ✗
 21/43/65/97 ✓
 22/77/99/102 ✗

Figura 8 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluno A)

Relativamente às produções escritas de todos os outros alunos da turma que realizaram as duas fases de resolução, num total de 24, verificou-se que 11 apresentaram respostas cuja correção e completude na primeira fase de resolução lhes possibilitaram a realização do desafio extra do primeiro problema. Por exemplo, nas figuras 9 e 10, podemos observar duas dessas resoluções, em que fica evidente a escolha adequada de uma estratégia de resolução, a indicação da resposta correta ao problema e a expressão clara e completa da forma como os alunos pensaram.



Primeiro fui calcular quantos números podia haver com 2 algarismos, e apenas do 10 ao 99. De seguida fui ver em cada dezena quantos magos tinha e o resultado era 5, então calculei quantas dezenas havia até ao 99 e eram nove então multipliquei a quantidade de magos em cada dezena por quantas dezenas existem (5×9) e deu-me 45.

Bom trabalho, !

Como desafio extra, tenta resolver o problema presente no verso da folha.

12: Existem 45 números magos.

Figura 9 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluna I)

(com 2 algarismos: desde o 10 até ao 99)

10	01	31	41	51	61	71	81	91
11	02	32	42	52	62	72	82	92
12	03	33	43	53	63	73	83	93
13	04	34	44	54	64	74	84	94
14	05	35	45	55	65	75	85	95
15	06	36	46	56	66	76	86	96
16	07	37	47	57	67	77	87	97
17	08	38	48	58	68	78	88	98
18	09	39	49	59	69	79	89	99
19	00	30	40	50	60	70	80	90

Se um número começa com 1 algarismo ímpar, o outro tem de ser par e vice-versa. Então todos os números com 2 algarismos (entre 10 e 99) e eliminei aqueles que não correspondiam porque eu tinha o 2 algarismos par ou ímpar. Porque é a conclusão que existem no total 45 números magos.

Bom trabalho, !

Como desafio extra, tenta resolver o problema presente no verso da folha.

Figura 10 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluna U)

Em contraste, dois alunos não apresentaram qualquer resposta ou início de resolução do problema.

Onze alunos demonstraram ter tido uma compreensão incorreta do enunciado (Figura 11), ou uma explicação do raciocínio insuficiente (Figura 12). A aluna Y não parece ter compreendido a situação problemática apresentada pois, através da sua enumeração,

aparenta ter encontrado um intervalo de números a considerar apropriado, mas afirma que "existem infinitos números magos"; por seu turno, apesar de a aluna M ter resolvido bem o problema, no sentido de ter encontrado a resposta correta, a forma como exprimiu o seu pensamento foi bastante limitada.

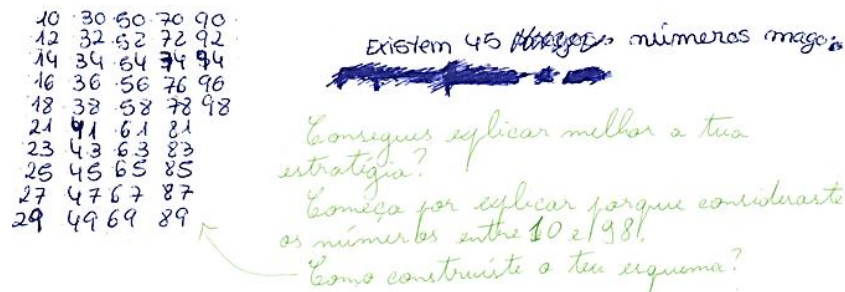


Figura 11 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluna M)

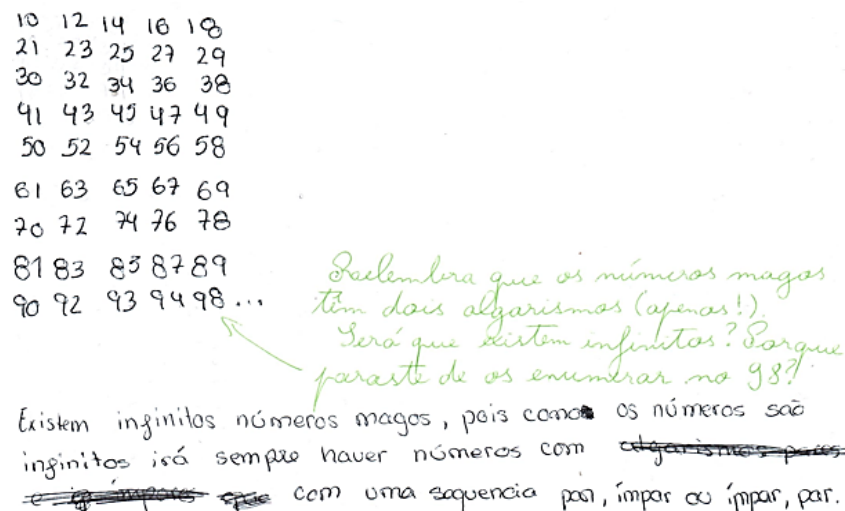


Figura 12 – Primeira fase de resolução do problema 1 (aluna Y)

Dos 11 alunos que realizaram o desafio extra na segunda fase de resolução, foram seis os alunos cujas produções escritas tiveram uma qualidade equivalente às suas primeiras produções, resolvendo-e-exprimindo corretamente o problema proposto. Por exemplo, a aluna I manteve um nível elevado de desempenho, tanto ao nível da resolução do problema, como ao nível da expressão do seu pensamento (Figura 13).

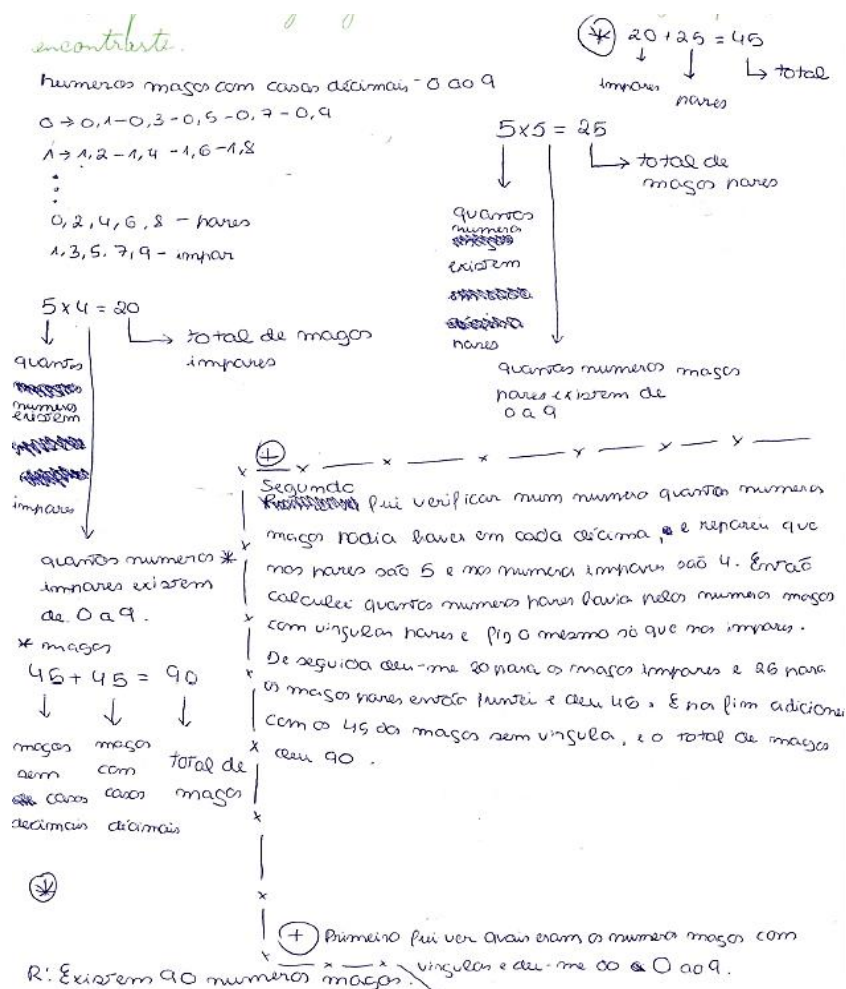


Figura 13 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluna I)

Assim, cinco dos alunos que resolveram o desafio extra na segunda fase não conseguiram demonstrar a mesma qualidade ao resolver-e-exprimir problemas quando a dificuldade aumentou. Os pormenores que faltaram às resoluções destes alunos pareceram decorrer diretamente do aumento da dificuldade para encontrar a solução do problema, isto é, não pareceram depender da compreensão do enunciado, nem da explicação do raciocínio. Na Figura 14 podemos ver um exemplo destes casos, em que, estando o pensamento do aluno expresso de forma clara e completa, a estratégia escolhida para a resolução do problema foi mal concretizada.

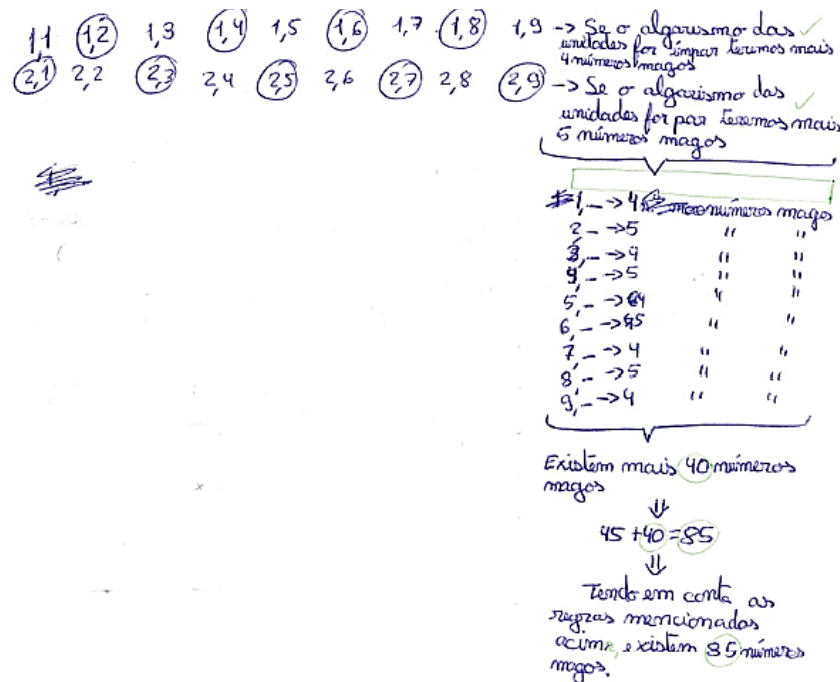


Figura 14 – Segunda fase de resolução do problema 2 (aluna R)

Aos 11 alunos que, na primeira fase de resolução, apresentaram uma resposta incompleta ou incorreta, foi fornecido um feedback escrito com o propósito de, partindo do próprio raciocínio do aluno, o levar a melhorar a sua resolução. Destes 11 alunos, foram cinco os que conseguiram melhorar significativamente as suas produções. As figuras 15 e 16 mostram, precisamente, a evolução da aluna M e da aluna Y nesta segunda fase de resolução. O feedback recebido da aluna M é possível de consultar na Figura 11. A aluna M melhorou sobretudo no aspeto da expressão do raciocínio, ao passo que a aluna Y melhorou de forma significativa a resolução do problema em si, mais ainda do que a expressão do seu pensamento.

Como têm que ter 2 algoritmos em que um dos algoritmos é par e o outro é ímpar. Primeiro fui ver qual era primeiro número com 2 algoritmos, ou seja, 10, no que o 1 é ímpar e o 0 é par, logo o 10 seria um mago. ✓

Não escolhi nenhum número abaixo de 10 porque do 10 para baixo os números têm os 2 algoritmos. ✓

Não escolhi nenhum número acima dos 99 porque o 99 é ímpar, ímpar, logo não seria um mago e não poderia ser acima dos 99 porque já têm 3 algoritmos. ✓

Figura 15 – Segunda fase resolução do problema 1 (aluna M)

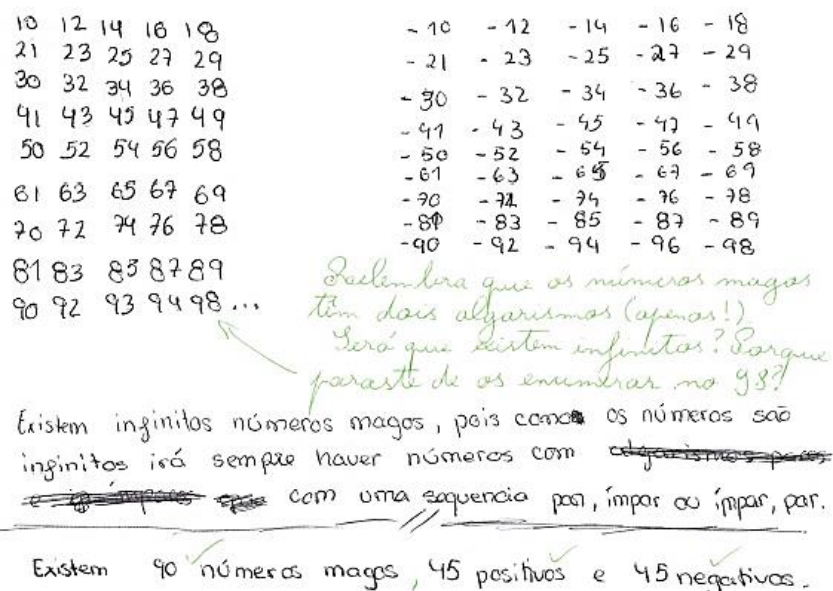


Figura 16 – Segunda fase resolução do problema 1 (aluna Y)

Três alunos receberam feedback à resolução elaborada na primeira fase, mas, na segunda fase, apresentaram diferenças de resolução pouco ou nada significativas para a sua melhoria. Por exemplo, o aluno B apenas riscou um dos erros detetados (números riscados no canto superior esquerdo) e acrescentou a explicação por baixo das questões do feedback, não conseguindo compreender a inadequação da sua estratégia em relação à problemática (Figura 17).

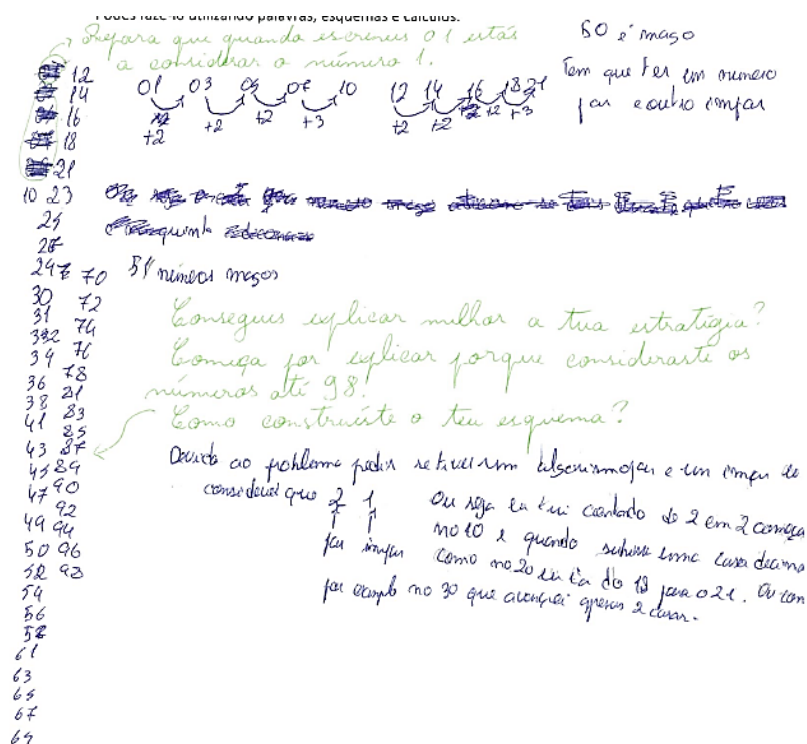


Figura 17 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluno B)

Os restantes três alunos a quem foi dado feedback à primeira produção relativa ao primeiro problema evoluíram negativamente. Estas tentativas de melhoria foram consideradas infelizes devido à sobreposição das novas tentativas de explicação em relação à resposta original, sendo que estas tentativas tiveram um efeito negativo na compreensão das produções escritas dos alunos. Como pode ver-se na Figura 18, o aluno W tentou enumerar, incorretamente, os números magos. Pela descrição que o aluno acrescenta, é possível verificar que o aluno suspeita da existência de alguma regularidade na escrita dos números. No entanto, a sua explicação, também incorreta, não vai de encontro aos números apresentados na sua enumeração.

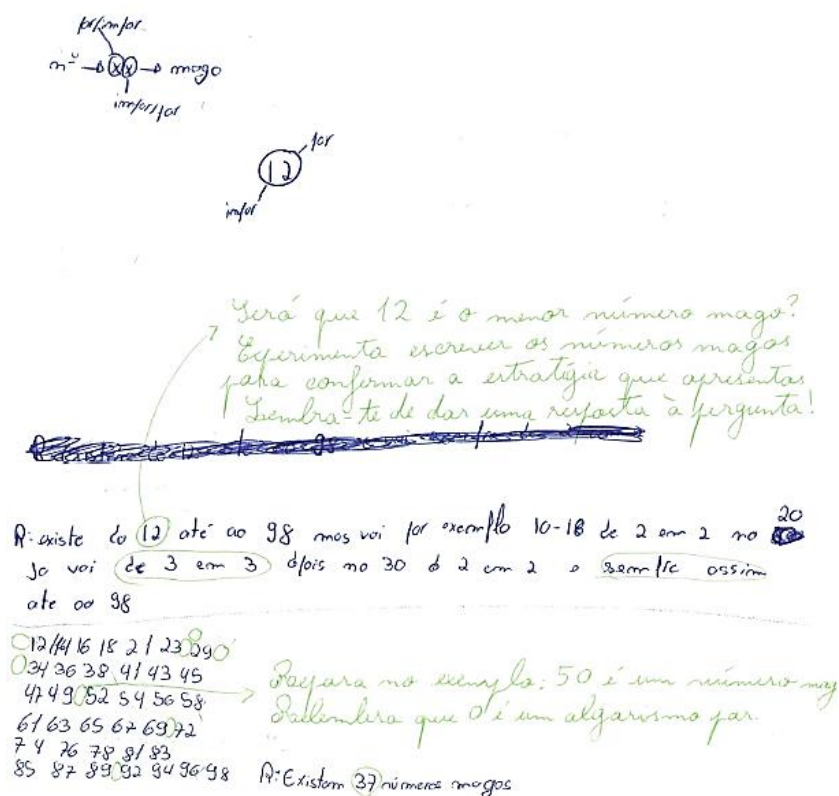


Figura 18 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluno W)

O feedback escrito dado a estes alunos foi elaborado maioritariamente na forma interrogativa (ver exemplo na Figura 17), sendo que, nas resoluções dos alunos que demonstraram maiores dificuldades, senti a necessidade de complementar as questões colocadas no feedback com sugestões de releitura do enunciado. Nos casos em que pretendi chamar a atenção para frases específicas, estas foram destacadas, tipicamente sublinhadas. Por vezes, para além de fornecer dicas sobre como progredir com as resoluções, o feedback contemplou alguma frase ou questão que levasse o aluno a refletir e a melhorar a sua produção escrita na globalidade (ver exemplo na Figura 18).

A principal dificuldade que o feedback procurou combater foi a dificuldade de resolução do problema e de encontrar a solução correta, visto que a maior parte dos alunos demonstrou compreender os dados do enunciado, mas não conseguiu organizar o pensamento de modo a encontrar um método que facilitasse a contagem de todos os números solicitados. Apenas uma das alunas demonstrou não compreender os dados do enunciado ao responder que existe uma infinidade de números nas condições dadas.

Por fim, às duas alunas que deixaram a folha em branco, dei um feedback composto por um conjunto de questões e sugestões de ajuda à resolução do problema, para além de um encorajamento de solicitação de feedback oral quando se realizasse a segunda fase (Figura 19).

*Separa no exemplo: 50 é um número mágico.
Será que consegues escrever mais números mágicos?
Começa por considerar os números de dois
algarismos que conheces.*

10	50
12	54
14	56
16	58
18	60
20	62
22	64
24	66
26	68
28	70
30	72
32	74
34	76
36	78
38	80
40	82
42	84
44	86
46	88
48	90
50	92
	94
	96
	98

Primeiro comecei por encontrar o primeiro número de dois algarismos que foi o dez, e a partir daí comecei a tentar encontrar os números que tinham um algarismo par e outro ímpar até ao último número de dois algarismos

R.: Existem 45 números mágicos

Figura 19 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluna D)

Efetivamente, as alunas em questão aproveitaram a oportunidade para expor o seu ponto de vista, esclarecendo que, apesar de compreenderem o enunciado, não conseguiram avançar com a resolução devido à estranheza que o único método de resolução que encontraram lhes causou, o método de tentativa erro. Isto é, as alunas referiram que já lhes tinha surgido a ideia mencionada no feedback escrito – de começar por encontrar, mesmo que aleatoriamente, outros números mágicos, – mas que tal ideia lhes pareceu errada:

Aluna D: Eu não sei se é para, tipo... da primeira vez eu comecei a pensar os números, mas eu acho que era para fazer de uma forma mais complexa, então apaguei. Só que continuo a achar que não é para fazer assim.

Autor: Mas não consegues chegar à resposta assim?

Aluna D: Consigo.

Autor: Então, qual é o problema?

Aluna D: Mas também consigo de outra maneira, não é?

Autor: Há muitas maneiras de resolver este problema, portanto, se essa é a tua primeira reação a resolver o problema, resolve dessa maneira. É perfeitamente válido. (aula, 18/01/2022)

Ao ouvir a sua colega a falar, a aluna E intervém, referindo que o seu pensamento relativamente a esta estratégia por enumeração foi semelhante. Após um reforço oral de que é possível resolver o problema dessa maneira, ou de muitas outras maneiras, desde que a explicação seja acertada, as duas alunas apresentaram uma boa resolução (Figuras 19 e 20). Aliás, caso estas resoluções tivessem surgido na primeira fase de resolução, ter-lhe-ia proposto a resolução do respetivo desafio extra.

*Reflexão no exemplo: 50 é um número mágico.
Será que consegues escrever mais números mágicos?
Começa por considerar os números de dois algarismos que conheces.*

10 - 12, 14, 16, 18	R: Eu fiz este esquema em que mostra todos os números mágicos até 100, ou seja pus os números de dois algarismos que têm um número par e outro ímpar, desta forma sei que há 45 números mágicos.
21, 23, 25, 27, 29	
30 - 32, 34, 36, 38	
41, 43, 45, 47, 49	
50 - 52, 54, 56, 58	
61, 63, 65, 67, 69	
70 - 72, 74, 76, 78	
81, 83, 85, 87, 89	
90 - 92, 94, 96, 98	

Figura 20 – Segunda fase de resolução do problema 1 (aluna E)

5.1.2. Segundo problema

Em relação à resolução do segundo problema, foram novamente dois os alunos que não realizaram a segunda fase de resolução deste mesmo problema. Uma aluna apenas tentou a primeira fase de resolução do problema uma aula antes de ter sido realizada a devolução de todas as produções escritas corrigidas, juntamente com as respetivas observações. No entanto, o facto de esta aluna ter resolvido o segundo problema de forma assíncrona, comparativamente com a resolução dos seus colegas, não teve um efeito negativo no desempenho da aluna, nem desmotivador do seu trabalho, visto que a sua resolução abrangeu todos os pontos que considere necessários à explicação do seu raciocínio (Figura 21). Tendo em conta a sua tardia resolução, o feedback fornecido sugeriu a resolução do desafio extra em casa enquanto trabalho autónomo, oferecendo

O papel do feedback na melhoria da capacidade de resolver-e-exprimir problemas em matemática

igualmente ajuda no caso dessa tentativa de resolução não tivesse alcançado o resultado desejado.

-- Se o Luís passou pelo Hotel Toucer, ã poderia estar a ocupar esse mesmo hotel, e o hotel Sky estava a ser ocupado por outro jovem, então se ~~o hotel Sky estava a ser ocupado por outro jovem~~ que pode ser ele, porque ele visita o quarto n° 228 ao quanto n° 515 era do Mário.

João?

Ló Se o Luís passou para ocupar o quarto n° 228 ~~o hotel Sky estava a ser ocupado por outro jovem~~ ~~o hotel Sky estava a ser ocupado por outro jovem~~ (desculpam os alunos!!)

↓
 ã pode ser o Mário porque ele está no quarto n° 515

Conclusão, sabemos:

- João - Hotel River - n° 228 ✓
- Luís - Hotel Sky - n° 986 ✓
- Mário - Hotel River - n° 515 ✓

↓

-- Se o Mário estava n° 515, ã pode ser ele o jovem que Luís visita, então seu quarto é o n° 986, pois o único q estava lá a esse, o n° 228 ã pode ser também.

↓
 O quarto n° 986 pertence ao hotel Sky, então pertence ao Luís

↓

Se o hotel Sky era do Luís, (n° 986) o hotel Toucer ~~era~~ a pode ser do João (n° 228), porque o jovem q Luís visita, era do 228 e do hotel Toucer então ã poderia ser o Mário, pois ele é do n° 515, e tal como disse, o quarto n° 228 estava-se no hotel Toucer.

Ló O hotel River sobrou, então é do Mário.

R: João pertence ao hotel Toucer (n° 228), o Luís pertence ao hotel Sky (n° 986) e o Mário pertence ao hotel River (n° 515).

Figura 21 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluna T)

O outro aluno que não completou a segunda fase de resolução do segundo problema evidenciou sérias dificuldades em explicar o raciocínio (Figura 22). Apesar do feedback fornecido após a primeira fase de resolução do problema ter previsto uma segunda resolução em sala de aula, tal não aconteceu devido à falta da sua presença. Esta foi a razão da minha iniciativa de dialogar com o aluno no momento da última entrega das resoluções do segundo problema. Este diálogo só se deu por terminado após ter-me certificado que o aluno tinha compreendido o feedback que eu lhe tinha fornecido.

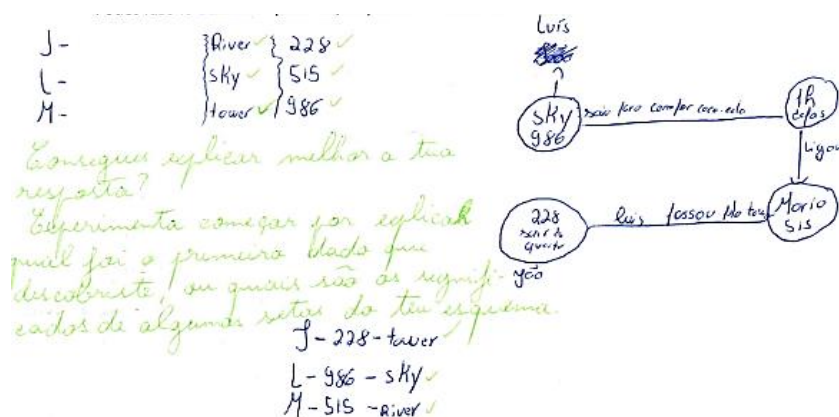


Figura 22 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluno W)

Dos restantes 24 alunos, foram sete aqueles que foram desafiados a resolver um novo problema enquanto desafio extra. Destes sete alunos, nenhum deles foi capaz de detetar a maior dificuldade deste novo problema, isto é, todos os alunos falharam em detetar a impossibilidade de descobrir a família a que pertence o primeiro aldeão. No entanto, quatro destes alunos apresentaram resoluções totalmente completas de acordo com as soluções encontradas. Na Figura 23 apresento um exemplo de uma destas resoluções.

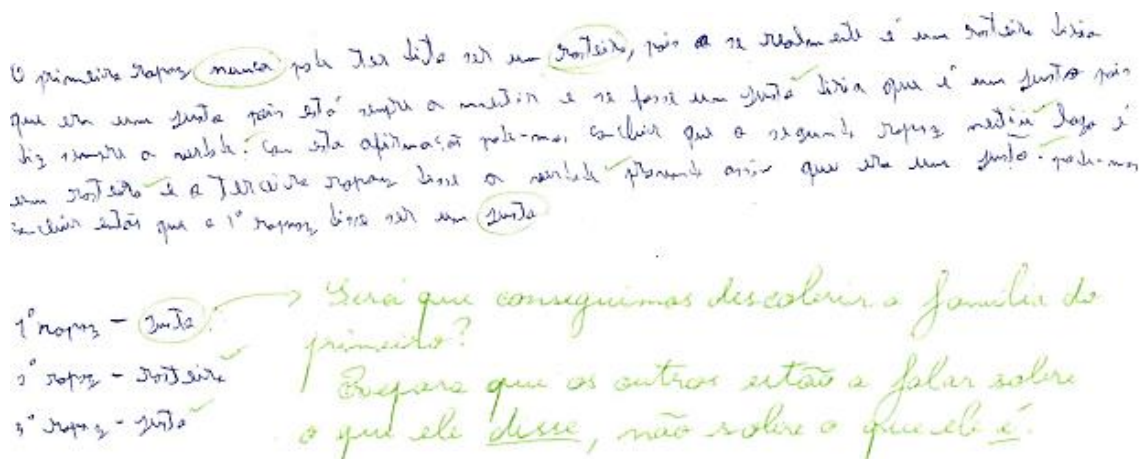


Figura 23 – Segunda fase de resolução do problema 2 (aluno G)

Consequentemente, o último feedback dado na resolução do segundo problema, a estes quatro alunos, limitou-se a questioná-los sobre a possibilidade de descobrir o apelido do primeiro aldeão, tentando que fossem confrontados com a inexistência de dados que fundamentassem as respetivas soluções propostas.

As outras três alunas revelaram que conseguiam explicar claramente o seu raciocínio. No entanto, este raciocínio não se revelou certo, visto que as implicações lógicas das condições enunciadas foram incorretamente tidas em conta. Para ajudar os alunos a compreender melhor como é que as condições lógicas podiam afetar cada um dos

passos de resolução nos quais revelaram mais dificuldade, questionei cada um deles em relação ao desenvolvimento desses mesmos passos, isolando-os do resto do enunciado de modo que a influência de cada dado fosse vista com uma maior clareza. Na Figura 24 podemos ver um exemplo de uma destas resoluções, incluindo o feedback que foi fornecido ao aluno.

O primeiro rapaz pertence à família justo, o segundo à família Rasteiro e o terceiro à família justo. Se o terceiro rapaz estiver a dizer a verdade, quer dizer que o segundo mentiu, logo ele é um Rasteiro e o primeiro rapaz e o terceiro são Justos.

*Para justificares a tua resposta, tenta descobrir o que o 1º rapaz murmurou?
Se o 1º rapaz fosse justo, o que teria murmurado?
E se fosse Rasteiro?
A partir daí tenta justificar a identidade do segundo.*

Figura 24 – Segunda fase de resolução do problema 2 (aluna C)

Esta mesma estratégia de feedback escrito foi utilizada para dar feedback a dez outros alunos que revelaram dificuldades de pensamento lógico na primeira fase de resolução do segundo problema. Naturalmente, o feedback dado a estes alunos foi planeado com a intenção de desencadear um pensamento crítico sobre as suas produções escritas, e, consequentemente, obter uma resposta ou de ser trabalhado numa segunda fase de resolução.

Em relação aos sete alunos restantes, considerei que as dificuldades reveladas estavam relacionadas com a expressão detalhada do raciocínio. Destes sete alunos, três deles apresentaram uma resolução bastante completa, mostrando dominar o pensamento lógico e ter capacidades de organização do pensamento, faltando apenas mencionar ou explicar um pormenor importante; na Figura 25 apresento um exemplo destas resoluções.

River - 515
 Sky - 986
 Tower - 228

Mário - 515 - River ✓
 Luís - 986 - Sky ✓
 João - 228 - Tower ✓

Será que é { Sabe-se que ~~o~~ o Mário ficou no River pelo facto de ser
 o único hotel que não é mencionado no problema.
 Luís ficou no Sky pelo simples facto de o River
 estar ocupado pelo Mário e ele ir ter ao hotel
 Tower para se encontrar com o hospede do
 quarto 228. ✓
 O João, por sua vez, ficou no Tower pelo simples facto
 de Luís e do João estarem nos outros hotéis, que, por
 exclusão de partes, seria o único ainda vago. ✓

Figura 25 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluna Y)

Tendo em conta as capacidades de resolução de problemas demonstradas pelos alunos, tentei que o feedback dado utilizasse pistas pouco específicas em relação ao erro cometido. Devo admitir que, nestes casos, não utilizei a interrogativa, pois considerei que frases como "tenta reler a tua explicação e verifica se referiste todos os passos que deste" e "compara os passos que referes com o esquema que fizeste" surgem com maior clareza quando na forma afirmativa.

Quanto aos quatro alunos restantes, estes revelaram dificuldades relativamente acrescidas na expressão do seu pensamento, como podemos ver na Figura 26. Deste modo, o feedback dado foi mais pormenorizado e personalizado, à semelhança do feedback dado aos alunos que revelaram dificuldades em explicar o seu raciocínio na resolução do primeiro problema, ou seja, para além de dar uma sugestão de melhoria, tive em consideração como é que o aluno poderia continuar a trabalhar na sua produção escrita para melhor exprimir a sua forma de pensar.

Sky - 986
 Tower - 228
 River - 515

Mário - River 515 ✓
 Luís - Sky - 986 ✓
 João - Tower - 228 ✓

Para não deixar que o Luís se confunda com o Mário, lembra-te de explicar porque
 excludes o Mário deste hotel.

Porque a Luís ficou no hotel Tower para encontrar o cliente do qual estava em
 outro e não o João. Fica a dúvida no texto de qual estava a verbeborrar no quarto
 515 que é o River. O que te permite concluir que estava
 no River? Parte de Luís

Figura 26 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluno B)

Tendo em conta todos os alunos que trabalharam para melhorar as suas produções escritas, existiu apenas uma aluna que não o conseguiu fazer. Aliás, considerei a

segunda resolução apresentada pior do que a primeira, visto que, apesar de a aluna tentar apresentar uma resolução mais completa, acaba por criar uma confusão que prejudicou imensamente a expressão do raciocínio. A Figura 27 mostra a primeira resolução da aluna, e a Figura 28 mostra a segunda resolução. Saliento o facto de que esta aluna esteve em isolamento durante a realização da segunda fase de resolução deste problema.

Qual é o nome do hotel e o número do quarto de cada um dos três turistas?
Explica como chegaste à tua resposta.
Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

Luís
↑
→ quarto para comprar coca-cola → "depois do jantar" Sky 986
Mário no quarto 515 falta João 228 então → Tower
↓
João
↓
River

O hotel do João tem nome Tower e número 228, porque diz que o Luís passou por esse quarto e, no entanto, o quarto do Luís é o Sky número 986 então o quarto do Mário não pode ser o 515 River.

O Luís saiu do quarto para comprar coca-cola e depois foi jantar o que indica que o nome do quarto é Sky e 986. Em seguida ao jantar, ele passou por o quarto 515 para comprar uma coca-cola, pode não ser o quarto 515, mas ele passou pelo quarto 228 e chamou o amigo, o João que o nome é Tower.

O Mário estava no quarto 515 o que tudo indica que o nome do quarto é River.

Tentei organizar melhor a tua resposta? Experimenta começar por explicar qual foi o primeiro dado que descobriste, e assim sucessivamente.

Figura 27 – Primeira fase de resolução do problema 2 (aluna P)

Correção

Sky (986) → saiu para comprar coca-cola
Mário estava a ver televisão 515
O Luís passou pelo hotel tower (228)
↓
O único menino que estava no quarto era o Mário
↓
O hotel e número do João é Tower 515 Mário
Sky e 986
O que resta é o Luís River 228

Figura 28 – Segunda fase de resolução do problema 2 (aluna P)

A esta confusão de apresentar o raciocínio, associo uma confusão do raciocínio em si. No entanto, nenhum feedback oral foi solicitado por esta aluna.

5.1.3. Terceiro problema

Baseando-me nos dados recolhidos em ambas as resoluções do terceiro problema, posso rapidamente afirmar que foi o problema que mais revelou as dificuldades de resolução de problemas que os alunos pudessem ter, como veremos a seguir. No entanto, também foi o problema em que se verificaram as evoluções mais significativas

da primeira para a segunda fase, e o problema cuja totalidade da turma conseguiu completar ambas as fases.

Relativamente à resolução de um desafio extra na segunda fase de resolução, apenas foram contemplados seis alunos, sendo que um deles foi a aluna R para a qual foi especialmente preparado o desafio extra de dificuldade significativamente elevada (que referi no capítulo da Intervenção Pedagógica). Após a aluna R dedicar uma grande parte dos dez minutos disponíveis à resolução desse problema sem demonstrar progressos, bastou questionar a aluna se já tinha considerado a sugestão deixada no próprio enunciado para, como que num momento de epifania, resolver com rapidez e correção todo o problema, necessitando de um pouco mais de trabalho na explicação dada (Figura 29).

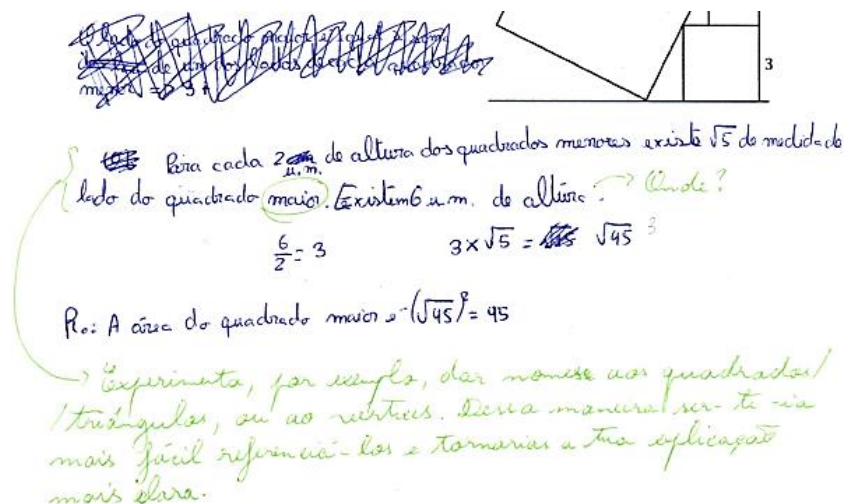


Figura 29 – Segunda fase de resolução do problema 3 (aluna R)

Quanto aos outros cinco alunos, apenas três conseguiram atingir uma qualidade de produção escrita equivalente à primeira fase de resolução. As dificuldades detetadas nas resoluções dos outros dois alunos deveram-se à prevista dificuldade acrescida na explicação do raciocínio, como podemos observar na Figura 30. Foi possível acompanhar a ideia geral das estratégias de resolução, mas a ausência dos pormenores relativos à clara identificação dos dados a serem trabalhados e as suas relações com o enunciado prejudicavam a compreensibilidade das explicações.

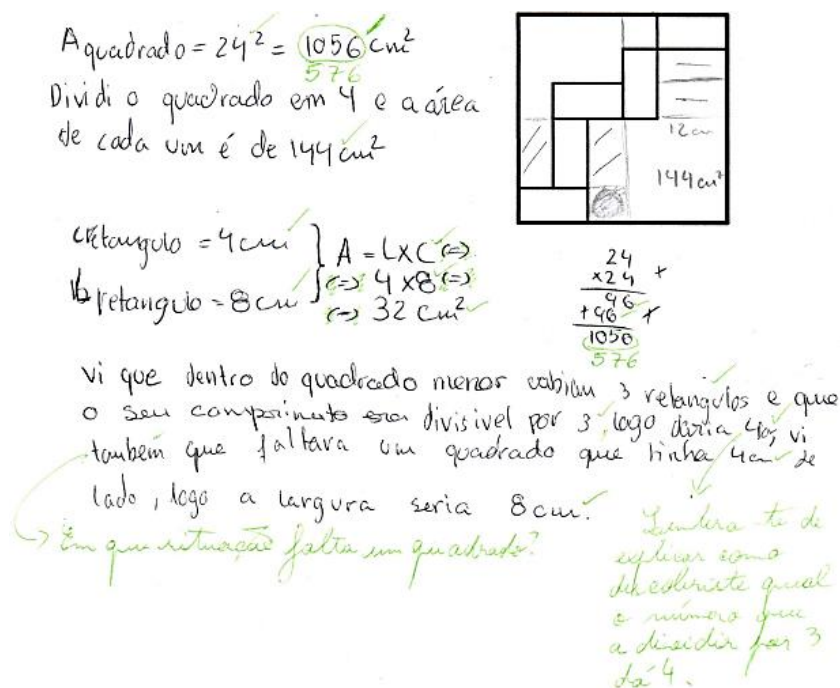


Figura 30 – Segunda fase de resolução do problema 3 (aluna Y)

Dos restantes alunos, foram apenas quatro aqueles que também conseguiram chegar à resposta correta. Metade destes alunos conseguiu explicar parcialmente como é que chegou à sua resposta, mostrando como é que alguns dos dados descobertos se relacionaram com a informação do enunciado. Sendo a dificuldade detetada nestes alunos relacionada com a explicação do raciocínio, nomeadamente em garantir se todos os seus passos foram verificados, sugeri, através do feedback escrito, que os alunos tentassem verificar o seu resultado de acordo com as condições em falta, tendo o cuidado de não dar uma confirmação sobre a resposta final. Tendo estes alunos rapidamente melhorado as suas produções de acordo com o feedback dado, aparentaram ter facilidade na segunda fase de resolução do terceiro problema. Na Figura 31 podemos ver a evolução das respostas de um destes alunos, da primeira para a segunda fases, assim como o feedback que lhe foi fornecido.

A soma dos perímetros dos três triângulos pequenos é igual ao perímetro do hexágono a cinzento.
Qual é o comprimento do lado dos triângulos mais pequenos?
Explica como chegaste à tua resposta.
Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

Primeiro eu vi o ~~per~~ perímetro do triângulo grande, $(12+12+12=36)$ deu-me 36cm.
Depois dividi o 36 por 3, ou seja, ~~dividi~~ ~~dividi~~ por 3, tenho os três triângulos pequenos $(36:3=12)$, deu-me 12, ~~depois~~ de seguida dividi o 12 por 3, para saber apenas um lado de um dos triângulos pequenos, $(12:3=4)$, deu-me 4, então o comprimento do lado dos triângulos mais pequenos é 4cm.

Depara que o que utilizaste é diferente da informação presente na frase sublinhada do enunciado. Experimenta começar por dar valores aos lados dos triângulos pequenos e aos lados do hexágono. De seguida, verifica se os valores de acordo com o enunciado.

O lado do triângulo pequeno mede 3 e o hexágono mede 4 de lado
o perímetro dos triângulos pequenos é 27 e o do hexágono (mede 6 e 3 que dá 27 também)

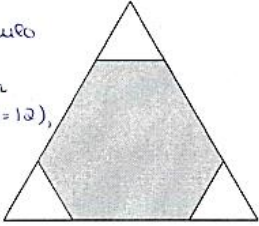


Figura 31 – Segunda fase de resolução do problema 3 (aluna N)

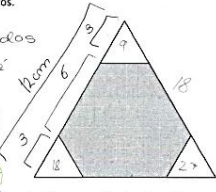
A outra metade dos alunos apresentou explicações cujos fundamentos não estavam claramente expressos. Aliás, admito que, após vários momentos de leitura e revisão das suas produções escritas, continuei sem conseguir compreender os raciocínios utilizados. Assim sendo, o feedback escrito focou-se simplesmente em solicitar um pedido de esclarecimento, apontando para a parte da explicação dada que originou estas dúvidas. Apesar de ambas terem trabalhado sobre o feedback fornecido, apenas uma das alunas conseguiu dar a entender o raciocínio utilizado, tendo este sido considerado correto. A Figura 32 ilustra a evolução desta aluna (incluindo o feedback que lhe foi fornecido).

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

O comprimento dos lados dos triângulos mais pequenos é 3cm.

O comprimento dos lados é 3 porque como o hexágono é maior oua ter um número maior então a metade de 12 é 6 e $6+3+3$ é igual a 12.

Depara que a figura poderia não estar à escala



O hexágono tem de perímetro 27cm e os três triângulos somados também são 27cm. Então cada triângulo somado dá 9, porque, todos os seus lados são 3cm. O hexágono tem 27cm porque os seus lados maiores são 6 e os pequenos 3 então:

hexágono ~~27cm~~
 $6+6+6+3+3+3=27cm$
 $9+9+9=27cm$
 triângulos

Figura 32 – Primeira (à esquerda) e segunda (à direita) fases de resolução do problema 3 (aluna L)

Em relação aos restantes alunos, foram 14 os que tentaram trabalhar sobre o problema e revelaram dificuldades de interpretação do enunciado e de identificação do objetivo

do problema. Para estes alunos foi fornecido um feedback escrito com algumas pistas essenciais sobre como abordar o problema em questão, dando, por exemplo, incentivos à organização dos dados à sua maneira, ou sugestões de identificação de alguma relação entre os dados do enunciado, como pode observar-se na Figura 33. Note-se que a resolução segunda resolução da aluna J é uma fotografia de sua própria autoria, visto estar a realizar esta fase de resolução a partir de casa, devido a isolamento profilático.

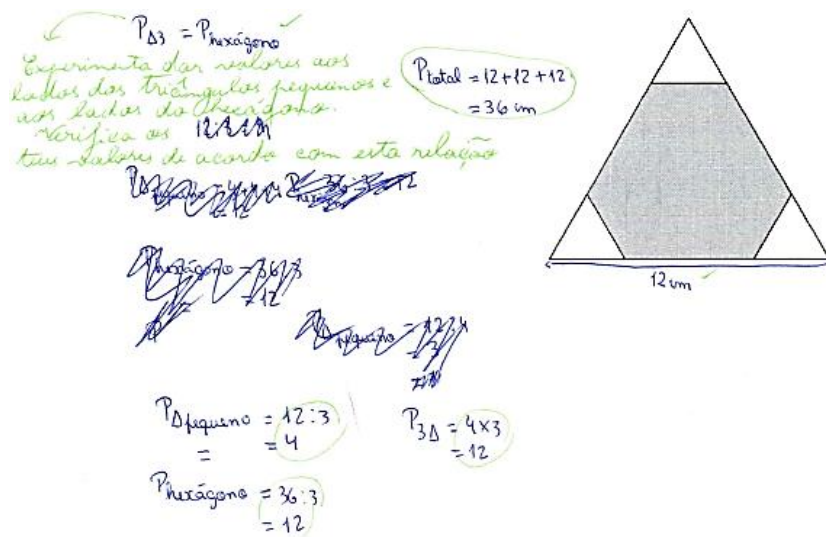


Figura 33 – Primeira fase de resolução do problema 3 (aluna J)

Caso os alunos já tivessem utilizado alguma organização dos dados com recurso a linguagem simbólica intuitiva, o feedback dado recorreu a alguma dessa linguagem com o propósito de simplificar a escrita e reconhecer o trabalho já feito pelo aluno. Dadas as significativas dificuldades a resolver o problema, esperava que a evolução observada fosse pouco significativa. Porém, foi provado o contrário ao aperceber-me que foram 12 os alunos que conseguiram atingir a solução correta, com base no feedback. Dez destes alunos conseguiram igualmente explicar bem o seu raciocínio. Os outros dois alunos, dos 14 inicialmente considerados, não conseguiram progredir nas suas resoluções, apesar de demonstrarem um saliente empenho.

Tal como na resolução do primeiro problema, existiram duas alunas que não iniciaram qualquer resolução. Aliás, as alunas em questão são as mesmas referidas anteriormente quando abordei esta situação. Considerando o seu historial e os resultados do feedback escrito dado na resolução do primeiro problema, elaborei um feedback segundo os mesmos parâmetros. Após receberem este feedback, as alunas conseguiram ultrapassar as dificuldades que as impediam de sequer iniciar a resolução

do problema. No entanto, com o objetivo de tornar o feedback facilmente compreensível e interpretável, não dei demasiadas pistas nem sobrecarreguei o feedback de informação, consequentemente deixando sugestões relacionadas com a explicação do raciocínio de parte. Veio a revelar-se que a explicação do raciocínio foi a única parte das produções escritas das alunas que ainda necessitava de trabalho e reflexão, como se mostra visível na Figura 34.

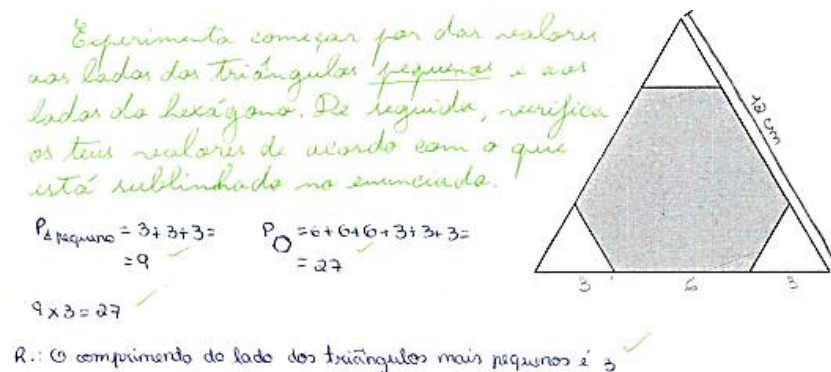


Figura 34 – Segunda fase de resolução do problema 3 (aluna D)

Em todos os comentários feitos à resolução de cada um dos alunos ao longo dos três problemas, estiveram presentes uma felicitação pelo trabalho realizado otimamente desde a primeira fase de resolução, ou pela evolução atingida na segunda fase de resolução de cada problema. Caso os alunos ainda não tivessem atingido o desejável nível de correção e completude, eram deixadas dicas de melhoria, desta vez escritas de modo que o seu contexto não fosse específico do problema em questão, ou seja, tentando que o aluno pudesse utilizar tais sugestões noutros momentos de resolução de problemas. A Figura 35 mostra um exemplo do que acabei de referir.

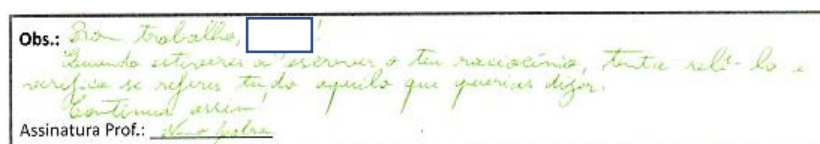


Figura 35 – Observação à resolução do problema 2 (aluno B)

5.1.4 Em diálogo com os alunos da turma

Tendo em conta todas as intervenções orais realizadas e registadas ao longo da intervenção pedagógica, surgiram duas estratégias predominantes dependendo da dificuldade detetada previamente na produção escrita do aluno.

Caso a dificuldade em questão se manifestasse no processo de encontrar uma solução, o feedback oral baseava-se no questionamento das intenções do aluno em relação à resolução do problema realizada até ao momento. Após a existência desse esclarecimento, para a maior parte dos alunos que ainda não tivessem esclarecido a sua dúvida ao expor o seu raciocínio oralmente, solicitei uma explicitação dos dados do enunciado do problema que os ajudaram a iniciar a sua resolução, salientando, quando a necessidade surgia, a existência de dados no enunciado ainda não utilizados. Por exemplo, quando uma aluna manifestou as suas dúvidas sobre como continuar a resolver um problema, simplesmente questionei: “E o que é que tu sabes?” (aula, autor, 22/02/2022). A aluna respondeu a esta questão ao enumerar os diferentes dados do enunciado, deixando a informação ainda não utilizada para o final. Note-se que esta informação em questão não aparecia no final do enunciado. Apontando para essa última informação enumerada, perguntei à aluna: “E então, consegues utilizar (a informação)?”, sendo que após uma pequena pausa, a aluna acenou afirmativamente. Afastando-me um pouco da aluna, verifiquei que efetivamente continuou a sua resolução antes de continuar a circular pela sala de aula.

Caso a dificuldade surgisse na explicação do raciocínio, tipicamente interrogava o aluno em relação aos passos que tomou até encontrar a solução pretendida. Era comum que, ao explicar oralmente, o aluno referisse um ou mais passos que não explicou na sua produção escrita, sendo que, por vezes, ao enunciá-los em voz alta, apercebia-se da falta desses elementos. Por exemplo, após uma aluna me chegar ao lugar, e após ter percebido que a dificuldade da aluna se enquadrava na explicação do raciocínio, simplesmente questionei: “Qual é que foi a tua estratégia?” (aula, autor, 01/02/2022). Quando questionada, a aluna deu uma explicação bastante completa oralmente, depois da qual continuei: “Consegues escrever isso?”. Após uma resposta afirmativa a esta última questão, a aluna continuou a sua resolução.

Apesar de não serem os mais predominantes, os erros decorrentes de conceitos e procedimentos também não foram os mais incomuns. Em bastantes destes casos, não utilizei questões para ultimamente esclarecer as dúvidas postas em evidência pelos alunos, pois o objetivo deste momento de resolução de problemas pretendeu que tais conhecimentos em falta não fossem um impedimento. Surge como exemplo destes casos as incertezas relativas ao cálculo do perímetro de um polígono. Este tipo de feedback oral dado aos alunos (questionamento para ajudar a esclarecer as suas dúvidas) surgiu igualmente nas ocasiões em que os alunos explicavam todo o seu

raciocínio, mas as suas explicações eram consideradas pouco claras ou implexas, existindo a necessidade de complementar o feedback escrito ao explicar oralmente, e com um pouco mais de detalhe, como o aluno poderia melhorar a sua explicação. Estas explicações surgiam, por exemplo, enquadradas na confusão originada pela utilização de esquemas já completos sem explicações complementares (Figura 36), isto é, era necessário esclarecer que não é possível perceber como é que a construção de um esquema foi feita sem que esta fosse explícita, dando dicas de como proceder com tal procedimento esquemático ou descritivamente.

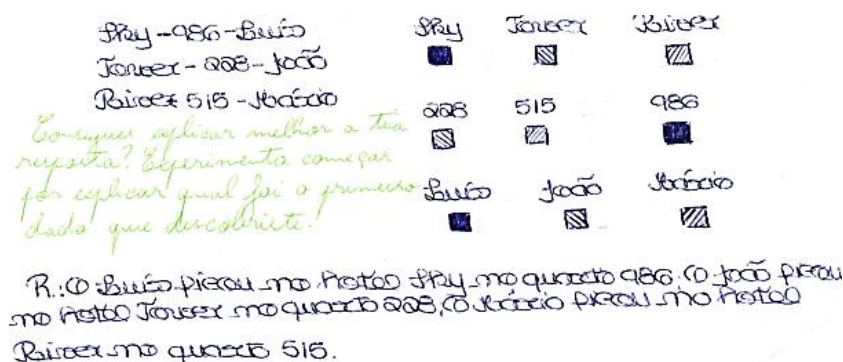


Figura 36 – Primeira fase de resolução do problema 3 (aluna U)

A aluna U, solicitando a minha ajuda, começou por questionar: “Agora para resolver é isto?” (aula, aluna U, 01/02/2022), ao apontar para o feedback escrito. Não querendo assumir este feedback como um novo problema a resolver, respondi: “No teu (problema) tens agora a oportunidade de tentar melhorar”. Após ter obtido um olhar confuso voltado para a sua produção escrita como resposta à minha questão, continuei: “Tens um bom esquema para resposta, mas não sabemos como é que chegaste à resposta assim.” De repente, o olhar confuso desapareceu da aluna após ter compreendido que não era possível descobrir como é que chegou à resposta ao observar um esquema já completo, sem nenhuma informação auxiliar.

Os casos mais incomuns de feedback oral dado aos alunos surgiam em dois momentos distintos. Como é natural, ao longo dos “10 minutos a pensar e a comunicar”, em que os alunos tinham de entregar produções escritas, eu circulava pela sala de modo a observar como é que as resoluções dos problemas estavam a correr. No entanto, apesar de raros, ao longo destes momentos de circulação, quando um aluno mostrava não estar a conseguir avançar após uma primeira interação iniciada pelo aluno, iniciei eu uma nova intervenção, questionando-o sobre se estava a conseguir avançar com a sua resolução. Caso a resposta fosse negativa, continuava a minha intervenção. Nos momentos em que diversos alunos apresentaram repetidamente a mesma dúvida, e em

que a resposta a essa dúvida dissesse respeito a todos os elementos da turma, decidi chamar à atenção de todos os alunos para que a informação fosse claramente transmitida – dei, assim, feedback oral coletivo. A sugestão da utilização dos versos das folhas para rascunho ou prolongamento do espaço de escrita das respostas surge enquanto exemplo de contexto prático de uma destas situações. O esclarecimento da paridade do zero surge enquanto exemplo de contexto matemático.

5.2. O percurso de quatro alunos

Nesta secção irei analisar o desempenho de quatro alunos que selecionei, de acordo com os critérios explicitados no quarto capítulo, como informantes privilegiados: Júlia, Carlos, Daniela, e Tília. Para além das produções escritas destes alunos, relativas ao momento “10 minutos a pensar e a comunicar”, foram gravadas em áudio entrevistas semiestruturadas que pretenderam recolher mais informação com vista à procura de resposta para as questões de investigação. Para cada aluno, começarei por abordar as produções escritas, e depois partilharei os dados recolhidos na entrevista que se mostraram relevantes para os objetivos desta investigação.

5.2.1. As produções escritas de Júlia

A Júlia é uma aluna muito empenhada e participativa em qualquer tarefa realizada na sala de aula, sendo que na resolução dos problemas aplicados nos “10 minutos a pensar e a comunicar” fica extremamente focada no seu próprio trabalho. Assim sendo, não existem gravações áudio de interações na sala de aula com esta aluna, pois ela nunca solicitou feedback oral.

5.2.1.1. Primeiro problema

Na primeira fase do primeiro problema (Anexo 1), a aluna apresentou uma resolução por exaustão (Figura 37), isto é, Júlia, primeiramente, considerou e escreveu todos os números inteiros e positivos com dois algarismos, e, depois, selecionou todos os números magos, rodeando-os.

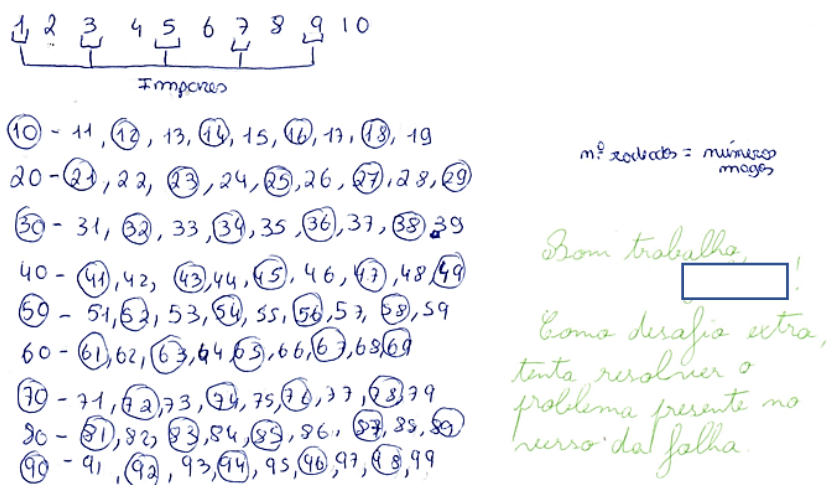


Figura 37 – Primeira fase de resolução do problema 1 (Júlia)

É possível observar de imediato que a aluna compreendeu o enunciado, pois, para além de ser possível compreender com clareza o raciocínio da aluna ao longo da resolução e da resposta, a Júlia apresentou um pequeno esquema sobre a identificação dos algarismos ímpares, reconhecendo a sua importância para a resolução do problema. É igualmente possível observar que a enumeração dos números de dois algarismos referidos não foi realizada aleatoriamente, dado que é saliente a implementação de um plano de organização dos números em que em cada linha se encontram os números cujos algarismos das dezenas são iguais. Na sua resposta, é perceptível uma relação do algarismo das dezenas de cada linha da tabela, com os respetivos algarismos das unidades. Para além de ser possível observar que a aluna rodeou os 45 números magos, ela apresentou um outro método que agiliza o processo de contagem, através do qual verificou que chegou à mesma resposta.

Tendo em conta a ótima resolução apresentada por parte da aluna, o feedback dado, para além de congratular o esforço da aluna, teve como objetivo desafiar a aluna a tentar resolver uma versão mais difícil do mesmo problema (Anexo 5). Na Figura 38 podemos observar a produção escrita da aluna na segunda fase de resolução do primeiro problema. Nesta produção conseguimos perceber que a Júlia apresentou uma tabela semelhante à da Figura 37, só que, neste caso, como já percebeu que a sua estratégia de organizar os números de acordo com o primeiro algarismo do número em questão

funcionou na resolução do primeiro problema, decidiu aplicar essa estratégia desde o início.

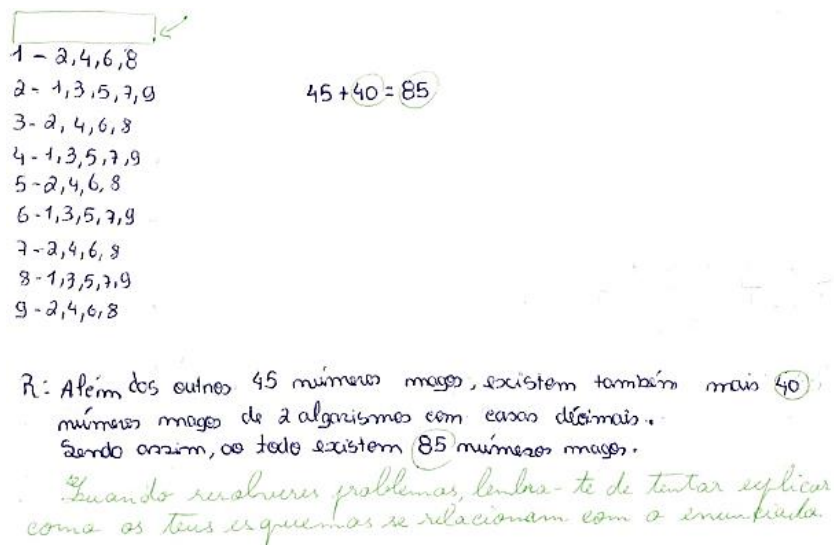


Figura 38 – Segunda fase de resolução do problema 1 (Júlia)

A própria aluna, durante a entrevista, referiu que separar os algarismos por um traço ajudava a não ficar confusa com a quantidade de números, dizendo também que considerou “ser uma melhor maneira de explicar” (entrevista, Júlia, 03/05/2022) como pensou. Apesar de não identificar que o algarismo antes do traço representa o algarismo das unidades, e que os algarismos depois do traço representam os possíveis algarismos das décimas que, em conjunto com o respetivo algarismo das unidades, formam os números magos questionados, a organização da sua resposta torna-a compreensível. Quando questionei a aluna sobre a possibilidade de utilizar a mesma estratégia de organização dos dados na resolução do problema 1 (Figura 37), esta respondeu que: “isso já não faz sentido, pois para mim, não sei, o número (à esquerda do traço) não devia ser a dezena” (entrevista, Júlia, 03/05/2022). Tendo esta intervenção em conta, apesar de a aluna não demonstrar um à-vontade em utilizar a mesma esquematização de dados em problemas semelhantes, foi através do desafio extra que foi possível perceber a capacidade da aluna em tornar uma resolução de um problema mais eficiente.

O feedback extra, isto é, o feedback não considerado nas observações, dado na própria resolução da aluna, presente por baixo da resposta da aluna surge enquanto conselho para futuras resoluções, chamando a sua atenção para a necessidade de ter cuidado com este pormenor da explicação, sendo claro e informativo ao apontar pistas de ação futura.

No entanto, o acréscimo em dificuldade deste problema provém, essencialmente, de dois fatores. O primeiro acréscimo de dificuldade surge com a necessidade de compreender que, quando a escrita de um número é formada por um algarismo das unidades qualquer e o 0 enquanto algarismo das décimas, estamos simplesmente a considerar o número formado apenas pelo algarismo das unidades. O segundo acréscimo de dificuldade surge com a identificação da existência de números magos cujo algarismo das unidades é o 0 e o algarismo das décimas é um algarismo ímpar.

A parte do feedback escrito formada pelo retângulo verde e pela seta a apontar para este mesmo retângulo tenta transmitir à aluna a falha na consideração do segundo acréscimo de dificuldade. Considerando as capacidades de Júlia, julguei que este apontamento fosse suficiente enquanto pista para a aluna prosseguir com o trabalho. Acontece que tal feedback nem teria sido necessário, pois durante a entrevista, a Júlia referiu que “assim que saí para o intervalo eu percebi que me tinham faltado esses. Às vezes acontece-me muito isso, depois de um teste lembro-me do que fazer.” (entrevista, Júlia, 03/05/2022).

Por fim, o segundo feedback dado, preenchido na secção dedicada a observações presente no cabeçalho da tarefa (Figura 39), focou-se em congratular a aluna por ter conseguido resolver otimamente o primeiro problema e em incentivá-la a manter a qualidade do seu trabalho.



Figura 39 – Observação à resolução do problema 1 (Júlia)

5.2.1.2. Segundo problema

Na primeira fase do segundo problema, Júlia decidiu organizar a sua resposta numa tabela, e a explicação do seu raciocínio num esquema (Figura 40). Para além da tabela, também apresentou uma resposta na qual salientou as associações solicitadas pela questão do enunciado.

Tendo em conta que o preenchimento da tabela foi efetuado corretamente, e que é possível associar algumas das descrições do esquema aos dados enunciados, supus que Júlia conseguiu chegar à sua resposta através de um raciocínio acertado. Assim

sendo, o feedback escrito dado focou-se em solicitar à aluna uma melhor explicação, tendo como objetivo secundário confirmar a suposição feita.

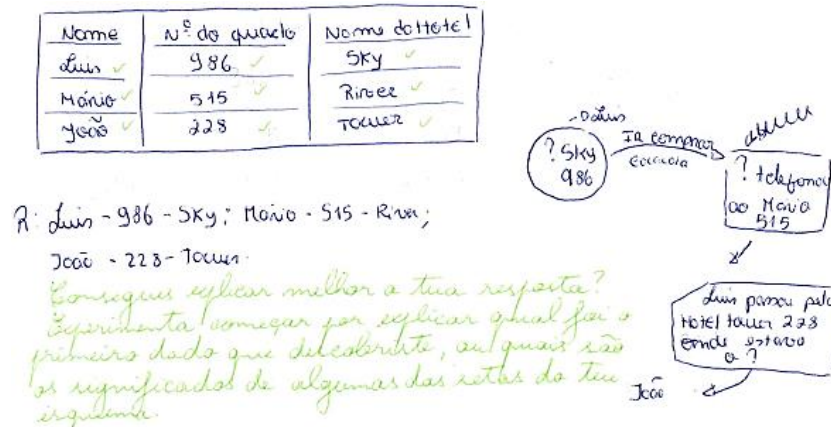


Figura 40 – Primeira fase de resolução do problema 2 (Júlia)

A primeira frase do feedback recorre à forma interrogativa, mas considerei que apenas colocar essa pergunta não fornecia pistas suficientes para a aluna melhorar adequadamente a sua produção escrita. Consequentemente, a segunda frase tenta ser ainda mais clara e informativa, sendo dirigida à tarefa, nomeadamente, ao esquema produzido pela aluna e ao significado da sua construção. As indicações de possíveis continuações da sua explicação tiveram como objetivo incentivar a aluna a refletir sobre o trabalho que fez e ser meras sugestões de caminhos possíveis através dos quais poderia melhorar a sua explicação.

Durante a entrevista, a própria aluna reconheceu que a construção deste esquema pode ter auxiliado o seu raciocínio quando resolveu este problema, mas, ao olhar para ele de novo, admitiu que teve "mais facilidade ao fazer um esquema com tudo o que tinha pensado" (entrevista, Júlia, 03/05/2022), mas que "nem estava a entender o que tentou fazer" (entrevista, Júlia, 03/05/2022) ou tentou explicar.

Já numa segunda fase de resolução deste problema, a aluna aceitou o desafio de tentar esclarecer o seu método de resolução (Figura 41). Aliás, conseguimos detetar dois suportes de explicação diferentes, um deles em forma de texto, outro deles em forma de tabela. Analisando o seu conteúdo, é possível perceber que Júlia tentou dar resposta a cada uma das sugestões dadas pelo feedback, isto é, o texto apresentado começa por explicar qual foi o primeiro dado que descobriu, e a construção da tabela com sinalização dos passos tomados para a sua construção inclui o significado das setas desenhadas.

o enunciado diz que o jovem que ficou no Sky saiu do quarto n.º 986, ou seja já sabemos qual é o nº da fidelidade ficou. ✓
 1 hora depois o mesmo jovem telefonou ao Mário que estava no quarto 515, já sabemos com isto que ele estava no hotel river, porque logo depois diz que o jovem, que será o Luís passou pelo hotel tower para avisar o cliente do quarto 228, ou seja, se o Mário está no river e o próximo jovem no tower, o único que sobra é o Luís, que ~~para~~ por exclusão de partes ficou no quarto 986 no hotel Sky. ✓

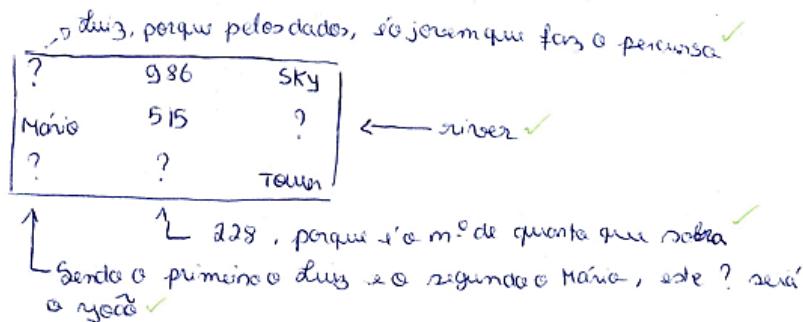


Figura 41 – Segunda fase de resolução do problema 2 (Júlia)

Através de uma análise do texto, é possível verificar que a aluna explicou todos os passos dados no seu processo de resolução do problema, melhorando significativamente a sua produção escrita na segunda fase do problema 2.

Quanto à nova tabela apresentada, esta é uma ótima ferramenta de visualização do processo de pensamento da aluna descrito no texto. No entanto, por si só, não seria suficiente para apresentar uma explicação completa do seu raciocínio, pois a seta que parte do dado "river" carece de explicação. Apesar de não ter referido esta informação à aluna em nenhum dos feedbacks escritos dado devido à completude da resposta, foi na entrevista que esclareci esta possibilidade à aluna, de que podia "ter explicado o raciocínio apenas com o esquema, mas precisava de ter toda a informação, o que podia ser difícil" (entrevista, autor, 03/05/2022).

Relativamente à observação enquanto feedback escrito final (Figura 13), tive em conta a melhoria que Júlia apresentou no seu trabalho, reconhecendo o esforço presente no seu percurso de resolução.

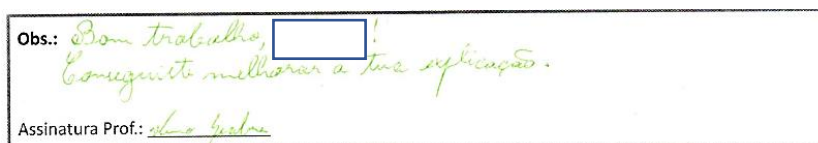


Figura 42 – Observação à resolução do problema 2 (Júlia)

5.2.1.3. Terceiro problema

Relativamente à primeira fase de resolução do terceiro problema (Figura 43), podemos observar de imediato que Júlia utilizou a figura apresentada no enunciado para assinalar os dados que foi descobrindo com a sua resolução, para além de ter apresentado uma resposta clara, e correta, à questão do problema. Para além disso, desta vez a aluna tentou explicar o seu raciocínio através da apresentação dos cálculos efetuados, recorrendo a linguagem simbólica para identificar e relacionar alguns dos dados que ia descobrindo.

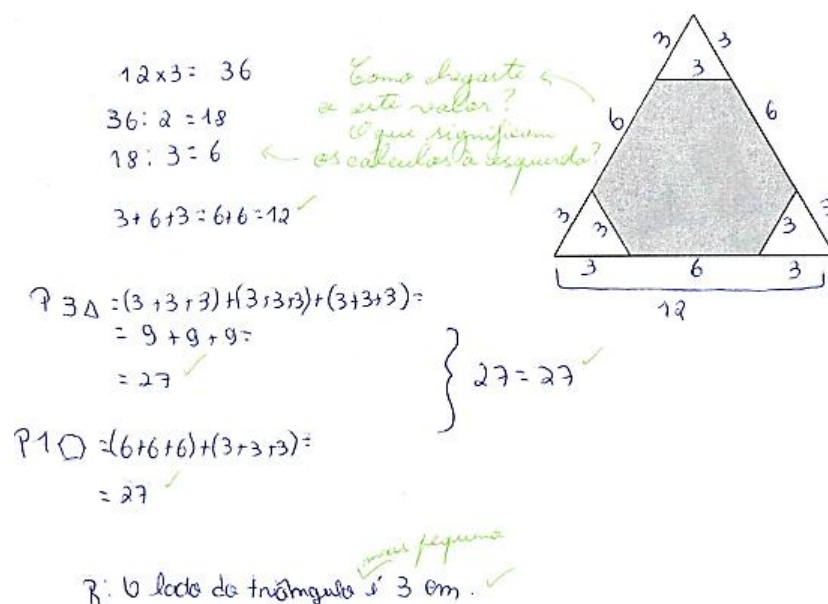


Figura 43 – Primeira fase de resolução do problema 3 (Júlia)

Observando os cálculos compreendidos pela chave, compreende-se que, no conjunto de igualdades de cima, aparece o cálculo do perímetro dos três triângulos pequenos de acordo com os dados descobertos. No conjunto de igualdade de baixo aparece o cálculo do perímetro do hexágono de acordo com os mesmos dados. A chave compara diretamente os dois resultados, reparando que são iguais entre si. A partir deste ponto, com os dados verificados, é possível concluir corretamente que a medida do lado solicitado é 3cm. No entanto, é necessário compreender como é que esses valores surgiram.

Relativamente à descoberta dos valores utilizados, a aluna apresenta quatro linhas de cálculos, em que utiliza os valores obtidos nas duas primeiras igualdades como parte dos cálculos seguintes. Tendo isto em conta, e sabendo que, num dado momento, multiplicamos por 3, e que depois dividimos sucessivamente por 2 e por 3, o cálculo essencialmente efetuado é a divisão de 12 por 2, resultando em 6. Ao tentar

compreender estes cálculos, supus que, ao multiplicar 12 por 3, Júlia está a calcular o perímetro do triângulo maior, e que o valor 6 obtido, de acordo com a última das quatro linhas em questão, corresponde ao valor do comprimento do lado maior do hexágono. Todavia, não consegui compreender o resto da resolução da aluna.

Dada a importância de compreender o raciocínio da aluna, e dada a possibilidade de um método de resolução através de interpretação geométrica do perímetro, o feedback escrito dado focou-se em solicitar, com clareza, um esclarecimento dos pormenores não compreendidos, recorrendo a duas questões cujos objetivos de compreensão estavam correspondentemente assinalados. Reconheço que não indiquei pistas suficientes para a aluna conseguir explicar os valores obtidos, mas tal decorreu da impossibilidade de compreender com certeza a intenção dos cálculos em questão.

Após ler o feedback escrito, Júlia, no canto inferior direito da folha, explicou o propósito de cada uma das linhas de cálculos em questão. Podemos observar estas explicações na Figura 44.

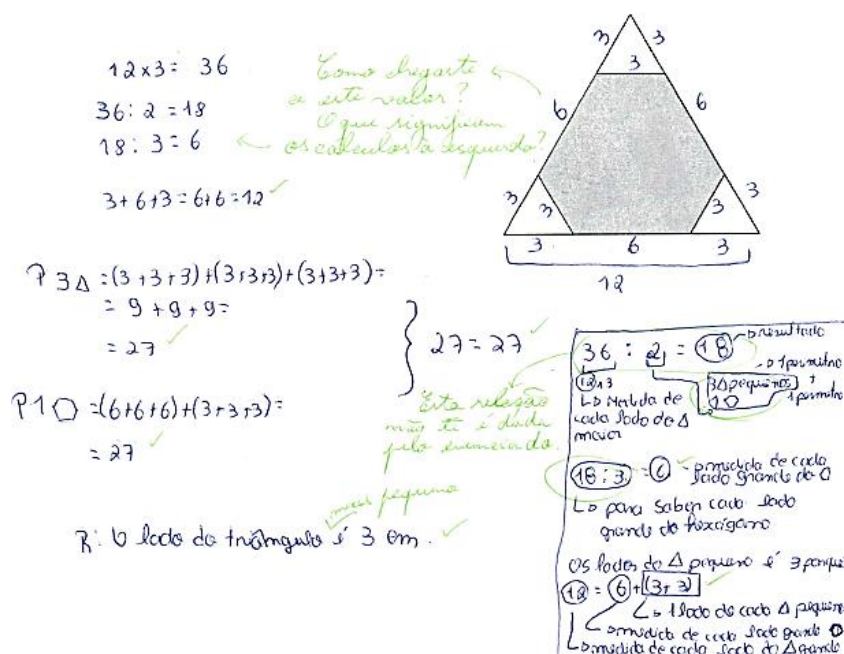


Figura 44 – Segunda fase de resolução do problema 3 (Júlia)

Quanto à primeira parte da explicação, a aluna confirma a suposição de que 36 representa o perímetro do triângulo maior. No entanto, Júlia divide esse perímetro por 2 devido à igualdade entre a soma dos perímetros dos triângulos pequenos e o perímetro do hexágono, ou seja, aparenta estar a assumir, incorretamente, que o perímetro do triângulo grande é igual ao dobro da soma dos perímetros em questão. Consequentemente, comentei na resolução da aluna que tal assunção não era passível

de ser feita em função dos dados do enunciado. De seguida, após obter o valor 18, divide-o por 3 para descobrir a medida do comprimento do lado maior do hexágono. Devo admitir que não consegui compreender o que a aluna quis transmitir com esta justificação. Por fim, na última linha, a aluna verifica, corretamente, que o valor obtido está de acordo com as condições do enunciado, ou seja, obteve o resultado esperado através de um método aparentemente incorreto, apesar de a aluna afirmar: “eu, nesse [problema], pensei umas coisas que tinha a certeza de que estavam certo, mas não sabia explicar porque é que estava certo, nem a mim mesma” (entrevista, Júlia, 03/05/2022). Apenas após diversos minutos de discussão com a aluna durante a entrevista sobre esta resolução é que foi possível chegar à conclusão que, quando divide o perímetro do triângulo grande por 2, está a fazê-lo porque “metade era dos triângulos, e metade era do hexágono” (entrevista, Júlia, 03/05/2022), isto é, apenas estava a considerar “a parte de fora” (entrevista, Júlia, 03/05/2022) de ambos os polígonos. Após esta realização, e depois de um pouco mais de diálogo, a aluna compreendeu que “era necessário um pouco mais de explicação para mostrar essa relação que não está no enunciado” (entrevista, autor, 03/05/2022).

Devido à confusão associada à produção escrita da aluna, tive dificuldades em escrever uma observação final (Figura 45), pois o pedido de esclarecimento do primeiro feedback apenas ajudou a compreender a situação parcialmente. O segundo feedback dirigiu-se ao método de resolução da aluna, sugerindo que faça sempre uma verificação do significado de todos os cálculos que efetuar ao longo de uma resolução.

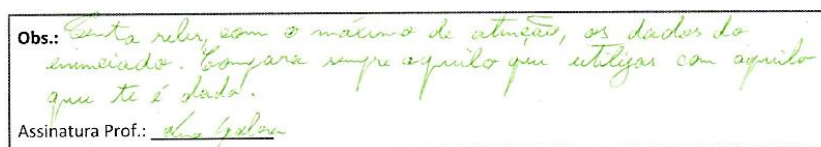


Figura 45 – Observação à resolução do problema 3 (Júlia)

Apesar de tentar que o feedback escrito ajudasse a aluna a melhorar as suas produções escritas, senti que os feedbacks dados a este problema careceram de uma melhor compreensão da minha parte em relação à explicação do raciocínio da aluna.

5.2.2. Em conversa com Júlia

A entrevista com Júlia começou com uma pequena discussão sobre os “10 minutos a pensar e a comunicar”, sobre os quais afirma o seguinte: “[O momento] é bom porque quando vamos fazer os testes já temos alguma coisa treinada e avaliada, e sabemos no

que podemos melhorar” (entrevista, Júlia, 03/05/2022). Devo admitir que fiquei surpreendido com a associação do momento de aula em questão com a realização de testes de avaliação, confrontando essa associação com uma explicação sobre o critério de escolha dos problemas de independência de conceitos e procedimentos que o aluno possa estar a aprender no momento. Após esta confrontação, a aluna referiu: “como a professora [cooperante] diz, podemos chegar a uma mesma resposta de muitos métodos, e acho que [o momento] é bom para abrir a maneira de pensar (...) e podemos utilizar os mesmos métodos de pensar para os testes” (entrevista, Júlia, 03/05/2022). Bastaram dois minutos e meio de interação para ser surpreendido com a importância que a aluna dá ao momento de sala de aula em termos de influência positiva na resolução de testes, ou seja, acredita que o desenvolvimento da capacidade de raciocinar pode ser transposto para diversas situações em sala de aula.

Procurando descobrir quais foram as principais dificuldades que a aluna sentiu ao longo da resolução destes três problemas, comecei por lembrar os problemas cuja análise está a ser realizada neste trabalho e por questionar qual dos problemas é que Júlia mais tinha gostado de resolver, ao que a Júlia respondeu: “eu gostei deste [problema de contagem], porque achei mais fácil, e gostei deste [problema de lógica], porque achei mais fácil de explicar, e não gostei deste [problema de geometria], achei mais difícil” (entrevista, Júlia, 03/05/2022). Para além disso, após ver de novo os enunciados dos problemas, a aluna acrescentou: “eu até acho que tive o primeiro problema certo” (entrevista, Júlia, 03/05/2022). Estas intervenções levaram-me a suspeitar que o gosto dela pelos problemas era condicionado, em grande parte, pela facilidade que teve ao resolvê-los, embora também pudesse ser associado a um menor grau de dificuldade, na perceção da própria Júlia. Naturalmente, continuei o diálogo questionando Júlia sobre esta suspeita, a qual a aluna negou, explicando o seguinte: “eu tenho mais dificuldades em escrever o que eu penso do que em falar o que eu penso, porque acho que fica melhor ao falar do que escrito” (entrevista, Júlia, 03/05/2022), ou seja, a relação do gosto não se faz com a dificuldade do problema, mas sim com a dificuldade de explicação do raciocínio por escrito. Júlia acrescentou ainda:

Achei que foi mais difícil chegar ao 3 [solução do terceiro problema] (...) porque não pedia uma resposta concreta, enquanto que neste [primeiro problema] já dizia o que era um número mágico (...) e achei mais fácil fazer o 4 [segundo problema] porque acho mais fácil fazer esquemas, acho que me organizo melhor (...) e o que está no enunciado é o que nós temos de fazer e diz-nos logo quem são as pessoas. (entrevista, Júlia, 03/05/2022)

Após ouvir esta última intervenção da Júlia percebi que a facilidade de interpretação do objetivo do problema, uma clara identificação dos fatores influenciadores da resolução, e a possibilidade de utilizar métodos de resolução com os quais já está familiarizada, também foram fatores que influenciaram as escolhas da aluna.

Em relação à existência de uma segunda oportunidade de resolver um dado problema, Júlia mostrou-se bastante favorável:

Eu acho que [uma segunda resolução] fica muito melhor (...) porque quando estou a resolver um exercício pela primeira vez eu tenho de pensar muito melhor as coisas, e na segunda vez eu já sabia o que dizia o exercício, já sabia o que tinha pensado, e acho que foi mais fácil organizar as coisas na minha cabeça para escrever. (entrevista, Júlia, 03/05/2022)

Ou seja, de acordo com Júlia, a existência de um segundo momento de resolução permite que se aborde o problema e a respetiva resolução com uma perspetiva maturada, isto é, não sendo a primeira vez que se aborda a problemática, o foco passa a ser na melhoria da explicação da resolução do que na compreensão dos dados.

Para mim, era importante perceber a perceção de Júlia sobre a influência que o feedback escrito recebido teve nas segundas fases de resolução dos problemas. De forma muito pragmática, a aluna afirma: “estamos numa aula para aprender (...) e se o professor diz para tentar fazer de outra maneira eu sei que devo tentar fazer dessa maneira, que é melhor, e da próxima vez já vou fazer dessa maneira” (entrevista, Júlia, 03/05/2022). É possível observar esta importância que a aluna dá às palavras de um professor ao observar que, em cada uma das segundas resoluções apresentadas anteriormente, Júlia dá resposta a cada uma das frases ou questões que compõem o feedback dado, ou seja, para além de ser possível afirmar que o feedback teve uma grande influência positiva nas produções da aluna, esta importância serve como advertência sobre o cuidado que o professor deve ter ao formular estes mesmos feedbacks.

Por fim, perguntei a Júlia qual era a sua preferência em relação ao tipo de feedback que recebeu, dando-lhe a escolher entre o feedback escrito e o feedback oral. Sem hesitação, a aluna respondeu o seguinte: “acho o oral é mais fácil de compreender, porque oral o professor está logo à nossa beira (...) e acho [que] ao ler, leio uma coisa completamente diferente, porque às vezes as coisas não são interpretadas da mesma maneira” (entrevista, Júlia, 03/05/2022). Devo admitir que a resposta dada não surpreendeu, pois esteve de acordo com a maneira como prefere explicar o seu

raciocínio. Adicionalmente, admitiu que “[a discutir os problemas] com os nossos amigos acho que é uma maneira mais fácil de nos entendermos” (entrevista, Júlia, 03/05/2022). Em primeiro lugar, este treino de explicação oral do pensamento com os amigos surge como uma notícia agradável. Em segundo lugar, apesar de ser conhecimento meu, do meu colega de estágio, e da orientadora cooperante, que os alunos discutiam alguns dos problemas aplicados nos “10 minutos a pensar e a comunicar”. Não sendo esta situação uma exceção nos problemas focados neste trabalho, é possível verificar a influência que essa conversa extra-aula teve nas resoluções. Visto que a maior parte dos alunos aparentou se reger pelo feedback recebido e que a maior parte das segundas resoluções de cada aluno se assemelhavam ao raciocínio apresentado nas primeiras resoluções, considero que a influência das conversas extra-aula foi mínima.

5.2.3. As produções escritas de Carlos

O Carlos é um aluno pouco empenhado e ligeiramente participativo nas tarefas realizadas na sala de aula. Aliás, o próprio aluno refere isso mesmo: “não tenho preferência por nenhuma [tarefa], acho tudo bem” (entrevista, Carlos, 29/04/2022), adotando uma atitude de envolvimento na resolução das tarefas sugeridas independentemente dos seus gostos ou dificuldades. Durante a minha intervenção pedagógica, Carlos solicitou feedback oral apenas uma vez, na segunda fase de resolução do segundo problema.

5.2.3.1. Primeiro problema

Durante a entrevista com Carlos, mencionei que, nos problemas em que um aluno conseguisse apresentar uma resposta correta e uma explicação completa do seu raciocínio, eu desafiava esse mesmo aluno a resolver um desafio extra. Nesse momento, apesar de não se lembrar do desafio extra em si, teve a sensação de que foi algo que lhe aconteceu, e suspeitou que tivesse conseguido resolver o desafio extra em questão. Como veremos ao longo desta secção, a memória do aluno não lhe falhou.

Relativamente à primeira fase de resolução do primeiro problema (Figura 46), o aluno apresenta uma explicação do seu raciocínio na forma de texto, começando por identificar o intervalo de números a considerar na sua resolução, relacionando-os, de seguida, com o resto dos dados do enunciado. Através desta relação, Carlos descobre

que, se dividir o conjunto inicial de números considerados em intervalos disjuntos com dez números inteiros e consecutivos cada, existem cinco números magos em cada um desses conjuntos, ilustrando essa mesma consequência com uma enumeração dos 15 menores números magos – cada chaveta indica que os cinco respetivos números magos pertencem a um dos conjuntos de dez números mencionado. Apesar de não referir explicitamente o cálculo para obter o valor 45, considerei que a explicação dada era suficientemente clara para compreender, implicitamente, como é que chegou ao seu resultado. No entanto, em função do desenvolvimento da capacidade de explicação do aluno, e considerando que um outro observador poderia não se aperceber da informação implícita na resolução, acredito que uma solicitação de uma explicação explícita teria sido um feedback mais acertado.

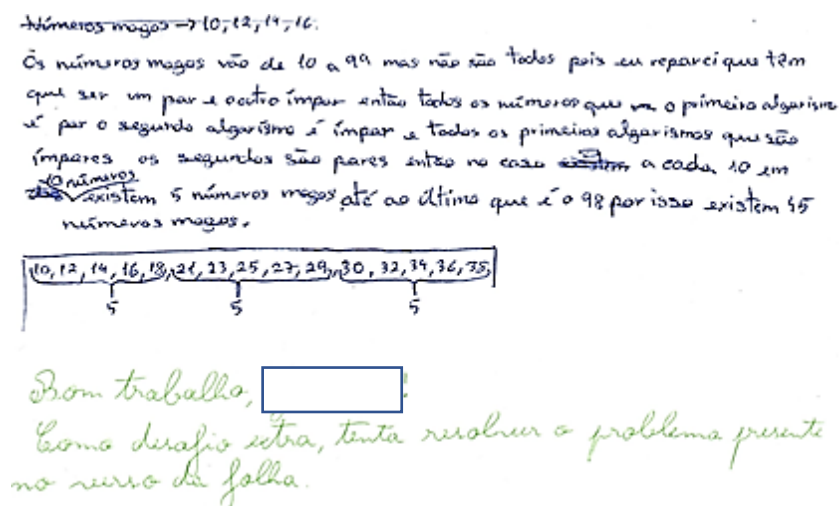


Figura 46 – Primeira fase de resolução do problema 1 (Carlos)

Apesar de reconhecer que o aluno tem a melhorar as suas capacidades linguísticas, foram reveladas capacidades de compreensão do enunciado, de tal forma que decidi que o aluno devia desenvolver essa sua capacidade ao tentar resolver mais problemas. Consequentemente, tal como aconteceu com Júlia na primeira fase do primeiro problema, e pelas mesmas razões referidas, Carlos foi desafiado a resolver o mesmo desafio extra que Júlia. A análise do feedback escrito dado a Carlos é análoga à análise que fiz do feedback dado a Júlia.

Relativamente à segunda fase de resolução do primeiro problema (Figura 47), Carlos apercebe-se dos dois acréscimos de dificuldade referentes ao enunciado do novo problema, visto que começa por exemplificar corretamente quais seriam os menores números magos a considerar, e refere explicitamente que não irá considerar os números cujo algarismo da casa das décimas é zero. No entanto, o resto da explicação do seu

raciocínio de contagem necessita de elaboração, pois, apesar de tentar identificar uma estratégia de contagem, tal como na primeira fase de resolução deste problema, falta a sua explicitação.

Iria ser os números $0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9;$
 $1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; \dots$

Os números em que o primeiro é par ou ímpar, e não
 pode ser, por exemplo $1,0$, porque o 0 é como se não existisse.

e então vai de $0,1$ até $0,3$ até até ao $9,8$, que são
 45 números, magos

Com as 45 números magos que encontraste
 anteriormente, seriam...

Figura 47 – Segunda fase de resolução do problema 1 (Carlos)

Visto que o aluno apenas contou os novos números magos, em vez de os adicionar aos números previamente encontrados, o feedback extra teve o objetivo de solicitar essa mesma resposta. No entanto, não recorri à forma interrogativa, pois senti que, para Carlos, seria mais benéfico observar um exemplo de construção frásica que relacionasse as duas resoluções, suprimindo a resposta final. Em retrospectiva, este feedback podia ter sido redigido com recurso à interrogativa, e ter informado o aluno em como este poderia melhorar ainda mais esta sua produção escrita.

Quanto à observação final (Figura 48), apesar de ter considerado a primeira resolução como correta e completa, para além de congratular o aluno, incentivei-o a tentar melhorar as suas capacidades de redação ao deixar um conselho de como o poderia fazer.

Obs.: Parabéns, ! Conseguiu resolver o desafio extra com sucesso. Para melhorares as tuas explicações, tenta segmentar o teu raciocínio. Continua o bom trabalho.

Assinatura Prof.: Alma Faria

Figura 48 – Observação à resolução do problema 1 (Carlos)

5.2.3.2. Segundo problema

Ao tentar comentar a primeira versão do segundo problema de Carlos (Figura 49), deparei-me com um problema: o aluno apenas apresentou a resposta à questão do

problema de duas maneiras diferentes, redigindo uma explicação que não me permitiu descobrir qual foi o raciocínio que teve ao resolver este problema.

228 → Tower → João ✓ João → Tower → 228 ✓
 515 → Quarto do Mário → River ✓ Mário → River → 515 ✓
 986 → Sky → Luís ✓ Luís → Sky → 986 ✓

O quarto 228, no Hotel Tower e nele está o João João, porque sabendo que o Mário está no quarto 515, no Hotel River e o Luís no Sky, o João tem que estar no que sobra.
 (não consegui explicar) *Sugestões para melhorares a tua explicação:*
Começa por dizer qual foi o primeiro dado que descobriste.
Como o fizeste?
O que descobriste a seguir? Poder explicar através de palavras ou com a ajuda de esquemas.

Figura 49 – Primeira fase de resolução do problema 2 (Carlos)

Lendo a frase escrita pelo aluno com atenção, é possível compreender que este tentou descobrir qual foi o hotel em que o João ficou, utilizando um método de exclusão de partes. No entanto, a informação apresentada é demasiada e ligeiramente desorganizada, o que prejudica a clareza de interpretação das suas palavras. Para além disso, o próprio aluno refere que não sabe como continuar a sua explicação. Tendo isto em conta, o feedback dado ao aluno recorre à interrogativa com o objetivo de que as respostas às perguntas do feedback permitissem ao aluno organizar o seu pensamento e continuar a sua explicação seguindo os mesmos passos de organização do raciocínio. Para além disso, o feedback também se foca claramente na produção escrita do aluno, e tenta ser adequado às dificuldades de redação de Carlos.

No entanto, após ter recebido e lido este feedback escrito, ainda com insegurança, o aluno solicitou a minha ajuda durante a segunda fase de resolução do segundo problema. Carlos questionou-me: “eu tenho de voltar a explicar?” (aula, Carlos, 01/02/2022), mostrando a sua preocupação ao dizer “não consegui explicar por isso escrevi [isso], como é que...” (aula, Carlos, 01/02/2022) deixando a entender que gostava de saber como é que poderia explicar o seu pensamento. A estas perguntas respondi: “ora, consegues responder a estas perguntas aqui? [apontando para o feedback escrito]. São capazes de te ajudar” (aula, autor, 01/02/2022). Após esta interação verbal, o aluno continuou a resolver o problema e entregou a sua segunda resolução do problema (Figura 50).

Hotéis
 Sky $\rightarrow$ 986 $\rightarrow$ Luís
 River $\rightarrow$ 515 $\rightarrow$ Mário
 Tower $\rightarrow$ 228 $\rightarrow$ João

Como só falta caber um Hotel, no que falta vai ser o River, porque os outros o texto já diz qual o número do quarto de cada Hotel.

De seguida, como eu sei que o Luís foi ao quarto 228 ele não poderia ser do Hotel Tower então só pode ser do Sky e como só falta o João e um Hotel e só preencher com os que faltam, o João é do Tower e o Mário do River.

Figura 50 – Segunda fase de resolução do problema 2 (Carlos)

Com uma rápida leitura, podemos ver que a explicação do raciocínio aparenta estar mais organizada e abordar todos os passos necessários à resolução do problema. Com uma leitura cuidadosa, descobrimos que a primeira frase da explicação se refere a uma nova resolução esquemática apresentada antes do texto, sendo que, na redação, apesar de se encontrem descritos quais são os dados do enunciado que lhe permitem chegar à conclusão descrita, falta a explicação de um componente essencial à clareza da escrita que é a relação que os dados têm em si. Na restante produção escrita do aluno, apesar de faltarem alguns elementos à explicação, é possível pensar nesses elementos enquanto condições implícitas aos respetivos passos dados.

Atendendo à grande melhoria de resolução entre a primeira e a segunda fase de resolução, e à consciência demonstrada pelo aluno das suas dificuldades, apenas assinali a sua resposta como correta, e fiz o comentário presente na Figura 51 enquanto observação final. Este comentário, novamente reconhecedor do esforço do aluno, volta a dar pistas de ação futura de modo que a sua capacidade de resolução de problemas continue a melhorar, sendo que o conselho dado não difere muito da observação realizada no final da segunda resolução do primeiro problema, pois, tal como vimos, o foco na organização do pensamento ajudou imenso o Carlos.

Obs.: Bom trabalho! []
 Conseguiu melhorar bastante a tua explicação.
 Sempre que sentires dificuldades em descrever o teu raciocínio, tenta dividi-lo em pequenos passos.

Assinatura Prof.: *[assinatura]*

Figura 51 – Observação à resolução do problema 2 (Carlos)

5.2.3.3. Terceiro problema

Em relação à resolução do terceiro problema (Figura 52), a explicação do aluno remete para uma resolução através de tentativa-erro, apesar de não demonstrar quais foram as suas tentativas nem os critérios utilizados na seleção dos números a considerar. Para além disto, a sua primeira frase demonstra uma parcial compreensão dos dados do problema, essenciais à sua resolução. Estas falhas de explicação da influência de alguns dos dados na sua resposta também se verificam nos cálculos apresentados pelo aluno.

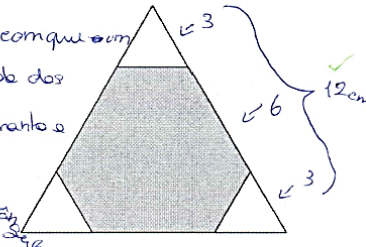
1. Cortaram-se três triângulos equiláteros geometricamente iguais a partir dos cantos de um triângulo equilátero maior com 12 cm de lado, como se pode ver na figura.

A soma dos perímetros dos três triângulos pequenos é igual ao perímetro do hexágono a cinzento.

Qual é o comprimento do lado dos triângulos mais pequenos?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.



Eu pensei o numa forma de fazer com que um dos lados fosse 12 em mas que o lado dos triângulos pequenos fosse o mesmo tamanho e menor que o lado do hexágono.

$3 + 3 = 6$ ← soma dos lados do triângulo

$12 - 6 = 6$ ← lado do hexágono

$3 + 3 + 6 = 12$ ← lado completo do triângulo grande.

Os triângulos pequenos têm 3cm de lado comprimento do lado.

→ Falta verificar se as medidas que descobriste estão de acordo com a frase sublinhada no enunciado.

Figura 52 – Primeira fase de resolução do problema 3 (Carlos)

Tal como Júlia, este aluno utilizou a figura do problema para assinalar os dados descobertos, fornecendo, por baixo do texto, os cálculos através dos quais chegou a esses mesmos dados. Podemos observar que começou por considerar a medida do lado do triângulo mais pequeno como 3cm, e verificou qual teria de ser o valor da medida do lado maior do hexágono. No entanto, apesar de apresentar cálculo corretos, não explorou a condição de igualdade de perímetro, fundamental à verificação da sua resposta.

Tendo em vista esta falha, o feedback escrito foi dirigido à resposta do aluno e teve como objetivo salientar os pormenores negligenciados por ele. Tentei alcançar este objetivo ao remeter o aluno para uma nova leitura atenta do enunciado, realçando a frase que descreve as condições que ainda devia ter em conta na sua explicação.

Reconheço que este feedback, apesar de claro, poderia ter sido facilitado na forma interrogativa.

Como podemos ver na Figura 53, o aluno responde ao feedback escrito dado, fundamentando a sua afirmação com a apresentação dos respetivos cálculos. Também é possível reparar que o aluno pareceu estar indeciso sobre como começar a sua construção frásica, fundamentando as minhas suspeitas de que o aluno compreende claramente os enunciados e tem um bom desempenho na resolução de problemas, mas que precisa deste trabalho focado na explicação para continuar a melhorar esta sua capacidade.

~~O perímetro dos triângulos todos é 9~~
 A soma dos perímetros dos triângulos é 27cm e o perímetro do hexágono também é 27.

$$\begin{array}{l} 3+3+3=9 \\ \text{triângulo} \end{array} \quad \begin{array}{l} 9 \times 3 = 27 \\ \text{perímetros} \end{array} \quad \begin{array}{l} (6+6+6+9) = 27 \\ \text{soma do todo} \end{array}$$

Figura 53 – Segunda fase de resolução do problema 3 (Carlos)

Relativamente à observação final (Figura 54), juntamente com o reconhecimento da qualidade da evolução do aluno, salientei a importância da verificação da relação entre os resultados encontrados e os dados do problema, ou seja, a importância de refletir sobre as soluções que obtemos, pormenor essencial ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas.

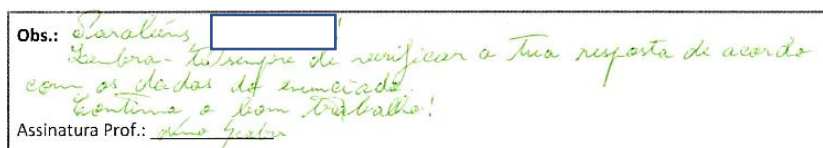


Figura 54 – Observação à resolução do problema 3 (Carlos)

5.2.4. Em conversa com Carlos

Num primeiro momento de discussão durante a entrevista, enquadrado pela explicação do decorrer dos “10 minutos a pensar e a comunicar”, solicitei ao aluno que exprimisse a sua opinião em relação a este momento de aula:

eu acho que [os “10 minutos a pensar e a comunicar”] foi uma atividade que acaba por ajudar bastante os alunos, não só em termos de Matemática, porque aquilo tinha a ver com Matemática, mas também para mim tinha mais a ver com lógica, e parecia um pouco mais fácil. (entrevista, Carlos, 29/04/2022)

É possível perceber que esta opinião vai ao encontro do critério de escolha dos problemas utilizados ao longo de todas as edições deste momento, demonstrando a sua importância na captação do interesse dos alunos para a resolução de problemas. Para além disso, o aluno acrescentou que o momento “é bom para passar tempo e até se aprende mais” (entrevista, Carlos, 29/04/2022).

Quando o aluno foi questionado sobre a sua preferência entre os problemas que tinha de resolver por escrito e os problemas em que era necessário apresentar uma resolução oralmente, Carlos afirmou o seguinte: “eu prefiro as fichas, mas o que eu acho melhor é o [momento] de ir ao quadro e falar oralmente” (entrevista, Carlos, 29/04/2022). Naturalmente, pedi um esclarecimento sobre a razão de tal preferência, ao qual o aluno respondeu argumentando: “eu prefiro a escrita, porque sou um pouco mais preguiçoso, e não gosto muito de falar” (entrevista, Carlos, 29/04/2022), acrescentado que sentiu que as situações em que tinha de explicar o seu raciocínio oralmente eram melhores, pois permitiram que trabalhasse a componente na qual sente que tem mais dificuldades a combater.

Acerca dos problemas que mais tinha gostado, o aluno admitiu o seguinte:

é um bocado difícil de responder (...), mas este aqui, o dos números magos, dá um bocado mais de trabalho a ser feito, e este aqui [problema de lógica] é só pensar assim um bocado e associar ao fazer um esquema, e acho mais fácil, (...) e no dos triângulos, acho que na altura cheguei à resposta rapidamente. (entrevista, Carlos, 29/04/2022)

No entanto, logo após ter dado esta resposta, Carlos também afirmou que o problema no qual sentiu mais dificuldades a explicar foi o segundo problema, ou seja, o problema de lógica que ele próprio achou mais fácil de resolver. No caso deste aluno, podemos observar que a preferência pelo tipo de problema não depende da facilidade que este tem em explicar o raciocínio. Aliás, o aluno afirma que: “em termos de gosto, eu não ligo assim muito à Matemática, mas eu acho que este aqui dos hotéis foi o que mais gostei, não sei bem porque, parece diferente” (entrevista, Carlos, 29/04/2022), ou seja, independentemente da facilidade ou dificuldade que um aluno demonstre em relação à disciplina de Matemática, é possível desenvolver esta capacidade em qualquer aluno desde que se tente que a tarefa aplicada seja adaptada de modo a que todos os que a realizem se sintam desafiados, e que, novamente, o problema em si capte a atenção.

Pareceu-me importante procurar perceber se o interesse do aluno se mantém quando este tem de raciocinar sobre o mesmo problema uma segunda vez. Consequentemente,

questionei Carlos sobre a sua opinião em relação às tarefas realizadas em segunda fase contempladas nesta intervenção pedagógica e sobre o inerente feedback, ao que o aluno respondeu: “eu acho que é bom, porque se nos dão a ajuda para resolver o exercício, vou resolver e eu acho (...) que consegui explicar melhor depois, e isso [o feedback] ajuda a explicar o que penso” (entrevista, Carlos, 29/04/2022). Devo admitir que, quando ouvi estas palavras, senti-me gratificado pelo facto de o aluno ter sentido que a experiência não foi em vão para a sua aprendizagem. Aliás, agora apenas relativamente ao feedback, o aluno também adianta: “por acaso até ajuda bastante, e eu achei que com essas ajudas se torna mais fácil (...) mas eu estava realmente com dificuldades em explicar esse [problema de lógica], por isso é que eu escrevi mesmo que não consegui explicar” (entrevista, Carlos, 29/04/2022). Pelas diversas menções do aluno ao segundo problema e à dificuldade que teve em explicar a sua resolução, podemos ver que o próprio aluno dá importância à necessidade de conseguir exprimir como resolve um problema, para além de o conseguir resolver.

Nos momentos finais da entrevista, Carlos também foi questionado sobre a preferência que sentia entre o feedback oral e o feedback escrito, tornando-se esta questão ainda mais pertinente pelo facto de ter existido uma interação em sala de aula com ele, por sua solicitação. Tendo a sua experiência em conta, Carlos refere que: “eu acho que se entende mais facilmente, dependendo da explicação, oralmente, porque por escrito há vezes em que eu posso não entender, (...) e oralmente posso sempre perguntar outra vez se não perceber” (entrevista, Carlos, 29/04/2022). Este argumento do aluno confirma uma das vantagens do feedback oral, isto é, a vantagem de poder existir uma resposta imediata à dúvida do aluno. Para além disso, este argumento de Carlos salienta a necessidade de se utilizar diversas ferramentas de regulação das aprendizagens, visto que independentemente poderão ser boas ferramentas, mas que quando se dá a oportunidade de se complementarem, o benefício para o aluno é apenas ampliado.

5.2.5. As produções escritas de Daniela

Daniela, tal como Júlia, é uma aluna bastante empenhada e participativa nas tarefas propostas, tendo solicitado feedback oral nas segundas fases de resolução do segundo e do terceiro problemas.

5.2.5.1. Primeiro problema

Quanto à primeira resolução do primeiro problema (Figura 55), podemos observar de imediato que a aluna começa por explicar a sua estratégia de descoberta de números magos que contrasta com a estratégia de Júlia, que começava por considerar o algarismo das dezenas. Daniela começa por considerar o algarismo das unidades, analisando a sua paridade e consequente influência sobre o algarismo das dezenas, fornecendo alguns números como exemplos. Para além disso, esta aluna apresenta explicação do seu raciocínio bem organizada, recorrendo à linguagem escrita, assim como à representação visual daquilo que explica por texto.

Como podemos ver todos os números que começam com um número ímpar, ~~so podem~~ para ser considerada um número mágico, ~~se~~ tem que ter o ~~seu~~ algarismo das dezenas com um número par e o das unidades ímpar.
e.g. 41, 43, 45...

Já os números pares é o contrário, ~~se~~ tem de ter, no caso das dezenas um número ímpar e nas unidades um número par.
e.g. 52, 72, 92...

R: Existem 45 números mágicos.

10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40 42 44 46 48 50 52 54 56 58	60 62 64 66 68 70 72 74 76 78 80 82 84 86 88 90 92 94 96 98
--	---

Bom trabalho, !

Como desafio extra, tenta resolver o problema presente no verso da folha.

Figura 55 – Primeira fase de resolução do problema 1 (Daniela)

Ao invés de descobrir como é que através desta estratégia de descoberta de números poderá descobrir uma estratégia de contagem, a aluna enumera todos os números magos e apresenta uma contagem final correta como resposta.

Dada a correção e completude de resposta apresentada pela Daniela, o feedback escrito à (primeira) resolução do primeiro problema e a sua respetiva análise são iguais aos realizados para o caso de Júlia. Assim, Daniela, no momento da segunda fase de resolução do primeiro problema recebeu o mesmo desafio que Júlia para resolver.

Nesta segunda resolução (Figura 56), Daniela já não apresenta uma descrição da sua estratégia, mas, tomando em conta a referência que o enunciado do desafio extra faz ao enunciado do primeiro problema, para questões de completude, considerei que a aluna já tinha explicado a sua estratégia, visto que a organização dos dados na tabela apresentada deixa a suspeitar que a aluna começou por considerar de novo o algarismo das unidades. Infelizmente, apesar de considerar os números magos anteriormente encontrados, como solicitado pelo enunciado, a aluna apenas contou 44 novos números magos, apesar de, na sua tabela, estarem escritos os 45 novos números a considerar, ou seja, resolveu corretamente o problema, mas teve uma falha mínima na sua resposta. Como tal, o feedback dado salientou claramente o que devia ser corrigido e como o fazer. Dada a simplicidade do erro (que me pareceu mais uma gralha do que um erro), decidi não recorrer à forma interrogativa, pois considerei possivelmente prejudicial à clareza do feedback.

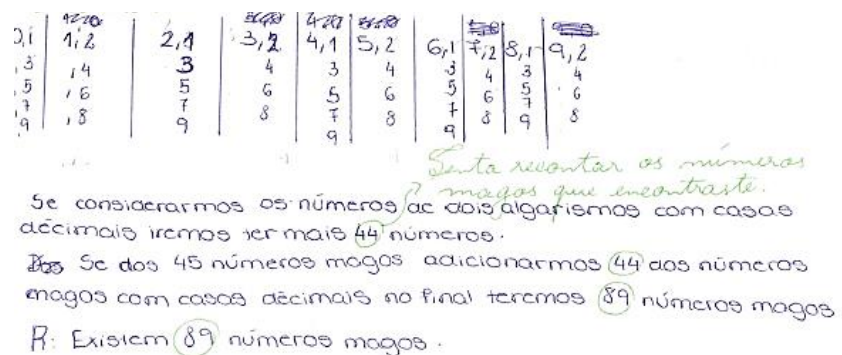


Figura 56 – Segunda fase de resolução do problema 1 (Daniela)

Por fim, a observação final dada a Daniela (Figura 57), apesar de semelhante à observação final de Júlia analisada anteriormente, também se focou em congratular a aluna pela resolução bem conseguida do desafio extra apresentado, ou seja, foi diferenciado de acordo com o trabalho de cada uma delas.

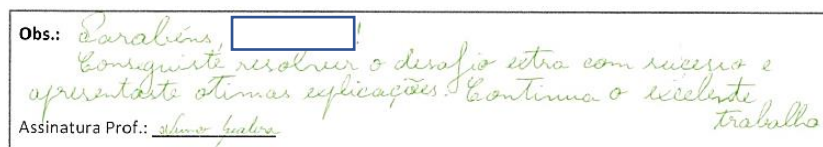


Figura 57 – Observação à resolução do problema 1 (Daniela)

5.2.5.2. Segundo problema

No que diz respeito à primeira fase de resolução do segundo problema (Figura 58), a aluna manteve o nível de correção e completude demonstrados na primeira resolução do primeiro problema, para além de manter uma organização notável ao longo da sua

produção escrita. Como podemos ver, primeiramente, apresenta uma solução ao problema na forma de esquema, e, seguidamente, anuncia que irá apresentar a sua explicação. Quanto à explicação em si, Daniela aborda, com clareza e rigor, todos os passos necessários à resolução deste problema, mostrando que conseguiu compreender tanto os dados do problema, como o que era solicitado. Para além disso, é possível observar algumas correções que a aluna foi fazendo à medida que tentava explicar o seu raciocínio, ou seja, enquanto estava a redigir, Daniela estava consciente do que já tinha escrito, do que ainda precisava de escrever, e das relações entre os dois fatores.

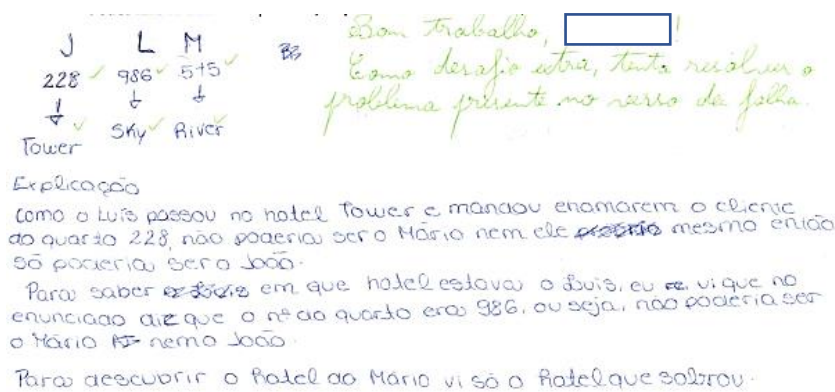


Figura 58 – Primeira fase de resolução do problema 2 (Daniela)

Visto que a aluna se encontrava na posição ideal a ser desafiada, o feedback escrito dado à aluna neste segundo problema teve esse mesmo propósito.

Na resolução do desafio extra (Figura 59), durante a segunda fase de resolução do segundo problema, Daniela solicitou o meu feedback oral pouco tempo após a entrega das produções escritas. Dado o momento temporal em que o feedback foi solicitado, suspeitei que existisse alguma questão relacionada com o enunciado do desafio extra, visto que este era o mais extenso até ao momento, para além de ter sido escrito à mão. Na verdade, a aluna apenas queria solicitar confirmação da sua compreensão dos dados do problema ao questionar "Justo é mesmo o apelido, certo?" (aula, Daniela, 01/02/2022), ao qual respondi simplesmente que sim, observando a aluna a voltar rapidamente ao trabalho. Após esta curta interação com Daniela, a aluna voltou rapidamente ao trabalho.

• O primeiro murmurou uma palavra que não deu para perceber. Justo
 • O segundo afirmou: "Ele disse que era um Rasteiro".
 • O terceiro afirmou: "Não foi isso que ele disse? Tu estás sempre a mentir". Justo
 A que família pertence cada uma das três pessoas?
 Explica como chegaste à tua resposta.

1º família -> fala sempre a verdade -> Justo
 2º família -> nunca fala a verdade -> Rasteiro

1º rapaz -> família Justo
 2º rapaz -> família Rasteiro
 3º rapaz -> família Justo

Eu comecei a ler o enunciado e reparei que o 3º rapaz é da família Justo, porque ele falou a verdade ao dizer que o 2º rapaz ~~se~~ diz sempre mentiras.
 O 2º rapaz é da família Rasteiro, porque como ele diz umas mentiras só pode ser dessa família.
 O 1º rapaz ~~é~~ disse que era da família Justo. Como podemos ver o 2º rapaz diz que ele (o 1º) é da família Rasteiro, mas como ele (o 2º rapaz) só diz mentiras é como só há 2 famílias ~~em~~ então o 1º rapaz só pode ser um ~~aldeão~~ da família Justo.
 Será que consigo descobrir a família do 1º rapaz? Para isso tenho de falar sobre o que ele disse, mas sobre o que é.

Figura 59 – Segunda fase de resolução do problema 2 (Daniela)

Posteriormente, surgiram as outras anotações a lápis presentes na produção da aluna (Figura 59) que mostram como constantemente tentou relacionar os resultados que foi obtendo com os dados do enunciado.

Relativamente ao feedback dado a esta resolução, tive em conta a dificuldade causada pela inexistência de dados suficientes para determinar a família a que pertence o primeiro aldeão, utilizando uma questão para levar a aluna a refletir sobre um pormenor essencial do enunciado. Apesar de não incluir a correção do erro, é possível deduzir que, implicitamente, o feedback sugere que o primeiro aldeão não pertence a nenhuma família. Novamente, tendo em conta a dificuldade deste desafio extra, e o facto de não existir um segundo momento de resolução deste desafio extra na sala de aula, decidi redigir a questão como se pode ver na parte inferior Figura 59.

Quanto à observação final (Figura 60), para além da merecida congratulação, acreditei ser importante adequar o feedback escrito em relação ao que observei nas resoluções de Daniela e salientar a capacidade impressionante da aluna de conseguir abordar um problema e explicar como o faz.

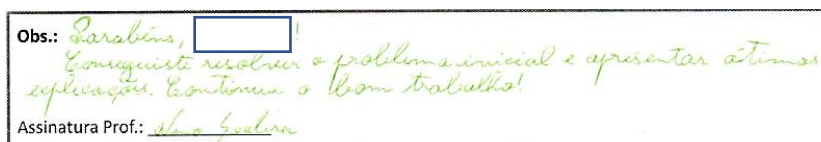


Figura 60 – Observação à resolução do problema 2 (Daniela)

5.2.5.3. Terceiro problema

A primeira resolução de Daniela do terceiro problema (Figura 61) traz diversos dados interessantes a analisar, quer da resolução da aluna, quer do feedback escrito e oral que lhe foi dado.

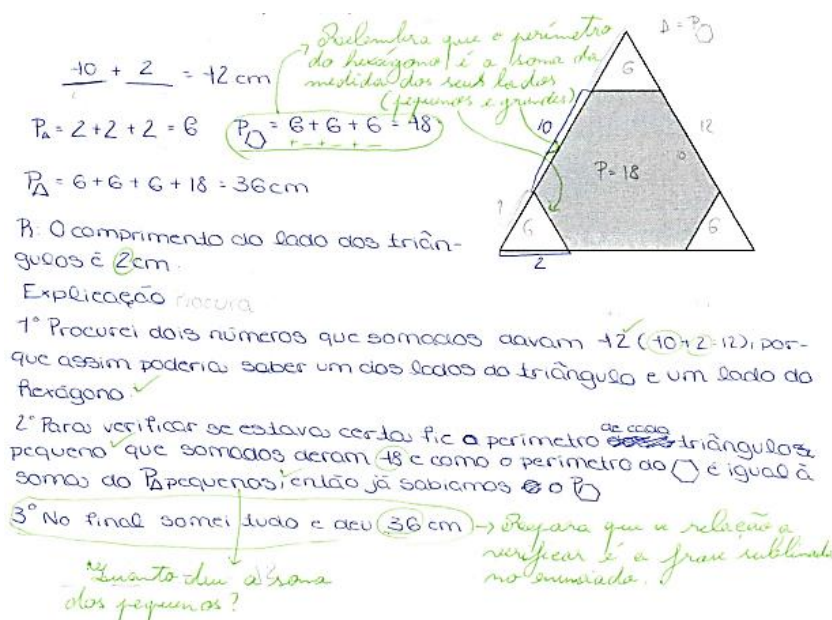


Figura 61 – Primeira fase de resolução do problema 3 (Daniela)

Em primeiro lugar, mesmo com uma resolução incorreta, devido ao esforço revelado pela aluna em explicar cada passo da sua resolução detalhadamente, foi possível identificar rapidamente o que falhou no raciocínio dela. Por um lado, através dos cálculos apresentados, do raciocínio redigido, ou dos dados assinalados na figura, percebe-se que existiu uma compreensão errónea entre a relação do comprimento do lado do triângulo maior, com o comprimento da medida do triângulo menor e o comprimento do lado maior do hexágono. Por outro lado, através dos últimos cálculos e

da última descrição apresentada, suspeitei que ela interpretou erradamente que o valor solicitado no enunciado era o valor da soma dos perímetros de todos os triângulos menores juntamente com o perímetro do hexágono.

Em segundo lugar, foram dados à aluna três feedbacks escritos distintos. Em retrospectiva, um exagero, pois poderia ter sido mais eficiente na minha abordagem. O feedback presente no topo da Figura 61 tenta informar a aluna quanto ao facto de afirmar que o perímetro é 18, algo que assinala a lápis no interior do hexágono, mas tem ao seu dispor as medidas dos diferentes lados do hexágono, assinalados por mim, para poder verificar a sua afirmação sobre o perímetro do hexágono, ou seja, fornece pistas sobre um método de verificação da sua tentativa.

O feedback presente no canto inferior esquerdo da mesma imagem (Figura 61) utiliza a interrogativa para questionar a aluno sobre cálculos já efetuados que não têm uma influência direta nas causas da resolução incorreta deste problema, ou seja, a falta de pistas a seguir através deste feedback escrito torna-o dispensável. O feedback à direita deste último analisado já se torna relevante ao apontar um caminho para a aluna seguir ao sugerir comparar a resposta dada pela aluna com as indicações dadas pelo enunciado, sendo que, neste caso, poderia ter sido melhor comparar com a questão presente no enunciado para esclarecer qual era a solução pedida. Mesmo assim, este último feedback escrito aborda uma das dificuldades encontradas previamente na resolução da aluna.

Relativamente à segunda resolução do terceiro problema de Daniela (Figura 62), apenas podemos observar algumas anotações a lápis no fundo da folha. Através destas anotações é possível perceber que a aluna percebeu que as relações que considerou na sua primeira resolução não estavam corretas, mas suponho, com base nos cálculos apresentados, que a aluna tentou descobrir novas relações ela própria ao invés de relacionar com as condições do enunciado, sendo que uma delas foi sublinhada.

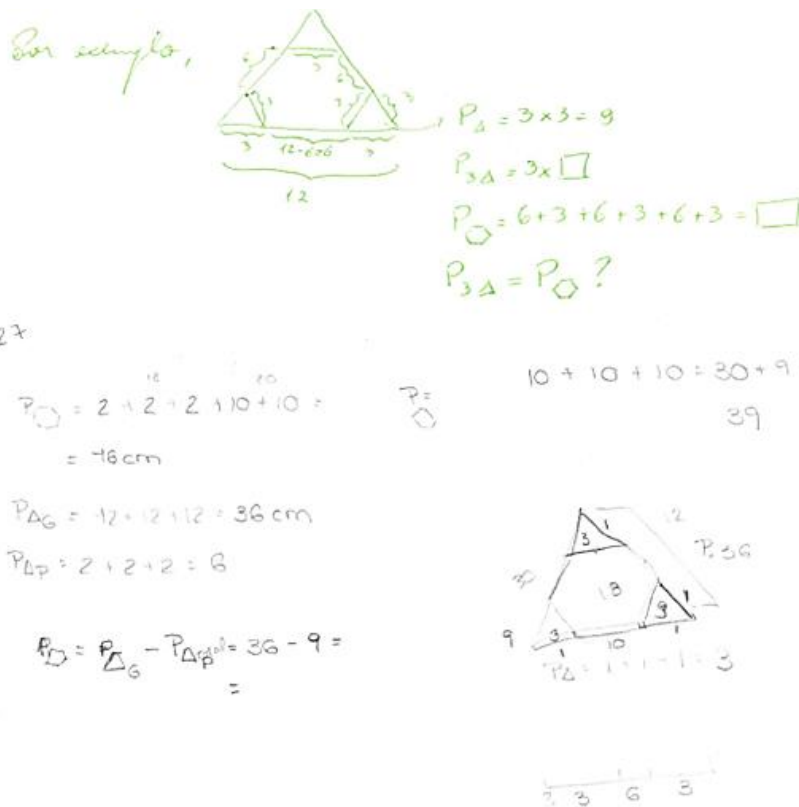


Figura 62 – Segunda fase de resolução do problema 3 (Daniela)

Na própria interação que tive com a aluna durante este momento de resolução de problemas, ela afirmou: “não estou a conseguir perceber como fazer o problema” (aula, Daniela, 22/02/2022). Questionei-a: “antes de resolveres, o que é que o problema te pede?” (aula, autor, 22/02/2022), tentando organizar o raciocínio da aluna pela compreensão do objetivo da tarefa. Após a compreensão do solicitado, deixei a aluna a refletir sobre o problema ao sugerir uma leitura atenta das condições do enunciado e “à tua maneira, tenta escrever o que o enunciado te diz com as tuas contas” (aula, autor, 22/02/2022), isto é, optei por guiar a aluna numa escrita, mesmo que com linguagem simbólica, dos dados do enunciado de modo a perceber melhor o significado dos cálculos que ia efetuando.

Posteriormente à recolha destas últimas produções escritas, tentei utilizar linguagem simbólica criada e utilizada pela própria aluna para criar um esquema que relacionasse os dados do enunciado com esse mesmo esquema presente na parte superior da imagem anterior (Figura 62). Neste feedback, foi sugerida uma opção de valores a considerar com o objetivo de a aluna verificar se essas podiam ser as medidas que estava à procura. As contas que a aluna aparentou dominar já estavam realizadas, de modo a permitir que a aluna se focasse em compreender os cálculos cujo significado

mais dificuldades lhe trouxeram. Apesar deste feedback utilizar simbologia, é compensado pelo objetivo de fornecer pistas de resolução e de organização da informação enunciada de modo a poder melhorar esta sua resolução autonomamente.

Analisando a Figura 63 com a redação da observação final a este problema, é possível observar um claro reconhecimento da capacidade de explicação do raciocínio de Daniela, juntamente com uma referência para o último feedback dado referido no parágrafo anterior. Dado o interesse e persistência demonstrados pela aluna durante a resolução deste problema ao longo dos dois momentos dos “10 minutos a pensar e a comunicar”, considerei que a aluna apenas teria a beneficiar ao receber um feedback como aquele.

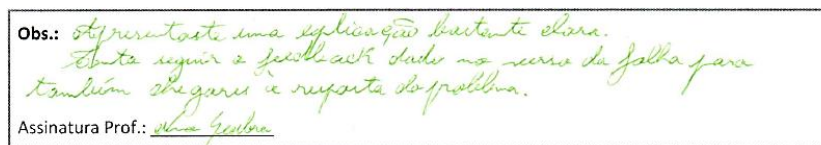


Figura 63 – Observação à resolução do problema 3 (Daniela)

5.2.6. Em conversa com Daniela

Na entrevista que realizei com esta aluna, o diálogo rapidamente se orientou para a discussão dos problemas em que Daniela mais facilidade teve, dizendo que: “o mais fácil acho que foi este [problema de contagem], e depois acho que foi este [problema de lógica]” (entrevista, Daniela, 06/05/2022). No entanto, a aluna esclarece esta sua opinião ao afirmar que repara no acréscimo de dificuldade pela quantidade de vezes que tem de ler um enunciado até o compreender. Relativamente à sua preferência, a aluna partilha que o seu problema favorito foi o problema de lógica dos aldeões, pois teve de ler diversas vezes durante o próprio processo de resolução, apesar de compreender os passos que seriam necessários dar para encontrar uma solução desde o início. Com estas duas opiniões da aluna, observamos que apesar da dificuldade de resolução, para Daniela, estar ligada à leitura do enunciado, é possível esclarecer que é na leitura para a compreensão que se revelam os entraves para o sucesso, e não na leitura para a resolução.

Ao tentar encontrar uma possível relação entre as preferências de Daniela e as dificuldades que teve na resolução dos problemas, convidei-a a tentar explicar o que para ela foi mais difícil de fazer ao longo da intervenção pedagógica. A aluna começa por dizer:

No início achava que ia ser muito mais difícil (...), mas gostei imenso porque como acho que são fáceis, e como eu acertei, traz assim muita motivação para continuar a estudar Matemática, é por isso que eu gosto destes problemas, porque me faz sentir motivadas, para não desistir da Matemática. (entrevista, Daniela, 06/05/2022)

Ao começar a ouvir esta explicação, suspeitei que, para esta aluna, as tarefas fossem vistas mais enquanto exercícios do que problemas, mas antes de precipitar as minhas suspeitas, continuei a ouvir atentamente a aluna, que explica a razão pela qual considerou estes problemas como fáceis: “eu nunca fui muito boa a Matemática (...) mas às vezes é só mesmo perceber o problema, (...) é só mesmo pensar assim um bocadinho ou ler várias vezes que já se consegue chegar a uma solução” (entrevista, Daniela, 06/05/2022). Com esta última citação podemos ver que a aluna apenas considera a dificuldade de interpretar um enunciado e a dificuldade de chegar à solução enquanto critérios de avaliação de um problema. No entanto, apesar de Daniela não relacionar conscientemente a explicação do raciocínio com a dificuldade de resolução do problema, é possível ver que a importância deste fator para o desenvolvimento pessoal não passa despercebida à aluna: “sinto-me assim mais à rasca é para explicar, mas tento sempre passar o que eu pensei ao escrever, (...) mas tenho de tentar melhorar isso, o explicar, o porquê” (entrevista, Daniela, 06/05/2022).

Num comentário referente a problemas não relacionados com a intervenção pedagógica, surge a seguinte observação: “fico mais confusa quando [os problemas] são mais com matéria, dou-me melhor com os de raciocínio” (entrevista, Daniela, 06/05/2022). Esta pequena nota feita pela aluna não foi condicionada por qualquer questão, mas torna-se relevante ao confirmar, novamente, a importância dos critérios de escolha dos problemas na realização de uma intervenção pedagógica como esta.

Tendo em conta que as tarefas da intervenção pedagógica foram realizadas em duas fases, questionei a aluna sobre se sentia preferência pelas aulas em que tinha ela própria a oportunidade de refletir de novo sobre os problemas, ou pelas aulas em que, após uma produção escrita, já era realizada a correção no quadro em discussões de grupo turma, ao que a aluna simplesmente responde: “prefiro ver no quadro do que estar eu a resolver e a chegar a um resultado, ou às vezes a não chegar” (entrevista, Daniela, 06/05/2022). Relembrando a dificuldade que a aluna teve ao resolver o terceiro problema, acabando por não conseguir chegar a uma solução nem a uma resolução satisfatória, percebe-se que realizar uma tarefa em duas fases sem conseguir

apresentar melhorias na segunda fase de resolução de algum dos problemas pode ser um fator desmotivante.

Tendo este último problema em mente, e uma autoanálise prévia relativamente ao feedback que dei à aluna, não pude deixar passar a oportunidade de questionar a aluna sobre a influência que o feedback pode ter tido nas suas produções escritas. Daniela esclareceu que: “fiquei um bocado confusa [com o feedback do último problema], mas também consegui perceber os outros” (entrevista, Daniela, 06/05/2022), explicando igualmente que sentia uma maior dificuldade na compreensão do feedback se não tiver conseguido compreender previamente o problema sozinha. No entanto, faz parte do papel do professor auxiliar esse processo de compreensão e aprendizagem. Esta parte da entrevista evidencia claramente um caso em que a intervenção pedagógica não foi totalmente proveitosa para a aprendizagem da aluna, sendo, no entanto, um ótimo momento de aprendizagem no meu percurso profissional.

Para satisfazer uma questão de curiosidade, questionei a aluna sobre a sua preferência em relação aos problemas que resolveu tendo em conta os respetivos desafios extra: “eu achei interessante os dois, mas eu achei mais interessante este [desafio extra do segundo problema], porque eu consegui perceber bem e era preciso pensar um bocado (...) e gostei de conseguir resolver” (entrevista, Daniela, 06/05/2022).

Em relação ao tipo de feedback que a aluna recebeu durante a intervenção pedagógica, foi pedida uma opinião na qual comparasse o feedback oral com o feedback escrito. Passo a citar a aluna: “eu acho que prefiro [feedback] oral do que escrito, porque (...) consigo entender melhor a resolução do problema se [es]tiver a falar, e a apontar, e a explicar, do que se estiver já lá escrito” (entrevista, Daniela, 06/05/2022). Com esta resposta, percebi que, para um feedback ser efetivo para esta aluna, tem de ter em conta o processo de raciocínio, isto é, tem de acompanhar a construção do pensamento sobre o problema e intervir no momento crítico em vez de, simplesmente, apontar pistas de resolução.

5.2.7. As produções escritas de Tília

A Tília é uma aluna bastante empenhada e participativa nas atividades que não necessitem da utilização da oralidade. Consequentemente, tal com Júlia, não possuo nenhum registo de interação com a aluna durante os momentos de resolução de

problemas nas aulas de Matemática, ou seja, todas as interações verbais a que recorro como evidências provêm da entrevista realizada com a aluna.

5.2.7.1. Primeiro problema

Com a primeira resolução do primeiro problema de Tília (Figura 64) surge um método de resolução que não estava à espera. Para além de me surpreender com a quantidade de detalhes fornecido na explicação do seu raciocínio, a aluna revela compreender como são os números solicitados no enunciado do problema ao ponto de ser capaz de relacionar a existência de números não magos com a totalidade de números de dois algarismos considerados. Aos 90 números de dois algarismos considerados, retira os números inteiros que não são magos, 45, obtendo o valor final correto relativo à quantidade de números magos existente, 45. Devo admitir que, em função de deixar esta resolução imaculada de apontamentos desnecessários, apenas transmiti à aluna, no feedback que lhe dei, a sua completude e correção.

R.: Existem 45 números magos. Eu cheguei à minha resposta pensando em, primeiro, quantos números de dois algarismos existem, porque um número mágico tem dois algarismos, em seguida desses 90, eu contei os que não eram magos, ou seja um número que tenha dois algarismos, mas os dois algarismos ímpares, e o resultado deu 45, depois subtraí os números de dois algarismos dos números que não são magos para encontrar a resposta.

Número mágico = $\frac{\text{módulo de dois algarismos}}{\text{um par e outro ímpar}}$

Números pares $\rightarrow 2, 4, 6, 8, 0$

Números ímpares $\rightarrow 1, 3, 5, 7, 9$

Existem 90 números de dois algarismos.

Números que não são magos

11	20	31	40	51	60	71	80	91
13	24	33	42	53	62	73	84	92
15	26	35	44	55	64	75	86	95
17	28	37	46	57	66	77	88	97
19								

$X^{\text{os}} \text{ de dois algarismos} - X^{\text{os}} \text{ que não são magos} = 90 - 45 = 45$

Bom trabalho, Como desafio extra, tenta resolver o problema presente no verso da folha.

$\rightarrow 45 \text{ números de dois algarismos que não são magos}$

Figura 64 – Primeira fase de resolução do problema 1 (Tília)

Relativamente aos pormenores da resolução de Tília, apresenta uma detalhada descrição na forma de texto, na qual explica qual foi a sua estratégia, recorrendo a representações diferentes, como esquemas, cálculos e tabelas. Aliás, apesar de não existir uma referência direta no texto relativamente à relação entre este e as outras representações utilizadas na expressão do raciocínio, a consistência entre as

explicações torna perfeitamente clara a leitura da resolução. Para além disso, podemos observar uma enumeração semelhante à enumeração apresentada por Carlos na primeira resolução deste problema, sendo que no caso de Tília, a enumeração feita é a dos números de dois algarismos não magos.

Relativamente ao feedback escrito dado nesta fase do trabalho, a sua escrita e a sua análise são, em todos os aspetos, semelhantes à análise feita ao feedback dado aos outros três alunos na primeira fase de resolução do primeiro problema.

Para além de ter dado uma resposta ao desafio extra (Figura 65), desta vez a aluna apresentou uma referência à tabela construída na parte da sua resposta em que exprimiu por texto o seu pensamento. É possível observar uma hesitação por parte da aluna em relação a continuar a sua explicação através de uma redação, mas tal não considero que tenha sido necessário, pois, para além de ter mostrado compreender o que o problema solicitava ao traduzir os dados do enunciado num pequeno esquema, o trabalho realizado na primeira fase do problema preparou-a para este desafio.

*Quantos números magos existem se também considerares os números de dois algarismos com casas decimais?
Por exemplo, 3,6 também seria um número mágico.
Não precisas de justificar os 45 números magos que já encontraste.*

R.: No total são 95 números magos. Neste desafio encontrei mais 50 números magos, para isso eu fiz uma tabela para me ajudar.

~~Não precisa de justificar os 45 números magos que já encontraste.~~

~~Número mágico~~ →  um número par e outro ímpar.

Números Magos

1,2	2,1	3,2	4,3	5,2	6,1	7,2	8,1	9,2	0,1
1,4	2,3	3,4	4,5	5,4	6,3	7,4	8,3	9,4	0,3
1,6	2,5	3,6	4,5	5,6	6,4	7,6	8,5	9,6	0,5
1,8	2,7	3,8	4,7	5,8	6,7	7,8	8,7	9,8	0,7
1,0	2,9	3,0	4,9	5,0	6,9	7,0	8,9	9,0	0,9

Repara que 1,0 = 1

50 números magos

$45 + 50 = 95$

Figura 65 – Segunda fase de resolução do problema 1 (Tília)

O erro cometido pela aluna foi devido ao primeiro acréscimo de dificuldade deste desafio (em relação ao problema 1), referido anteriormente, ou seja, a aluna não reparou que os números que escreveu cujo algarismo das décimas era o 0 representavam o número formado apenas pelo respetivo algarismo das unidades. Assim sendo, o pequeno feedback escrito dado à aluna nesta fase de trabalho baseou-se em salientar esse pormenor.

Apesar deste último feedback utilizar o símbolo de igualdade enquanto linguagem simbólica, a sua utilização não prejudica a capacidade a interpretação do feedback. Para além disso, foram assinalados todos os números afetados por este erro, pois, apesar de ter sido possível apenas assinalar um deles enquanto exemplo, pretendi que a aluna apenas se focasse em compreender o significado do feedback e o impacto que teve no resultado, sendo que, mesmo assim, não foi apresentada uma correção do número final de números magos pretendido. Numa reflexão à posteriori, reconheço que o assinalar de todos os casos em que o algarismo das décimas era o zero contradiz este propósito.

Dada a completude da expressão do pensamento em qualquer uma das fases de resolução do primeiro problema, a observação final dada a Tília (Figura 66) teve em conta o reconhecimento do trabalho realizado ao longo de ambas as fases de trabalho.

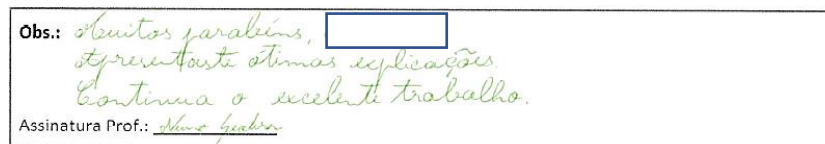


Figura 66 – Observação à resolução do problema 1 (Tília)

5.2.7.2. Segundo problema

Observando qualquer uma das resoluções apresentadas pela aluna neste segundo problema, quer da primeira fase de resolução (Figura 67), quer da segunda fase de resolução (Figura 68), podemos ver que Tília opta por explicar o seu raciocínio através da redação de texto.

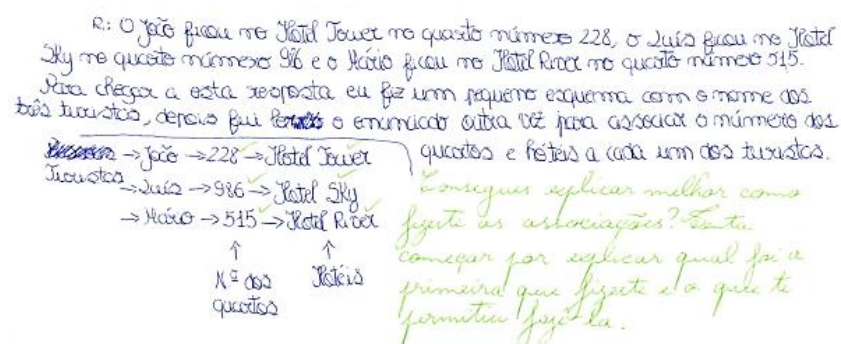


Figura 67 – Primeira fase de resolução do problema 2 (Tília)

Para fazer as associações, comecei primeiro por escrever o nome dos três turistas, para ser mais fácil associar, depois os li e enunciei outra vez, eu colóqui naquele esquema que fiz, a informação associada a cada turista, por exemplo "... Mãos que estava a ver televisão no seu quarto, que era o 515". Depois disso, ainda faltava alguma informação, por isso, ~~eu tentei~~ eu tentei perceber o que faltava de acordo com o enunciado, por exemplo, houve um homem que saiu do hotel, e o Luís foi o único que apareceu em outro hotel, logo ~~eu sei~~ o turista que saiu do hotel para comprar qualquer coisa, foi o Luís.

Figura 68 – Segunda fase de resolução do problema 2 (Tília)

Relativamente à primeira redação (Figura 67), esta baseia-se na apresentação da resposta e na anúncio de uma resolução através de um esquema. No entanto, Tília apenas refere que utilizou os dados do enunciado para chegar à resposta sem explicar como o fez e em que medida é que os dados a ajudaram. Como tal, o feedback dado à aluna nesta fase focou-se na sugestão de melhorar a explicação da resolução feita, recorrendo a uma pergunta e a uma afirmação. A pergunta teve como objetivo desafiar a aluna a refletir sobre a resolução e a afirmação sugeriu um caminho a seguir.

Relativamente à segunda redação (Figura 68), a aluna aceitou o desafio de melhorar a explicação, sendo que, apesar de não ter explicado de acordo com a sugestão, decidiu descrever como é que construiu o seu esquema, como é que os dados do enunciado se relacionavam com ele, e como é que através dessas relações chegou à resposta. Assim, a aluna melhorou a sua resposta ao ponto de estar correta e completa, mostrando que sabe utilizar pensamento lógico para resolver um problema.

Tendo em conta a evolução demonstrada pela aluna entre a primeira e a segunda fase de resolução do problema, a observação final (Figura 69) salientou o bom trabalho realizado pela aluna.

Obs.: Bom trabalho. ☐
 Conseguiste melhorar a tua explicação.
 Continua assim.
 Assinatura Prof.: Ana Paula

Figura 69 – Observação à resolução do problema 2 (Tília)

5.2.7.3. Terceiro problema

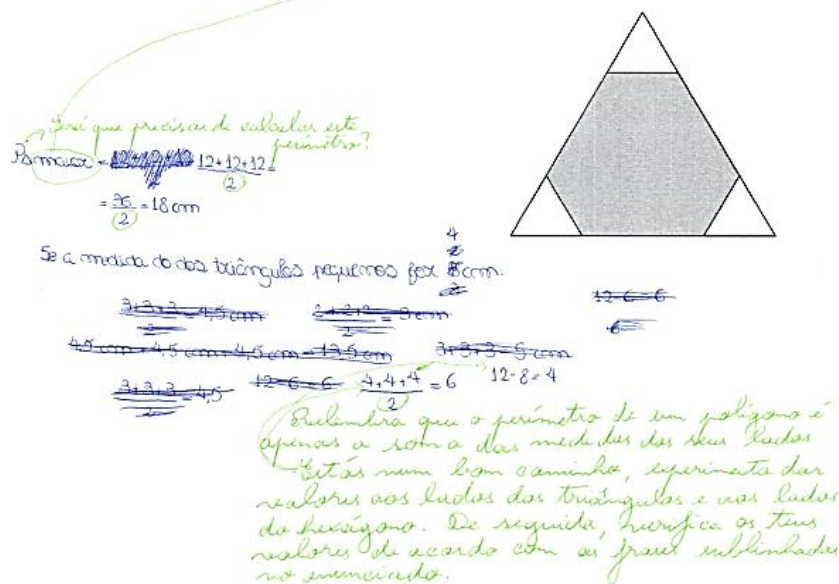
Até agora pudemos observar que Tília aparenta recorrer à construção frásica para explicar a resolução de um problema que consegue resolver. No entanto, com a primeira resolução do terceiro problema (Figura 70) podemos observar que a aluna, ao não conseguir encontrar uma solução para o problema, também não conseguiu organizar

A soma dos perímetros dos três triângulos pequenos é igual ao perímetro do hexágono a cinzentos.

Qual é o comprimento do lado dos triângulos mais pequenos?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.



Devo admitir que o erro cometido pela aluna se deveu a um fator que não esperava que causasse dificuldade, isto é, deveu-se à falha no conhecimento do significado e do cálculo do perímetro de um polígono. De facto, a aluna adiciona todos os números relativos às medidas dos lados dos respetivos polígonos, mas depois divide cada uma dessas somas por dois, e é ao resultado dessa divisão que a aluna associa o significado de perímetro. Assim sendo, o primeiro passo que dei ao elaborar um feedback escrito para esta aluna foi esclarecer o significado de perímetro, utilizando uma linguagem que não fosse culpabilizante nem indicadora de juízos de valor. Aliás, após compreender que, na zona onde a aluna mais riscou os seus cálculos, estão presentes indicações de uma compreensão do enunciado ao tentar descobrir o perímetro de um dos triângulos pequenos e a relacionar corretamente as medidas dos lados dos triângulos mais pequenos com a medida do lado maior do hexágono, salientei que o raciocínio da aluna estava no caminho certo, de modo a encontrar uma solução para o problema, remetendo a aluna para o dado do enunciado que mostrou ainda não ter tentado usar na sua resolução. O feedback presente no topo esquerdo da resolução da aluna também tem

este último objetivo referido, utilizando uma questão que a levasse ao encontro da condição sublinhada no enunciado.

Como podemos observar na Figura 71, a aluna conseguiu encontrar a solução correta e, conseqüentemente, conseguiu explicar detalhadamente a sua resolução. Saliento a primeira linha da resolução, na qual a aluna traduziu o significado de perímetro dado pelo meu feedback com as suas próprias palavras.

Perímetro = soma de todos os lados ✓

Se a medida dos triângulos pequenos for 3 cm

$$P_{\Delta} = 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

~~Perímetro~~ Soma do perímetro de todos os triângulos

$$P_{\Delta} = 9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 27 \text{ cm}$$

(6+6+6)+(3+3+3)=

$$= 18 + 9 =$$

$$= 27 \text{ cm}$$

↑
perímetro do hexágono

~~12 - (3+3) =~~
= 12 - ~~6~~ 6 =
= 6 cm
lado maior do hexágono

R.: O comprimento do lado dos triângulos pequenos é 3cm. Eu cheguei a esta resposta primeiro calculando o perímetro de um triângulo pequeno, se a medida fosse 3 cm, depois somei o perímetro de todos os triângulos pequenos, que me deu 27 cm. Depois peguei no valor do lado do triângulo e subtrai a soma de dois lados de um triângulo pequeno, depois calculei o perímetro do hexágono.

Figura 71 – Segunda fase de resolução do problema 3 (Tília)

Os cálculos presentes na sua resolução são ilustrativos da explicação escrita dada por Tília. Com a explicação dada é possível perceber que a aluna seguiu as indicações do feedback, pois deixa implícito que o valor dado à medida do lado do triângulo mais pequeno foi uma tentativa. Por fim, tendo em conta o percurso realizado pela aluna na resolução deste problema, o comentário final pode ser visto como uma combinação das observações deixadas nas resoluções dos outros dois problemas por parte da aluna (Figura 72).

Obs.: ótimos parâmetros, !
desenvolvendo uma ótima explicação e melhorando bastante a sua resolução.
Continua o excelente trabalho!
Assinatura Prof.: *[assinatura]*

Figura 72 – Observação à resolução do problema 3 (Tília)

5.2.8. Em conversa com Tília

Devo dizer que a entrevista com Tília começou de forma divertida após um comentário da aluna sobre a existência dos “10 minutos a pensar e a comunicar” em todas as aulas: “acho fixe porque posso pensar logo de manhã (...)” (entrevista, Tília, 03/05/2022). Após este comentário dado de forma positiva, a aluna também expôs uma consequência negativa deste momento: “só fico um pouco stressada com o tempo que me resta para fazer o exercício, e para explicar” (entrevista, Tília, 03/05/2022). Apesar de ser verdade que, em todas as resoluções de todas as fases destes problemas, dei dez minutos para os alunos os resolverem e explicarem o seu raciocínio, nunca esse tempo foi levado à risca pela mesma razão exposta por Tília.

Acerca dos três problemas considerados neste trabalho, a aluna admitiu ter sentido preferência pelo problema de lógica, justificando-se: “eu acho que foi porque neste dois eu fiquei um bocado baralhada com o enunciado, ou então não conseguia chegar à resposta, este é melhor, porque é um puzzle” (entrevista, Tília, 03/05/2022). De facto, conseguimos novamente perceber a influência que conseguir resolver um problema tem na motivação de um aluno, para além da realização de uma comparação do segundo problema com um puzzle, ou seja, Tília sentiu que foi o problema que mais se afastou dos problemas que envolvem explicitamente os típicos conceitos e procedimentos abordados numa aula de Matemática.

Relativamente às dificuldades que sente na explicação do raciocínio, Tília mostra-se confiante na sua capacidade desde que tenha as seguintes condições reunidas. Em primeiro lugar, “a escrever eu tenho mais tempo para pensar e posso apagar com a caneta, riscar” (entrevista, Tília, 03/05/2022), ou seja, desde que tenha a oportunidade DE autorregulação à medida que for redigindo. Em segundo lugar, “desde que tenho uma resposta para explicar”, isto é, a aluna necessita de conseguir progredir com a resolução para conseguir avançar com a sua explicação. No entanto, a aluna partilhou que a sua estratégia passa por fazer o seguinte: “para não me perder no raciocínio eu fui escrevendo” (entrevista, Tília, 03/05/2022).

Relativamente a ter uma oportunidade de resolver os problemas uma segunda vez com a existência de uma segunda fase, a aluna não revelou nenhuma preferência, expondo apenas a sua condição de satisfação ao resolver um problema: “gosto de chegar eu até ao fim num problema” (entrevista, Tília, 03/05/2022), ou seja, simplesmente existe uma valorização do trabalho próprio.

Questionei a aluna sobre a influência do feedback no seu trabalho e na evolução das suas capacidades. “Se eu não sei por onde começar é uma ajuda” (entrevista, Tília, 03/05/2022) foi a opinião partilhada pela aluna que resume a sua posição de que o momento em que sente que possa precisar de ajuda é no início de uma resolução, quando as maiores dificuldades são a compreensão da informação fornecida pelo enunciado e a identificação do objetivo do problema. Em relação à evolução da capacidade de resolução de problemas e da capacidade de explicar o raciocínio, apesar de salientar a evolução da sua capacidade de traduzir o pensamento em palavras, afirmou: “acho que evoluíram as duas, a de resolver e de explicar” (entrevista, Tília, 03/05/2022). Para além disto, mostrou indiferença perante o tipo de feedback recebido, apenas dando importância à sua aprendizagem.

5.2.9. Síntese do percurso de quatro alunos

Esta discussão dos resultados relativos aos quatro alunos selecionados para aprofundar a minha compreensão dos objetivos da investigação traçada, apesar de evidenciar resultados diversificados, existem diversos pontos em comum cuja comparação, quer ao nível das produções escritas, quer ao nível das entrevistas, será aqui realizada.

Em primeiro lugar, ao acompanhar a análise das produções escritas dos quatro alunos, podemos reparar que, em qualquer um dos três problemas utilizados na intervenção pedagógica, surgiram, de modo alternado, resoluções tanto mais como menos bem conseguidas. Isto é, quem conseguiu resolver mais facilmente um dos problemas, revelou dificuldades na resolução de um outro problema, não existindo um aluno que tivesse conseguido apresentar todas as suas respostas de forma correta e completa, tal como não existiu ninguém que não tivesse conseguido alcançar uma boa produção escrita. Esta variedade de resoluções reflete fielmente os resultados gerais da turma analisados anteriormente, no início deste capítulo. Note-se que a classificação a Matemática de cada um dos alunos selecionados para esta análise mais aprofundada é variada e que, no entanto, não existe uma consistência suficiente ao nível da correção e completude das resoluções dos problemas sobre as quais se possa afirmar uma possível associação com a classificação em Matemática, pois foi apenas nas entrevistas que alguns dos próprios alunos revelaram a sua posição perante esta disciplina.

Em segundo lugar, quer através das produções escritas, como através dos dados recolhidos nas entrevistas, podemos observar dois pormenores importantes: a

preferência dos alunos por problemas que se afastam claramente dos problemas a que estejam habituados a resolver fora dos “10 minutos a pensar e a comunicar”, e a evolução que cada aluno conseguiu ter.

Quanto à preferência revelada pelos dois primeiros problemas, para além do seu conteúdo, saliento que um outro fator a influenciar esta escolha pode ter sido a menor dificuldade sentida pelos alunos nas suas resoluções, visto ter existido uma concordância em relação à dificuldade acrescida do problema de geometria, o problema 3. Saliento que esta dificuldade, tal como é referido em diversas entrevistas, provém da necessidade de compreender claramente o enunciado do problema para se conseguir avançar com a resolução, algo que menos frequentemente aconteceu no terceiro problema.

Comparando as observações finais dadas a cada aluno, é possível observar uma grande semelhança na felicitação do aluno pelo trabalho realizado. Esta semelhança deve-se à oportunidade de uma segunda resolução de cada problema que todos os alunos tiveram, sendo que, dessa oportunidade, como vimos na análise dos dados da turma, existiram bastantes evoluções positivas. Tendo em conta o espaço diminuto e a natureza diferente deste comentário em relação ao feedback escrito às produções escritas dos alunos, não existiu uma grande diversificação.

No entanto, comparando os feedbacks que surgiram a verde nas folhas dos alunos, é possível observar uma diversificação e adaptação a cada caso causada, naturalmente, por todos os fatores que eu tomava em conta no momento de escrita do feedback. Entre estes fatores destaco toda a resolução do aluno apresentada até ao momento, e o conhecimento pessoal que tinha do desenvolvimento de cada um deles. Este último fator advém do facto de esta intervenção pedagógica não ser um simples um conjunto de momento isolados do resto do ano letivo, ou do resto das aulas em que aconteceu, visto que todas estas atividades fazem parte de um todo que é a experiência de aprendizagem que um aluno tem na escola.

Relativamente a diferenças claramente observadas, começo por realçar a variedade de métodos de resolução utilizados pelos alunos. Como alguns dos entrevistados referiram, é possível que exista uma afinidade por algum método de resolução, seja relativamente à construção e explicação de esquemas, à escrita de todo o raciocínio, ou ao preenchimento de tabelas que organizem o pensamento. Apenas com uma observação rápida podemos distinguir algumas preferências simplesmente pelo aspeto visual das produções escritas.

Uma outra diferença surge na preferência do feedback. Enquanto que alguns dos alunos entrevistados preferem o feedback escrito, tendo a informação à sua frente e podendo trabalhar sobre ela ao seu ritmo, outros alunos preferem o feedback oral, ou seja, um diálogo esclarecedor das suas dúvidas. Ambas as diferenças referidas salientam a importância da criação de diversas oportunidades nas quais cada aluno possa desenvolver a sua aprendizagem e sentir-se motivado perante a Matemática.

Nas entrevistas analisadas, também é possível observar algumas diferenças de opiniões. A diferença mais importante que gostava de realçar era a da influência do feedback, pois, apesar de nenhum aluno ter considerado essa experiência negativa, alguns deles valorizaram mais o trabalho próprio realizado, ou não consideraram que o feedback tenha sido tão esclarecedor das suas dúvidas quanto necessitavam. Neste aspeto, apesar de ter observado uma maior quantidade de evoluções guiadas pelo feedback, sei que o trabalho realizado em função da sua melhoria é contínuo.

6. Conclusões e Implicações

Em virtude da quantidade de informação contida neste Relatório de Estágio, irei começar por realizar uma pequena síntese dos elementos essenciais desta investigação, após a qual abordarei as principais conclusões decorrentes da realização deste trabalho. Por fim, terei em conta as possíveis implicações que esta intervenção pedagógica teve no meu percurso profissional, refletindo, igualmente, sobre as investigações ou trabalhos em sala de aula que poderão decorrer deste estudo.

Relembrando, "10 minutos a pensar e a comunicar" foi um momento que decorreu no início de cada aula de Matemática, de forma sistemática, surgindo de diversas formas ao longo do ano letivo. Em todas elas, o objetivo era iniciar as aulas de Matemática com um momento de resolução de problemas, procurando que os alunos valorizassem tanto a resolução do problema em si como a expressão do seu pensamento. Os problemas propostos abrangeram diversos tópicos da matemática escolar com a preocupação de não estarem diretamente relacionados com os conteúdos que os alunos estariam a trabalhar no momento. Os alunos dispunham de dez minutos (flexíveis) para resolver o problema proposto, e para refletir e produzir uma resposta correta e completa. Deste modo, os alunos necessitavam de encontrar a solução pretendida, e de explicar todos os passos dados do raciocínio que os terá levado àquela solução. Por conseguinte, os "10 minutos a pensar e a comunicar" proporcionavam aos alunos o desenvolvimento da sua capacidade de resolver-e-exprimir problemas matemáticos (Jacinto & Carreira, 2014; Jacinto et al., 2018).

Apesar de ter consciência de que seria bastante trabalhoso, decidi utilizar este contexto para concretizar uma intervenção pedagógica e, sobre ela, desenhar uma investigação educacional que me permitisse elaborar o meu Relatório de Estágio. Assim, tornei este momento dos "10 minutos a pensar e a comunicar" numa atividade em que os alunos dispunham de duas fases de resolução de problemas, em aulas distintas. Este trabalho foi realizado com todas as turmas com que trabalhei no âmbito da minha PES. No entanto, para o meu Relatório de Estágio, foquei-me numa só turma de 9º ano de escolaridade e em três problemas propostos sequencialmente no âmbito dos "10 minutos a pensar e a comunicar".

A recolha de dados incidiu principalmente na recolha documento das duas resoluções de cada problema de todos os alunos, correspondendo à primeira e à segunda fases de resolução dos três problemas em questão. Recolhei também todos os feedbacks

escritos que dei às primeiras resoluções dos alunos, assim como às segundas, embora, neste caso, o propósito do feedback escrito não era tão regulador como o propósito do feedback fornecido às primeiras fases de resolução dos problemas. Durante a realização das segundas fases, gravei em áudio as interações orais com os alunos que solicitaram feedback oral. Adicionalmente, realizei uma entrevista individual semiestruturada a quatro alunos que selecionei, registada em suporte áudio.

Graças à colaboração por parte dos alunos da turma selecionada, a recolha de dados decorreu conforme previsto, salientando a natureza qualitativa e o carácter interpretativo da metodologia que guiou a recolha e a análise dos dados. Realço, de novo, o entusiasmo demonstrado pelos alunos entrevistados ao disponibilizar o seu tempo para colaborar na realização deste trabalho. Para além disso, dada a assiduidade de todos os elementos da turma, tive a oportunidade de obter um conjunto de dados bastante completos em relação a qualquer um dos três problemas. Curiosamente, a partir da realização da primeira fase do segundo problema, os alunos começaram a perceber que a realização das duas fases de um mesmo problema distavam temporalmente uma semana, ou seja, na semana seguinte à realização da primeira fase de um problema, os alunos mostravam-se ansiosos por receber o feedback escrito nas suas produções ao questionar quando é que tal iria acontecer.

O objetivo principal da intervenção pedagógica sempre foi o de desenvolver a capacidade de resolução de problemas dos alunos, visto que Polya (1945) considerava que o papel do professor é o de ajudar os seus alunos a aprender Matemática ao fazer Matemática. Para tal, ao longo de toda a minha intervenção pedagógica foi necessário estudar o trabalho já realizado por diversos autores nas áreas do ensino relativas, principalmente, à resolução de problemas e ao feedback no desenvolvimento daquela capacidade.

Para que pudesse existir uma consideração final sobre o desenvolvimento dos alunos, também considerei necessário tomar em conta as dificuldades por estes reveladas no processo de resolver-e-exprimir problemas (Jacinto, 2018), surgindo assim as questões que guiaram a investigação realizada. As questões de investigação em causa foram as seguintes:

- 1) Quais são as principais dificuldades que os alunos revelam ao resolver problemas de matemática?
- 2) Quais são as principais dificuldades que os alunos revelam ao expressar o seu raciocínio na resolução de problemas de matemática?

- 3) Como é que o feedback escrito e o feedback oral influenciam as produções escritas dos alunos na resolução de problemas e expressão do raciocínio?
- 4) Como evoluem os alunos na sua capacidade de resolver-e-exprimir problemas de matemática ao longo da intervenção pedagógica?

Em relação à primeira questão de investigação, os resultados discutidos no capítulo da análise de dados vão ao encontro dos resultados de Menina (2010), isto é, os alunos revelaram dificuldades na interpretação do enunciado, e na verificação dos resultados obtidos. No entanto, relativamente às dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas, a própria autora afirma que são “muito interligadas e há evidência de que são todas cruciais para que a resolução de um problema seja bem sucedida. Desta forma, não é possível identificar uma dificuldade a que se possa chamar *principal*” (Menina, 2010, p. 202). De facto, tendo em conta a análise dos dados dos alunos entrevistados, é possível verificar que cada aluno não revela as mesmas dificuldades quando são considerados problemas diferentes. Acrescento que por problemas diferentes não quero dizer que os problemas necessitem de abordar tópicos da matemática diferentes, mas por mobilizarem processos, procedimentos ou capacidades matemáticas diferentes.

Para além das dificuldades previamente enunciadas, este estudo fez surgir resultados com os quais não estava à espera, tal como Vale (2004) antevê em estudos de natureza qualitativa. Um desses resultados revê-se na dificuldade que surgiu de alguns alunos iniciarem as suas resoluções. Através da observação da análise dos dados da turma, revê-se a existência destes casos. Associei esta dificuldade à existência de um preconceito relativamente aos métodos de resolução que eram pretendidos na resolução dos problemas. Este preconceito de “idealidades matemáticas” (p. 2), assinalado por Charmie (1991), revela a existência de condicionantes exteriores ao problema em si que podem influenciar negativamente o desenvolvimento das capacidades dos alunos.

Esta última dificuldade decorrente de ideias erróneas sobre a qualidade do trabalho matemático estar relacionada com a sua similaridade, por exemplo, ao que o professor faz e à linguagem que este utiliza, também é capaz de afetar o quanto um aluno mostra a sua proficiência na explicação do seu raciocínio. Ou seja, para além das ligações existentes entre as diversas dificuldades reveladas pelos alunos na resolução de problemas, a causa destas dificuldades poderá igualmente fazer surgir dificuldades na expressão do raciocínio. Note-se que, apesar de ter salientado a importância de justificar

as soluções apresentadas, certifiquei-me que os alunos tivessem noção que os problemas podiam ser, para além de resolvidos, explicados de diversas maneiras, como Jacinto e Carreira (2014) mostram ser possível e importante.

A dificuldade na explicação do raciocínio relacionada com as capacidades linguísticas do aluno foi recorrentemente verificada, tanto nos dados de toda a turma, como nos dados mais detalhados relativos aos quatro alunos selecionados. Foram bastantes as vezes em que a necessidade de reler uma produção escrita predominantemente descritiva revelou uma falha nas capacidades do aluno de conseguir explicar claramente o seu raciocínio, tanto pela desorganização das construções frásicas, como pela relação entre as frases em si. Esta dificuldade pode ser colocada a par da dificuldade de interpretação de enunciados já referida.

Mais comumente, surge a situação em que o aluno necessita de se colocar no papel de observador externo para verificar a completude da sua explicação. No entanto, os alunos não dão resposta a essa necessidade. Como causa desta falha surgem dois possíveis fatores. Em primeiro lugar, um aluno está habituado a que seja referida a necessidade de verificar as suas soluções, mas serão raras as vezes em que a igualmente importante necessidade de se verificar uma explicação é mencionada. Isto é principalmente causado pela sobrevalorização dada aos exercícios comparativamente aos problemas, visto que são os exercícios que tipicamente mais surgem, quer como tarefas de aprendizagem, quer nos momentos de avaliação. No entanto, os problemas vêm as necessidades de explicação do raciocínio que lhes são inerentes desconsideradas. Assim sendo, os problemas devem ver a sua frequência de utilização aumentada, causando, consequentemente, um aumento na importância dada pelos alunos a este tipo de tarefas.

Relativamente à influência do feedback escrito e do feedback oral nas produções escritas dos alunos, prestando atenção à quantidade de casos em que existiram melhorias das resoluções apresentadas, existiu um impacto positivo do feedback. Este impacto positivo deveu-se à influência que ambos os feedbacks tiveram em facilitar momentos de mediação e autorregulação ao longo da resolução de problemas, que, por sua vez, foram aceites pelos alunos, direcionando o seu trabalho. As razões deste impacto positivo serão agora discutidas. Ao longo de toda a minha PES, tive sempre em mente as recomendações de Vale, Ferreira e Santos (2011) e de Santos e Pinto (2010) para que o feedback dado a um aluno, tanto escrito como oral, fosse mais eficaz. Essa preocupação esteve presente nesta intervenção pedagógica, embora, dada a minha

inexperiência, certamente houve vezes em que não consegui que o feedback que dei aos alunos fosse mais adequado ou assertivo. Tendo por base o Quadro 2 de Semana e Santos (2010), e observando a análise dos momentos em que o feedback escrito surge, é nos momentos em que o foco incide na autorregulação (A.4.) e a natureza do feedback incentiva à reflexão e dá pistas (B.5.) que o feedback se revela eficaz. Esta conclusão vai ao encontro do que Semana e Santos (2010) afirmam: “o feedback dirigido à auto-regulação revela-se poderoso” (p. 183), salientando igualmente, pelo seu efeito negativo, que o feedback “dirigido directamente ao aluno parece o menos eficaz” (p. 182). No que diz respeito ao tratamento do erro, o feedback dado depende tanto do tipo como do grau de dificuldade revelado pelo aluno. Quando o aluno revelou dificuldades ao tentar encontrar uma solução para o problema, o feedback assinala, mas não corrige o erro (C.2.). Quando o aluno revelou dificuldades ao expressar o seu raciocínio, o feedback incentiva a completar/melhorar a produção escrita (C.4.). Naturalmente que nos momentos em que o aluno revelou ambas as dificuldades referidas, o feedback abordou o erro através das dimensões (C.2.) e (C.4.). Acredito que o mais importante ao se discutir esta dimensão é ter em mente que o professor não deve apresentar uma correção do erro no seu feedback (Vale et al., 2011).

Todavia, nem todos os alunos mostraram melhorias nas segundas fases de resolução. Alguns destes casos podem ser observados na análise dos dados dos entrevistados. Apesar de não ser recomendado, surgiram momentos em que utilizei no feedback a simbologia apresentada pelo próprio aluno. Apesar da sua utilização ter sido mínima, e de o feedback se focar nas produções, existiram casos em que o progresso do aluno foi mínimo, e casos em que o aluno continuou a utilizar a sua simbologia e melhorou consideravelmente a sua resolução. É verdade que os casos positivos são tentadores para continuar a utilizar, mesmo que minimamente, a simbologia apresentada pelo próprio aluno na elaboração do feedback; no entanto, deixo, enquanto reflexão para o futuro, um compromisso de um maior cuidado em relação à utilização de feedback com características não recomendados. Situações como esta comprovam a complexidade da utilização do feedback, e a necessidade de se ter cuidado com as nossas palavras para não se revelar demasiado e, mesmo assim, ser compreendido e ajudar os alunos.

Relativamente à dimensão do feedback, verificamos que o feedback dado aos alunos foi predominantemente médio (E.2.). Por um lado, Semana e Santos (2010) consideram que a utilização de um feedback de dimensão curta (E.1.) não é o ideal para contribuir para a autorregulação do aluno. Por outro lado, apesar de “tarefas com grau de desafio

elevado [levarem] o professor a escrever comentários mais longos” (Dias & Santos, 2010, p. 126) é necessário evitar o aumento da dificuldade da tarefa para o aluno ao sobrecarregá-lo de informação (Semana & Santos, 2010).

Curiosamente, alguns alunos mostraram espanto pelo meu tipo de letra, mas, em nenhum momento foram expostas dúvidas sobre a escrita do feedback fornecido, levando-me a acreditar que a caligrafia foi sempre legível. Se entenderam bem o feedback ou não é outro assunto!

Quanto ao feedback oral, na grande maioria das situações, foram respeitadas as três condições enunciadas por Santos e Pinto (2010) para que este tipo de feedback tivesse partido de condições ideais, isto é, existiu um conhecimento aprofundado do processo de resolução da tarefa, e fui capaz de compreender a posição do aluno em relação aos problemas, seja em termos dos conhecimentos como da capacidade lidar com os processos de resolução. Independentemente do cumprimento destas condições, surge sempre um discurso baseado no questionamento ao aluno, sendo que os raros momentos em que adoto um discurso verídico (Santos & Pinto, 2006), este é extremamente limitado quanto ao seu conteúdo, e tanto precedido como sucedido por uma incitação do envolvimento do aluno. Tendo isto em conta, foco a atenção nos casos em que o feedback oral não foi efetivo, sendo um desses casos o de um dos alunos entrevistados. Em retrospectiva, acredito que o feedback oral teve um desempenho, por vezes, desapontante em alguns casos, devido à falha da minha parte em compreender a posição em que o aluno se encontrava, deixando assim um aspeto sobre o qual irei trabalhar de forma a melhorar o meu desempenho profissional.

Considerando a análise do feedback oral quando o discurso de dirige do professor (P) para o aluno (A), observamos um foco claro na concetualização (C) e no processo (Pr), ou seja, o feedback oral dirigiu-se principalmente ao raciocínio dos alunos e às suas justificações. Este ato de evitar que o foco recaísse no resultado (Rt) foi deveras propositado, visto que os resultados de Santos e Pinto (2010) apresentados no capítulo do Enquadramento Teórico ajudaram a moldar o meu discurso oral. Para além disto, o feedback oral analisado surge na sua grande maioria com o objetivo de questionar pela justificação (Qj) e de questionar para orientar a linha de raciocínio (Qlr). Esta orientação teve um claro impacto na influência positiva do feedback.

Por fim, observando toda a análise dos dados realizada, é possível afirmar que os alunos demonstraram uma evolução positiva na sua capacidade de resolver-e-exprimir problemas de matemática. Relativamente à resolução dos problemas em termos de

encontrar uma solução correta através de métodos apropriados, foi possível observar que os alunos, numa primeira fase de resolução, mostraram uma maior facilidade nos dois primeiros problemas considerados. No entanto, ao considerar simultaneamente todas as evoluções que ocorreram entre uma primeira fase de resolução e as respetivas segundas fases de resolução, a turma revelou uma adesão ao feedback escrito e ao feedback oral que, conseqüentemente, os levou a ter uma crescente reflexão sobre as suas próprias produções e a melhorar as suas aprendizagens. Tendo em conta a capacidade de explicação do raciocínio, foi nesta que surgiu uma maior evolução, pois foi no primeiro e, principalmente, no segundo problema que os alunos mais vezes apresentaram explicações menos completas. Devo dizer que devido à relação demonstrada entre a dificuldade de resolução de um problema e a expressão do raciocínio, isto é, devido ao facto de o aluno demonstrar uma maior dificuldade ao explicar o raciocínio quanto maior fosse a dificuldade que sentia ao resolver o problemas, o terceiro problema surgiu com produções escritas cujas explicações não era suficientemente completas, mas, uma vez superadas essas dificuldade de resolução do problema numa segunda fase de resolução, as dificuldades de explicação do raciocínio também se desvaneceram.

Resumidamente, considero que a experiência relativa a esta intervenção pedagógica foi positiva, tanto para mim, enquanto futuro professor, como para os alunos e para a sua aprendizagem. Aliás, apesar de ser capaz de dizer que me sinto realizado com esta experiência, faz cada vez mais parte de mim a noção da necessidade de uma aprendizagem contínua ao longo do meu percurso profissional.

Por um lado, é preciso saber aprender com o que correu pior. Para tal, contribuem diversos fatores. Em primeiro lugar, é necessário gerir as nossas expectativas. Estas expectativas surgem sobre diferentes formas: a quantidade de trabalho que um professor sente que quer desenvolver com as suas turmas, a quantidade de tempo que o professor tem para desenvolver esse mesmo trabalho, o conhecimento considerado já adquirido e dominado por parte do aluno, e as características de cada aluno tipicamente diferentes das dos seus pares. Relativamente ao primeiro aspeto, mais importante do que realizar diversas e variadas tarefas com os alunos, é ter a certeza que as tarefas que proporcionamos são as mais indicadas para providenciar uma experiência de aprendizagem continuamente positiva para o aluno, ou seja, é preciso que haja sempre um trabalho de preparação anterior às atividades, e um trabalho de reflexão posterior às suas aplicações. Relativamente ao segundo aspeto, este provém

de pequenas reflexões que fui realizando ao longo da escrita deste trabalho, na qual descrevi o quão aprofundada gostava que tivesse sido esta investigação. Quanto a este aspeto devo claramente agradecer à minha orientadora da FCUP pela ajuda constante em definir objetivos claros e atingíveis através de uma realística reflexão sobre o trabalho a realizar, tendo igualmente em conta a natureza que um trabalho como este, um Relatório de Estágio deve ter. Relativamente aos últimos dois aspetos, apesar de já ter estado presente numa sala de aula enquanto estudante do mestrado no qual me insiro, foi através da experiência de PES que verdadeiramente compreendi o quanto se é capaz de conhecer um aluno através do seu acompanhamento ao longo de um completo ano letivo, mais ainda se os acompanhasse em anos letivos futuros, ou seja, tenho noção que a minha prática profissional está a dar os primeiros passos, mas que uma contínua e dedicada experiência também será um fator positivo no meu desenvolvimento enquanto professor.

Por outro lado, é igualmente importante refletir sobre o que correu melhor. Uma autoavaliação com questões como "Porque é que esta tarefa teve resultados tão positivos?", "O que fez com que os alunos se mostrassem tão motivados?", ou até mesmo "O que é que posso fazer para melhorar ainda mais?" é essencial, pois a motivação profissional também deve ser tida em conta. Esta motivação profissional pode certamente ser alimentada através dos sucessos referidos, mas a partilha e discussão destas experiências com a comunidade de ensino também é capaz de contribuir para a melhoria da prática.

Relativamente à prática dos “10 minutos a pensar e a comunicar” tal como foi abordada neste trabalho, devo admitir que a realização de um momento como este em todas as aulas torna a carga de trabalho do professor desmesurada devido ao tempo necessário para se dar um feedback adequado a todos os alunos, e adequado à realização de uma segunda fase. Como tal, deixo como sugestão uma alternância entre a resolução de problemas em apenas uma fase e, de vez em quando, em duas fases, tendo o cuidado de não espaçar muito temporalmente cada uma das fases do mesmo problema.

Relativamente à escolha dos problemas em si, o processo foi extremamente interessante e, devo admitir, divertido, pois, para além de ser necessário ter uma ideia das resoluções possíveis (diferentes estratégias, diferentes representações), existe uma fantástica quantidade de problemas matemáticos prontos a ser utilizados com uma mínima adaptação necessária, desde problemas das OPM, dos SUBs, ou do Canguru Matemático. Também recomendo a utilização de problemas encontrados em redes

sociais, salientando a dificuldade por vezes existente no julgamento do quão apropriada é a sua utilização. Servem como exemplos o problema original utilizado na elaboração do Anexo 8, e os problemas publicados em grupos de Facebook compostos por elementos da comunidade educativa. Pessoalmente, apesar de ter tentado que todos os problemas não se assemelhassem a tarefas que os alunos facilmente encontrassem fora do momento dos “10 minutos a pensar e a comunicar”, creio que é necessário um cuidado especial por parte do professor ao utilizar problemas de geometria, dada a sua imediata associação a conceitos ou processos geométricos recentemente lecionados. Se criar novamente uma sequência de resolução de problemas, num momento semelhante aos “10 minutos a pensar e a comunicar”, certamente que não começarei com um problema geométrico. No entanto, tendo em conta a evolução dos alunos, certamente que seria um tópico matemático novamente incluído.

Existindo o tempo necessário, algo que modificaria na realização deste momento numa aula seria a criação de uma discussão coletiva após a entrega final da produção escrita de cada problema, utilizando as próprias produções escritas dos alunos como base da discussão, incentivando-os a intervir e partilhar a sua experiência. Acredito que a introdução desta discussão em grupo turma seria especialmente benéfico ao fomentar as capacidades de resolver-e-exprimir um problema oralmente. Para além disso, a partilha do trabalho realizado, por parte do aluno para com os seus pares, pode ser um fator motivador para que este continue a dedicar-se à Matemática e a desenvolver as suas capacidades.

Quanto a investigações futuras em função deste trabalho, considero que a realização desta investigação através de um estudo caso (Ponte, 2006; Vale, 2004) poderia responder de forma mais pormenorizada a cada uma das questões de investigação colocada. Por outras palavras, um estudo focado e aprofundado num número limitado de alunos (três ou quatro, por exemplo) ao longo de um intervalo de tempo prolongado, conseguiria providenciar uma quantidade e especificidade de dados cuja análise levasse a conclusões mais detalhadas, mais informadas e mais fundamentadas. Vale (2004) adverte que

o estudo de caso não utiliza uma amostragem aleatória e numerosa, mas sim criteriosa ou intencional, baseada na suposição de que, se queremos descobrir, compreender, e obter conhecimento sobre determinado fenómeno, então devemos escolher uma amostra a partir da qual possamos aprender o máximo possível. (p. 191)

Após a análise dos dados anterior, e tendo em conta a contexto da turma sobre a qual se realizou a intervenção pedagógica, casos interessantes por onde escolher não faltariam. Teria sido interessante também ter podido incluir outras turmas com que trabalhei no âmbito da minha PES.

A investigação retratada neste trabalho poderia ser realizada nos mesmos termos, considerando, para a sua aplicação, um intervalo de tempo maior, um maior número de problemas considerado ou um intervalo de tempo maior entre problemas. Todavia, caso se ponderasse alargar a janela temporal, seria igualmente propício alargar o foco deste estudo a todas as outras atividades realizadas no momento dos "10 minutos a pensar e a comunicar", desde desafiar os alunos a resolver-e-exprimir os problemas oralmente, às resoluções de problemas em apenas uma fase.

7. Referências

- Amado, J. (Coord.) (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Imprensa da Universidade de Coimbra. <http://hdl.handle.net/10316.2/35271>
- Barros, P., Fernandes, J., & Araújo, C. (2016). Perspetivas dos alunos sobre o erro como estratégia de aprendizagem. In M. H. Martinho, R. A. Tomás Ferreira, I. Vale, & H. Guimarães (Eds.), *Atas do XXVII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 119–131). APM. <https://hdl.handle.net/1822/55405>
- Boavida, A. (1993). *Resolução de problemas em educação matemática*: Vol. I. Universidade Nova de Lisboa. <https://run.unl.pt/handle/10362/272>
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico*. ME-DGE. <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica>
- Carmo, H., & Ferreira, M. (2008). *Metodologia da investigação: Guia para auto-aprendizagem*. Universidade Aberta. https://www.academia.edu/17585183/Metodologia_da_Investigação
- Charmie, L. (1991). A relação aluno-matemática: Alguns dos seus significados. *Bolema*, 6(7), 23-29. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/683>
- Dias, S., & Santos, L. (2008). Por que razão é importante identificar e analisar os erros e dificuldades dos alunos? O feedback regulador. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes, & C. Rodrigues (Eds.), *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios* (pp. 194–207). SEM-SPCE <http://hdl.handle.net/10451/5315>
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112. <http://www.columbia.edu/~mvp19/ETF/Feedback.pdf>
- Jacinto, H., Carreira, S. (2014). Resolver problemas de matemática: Um desafio ao alcance de todos, fora e dentro da sala de aula. *Educação e Matemática*, 130, 71-77. <https://em.apm.pt/index.php/em/issue/view/132>

- Jacinto, H., Carreira, S., & Amado, N. (2018). “Não te esqueças de explicar o teu processo de resolução!”: Expressões do pensamento matemático na resolução de problemas com tecnologias. *Educação e Matemática*. 149-150, 76-80. <https://em.apm.pt/index.php/em/issue/view/149>
- Martins, G. O., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J. V., Carrilho, J., Silva, L. U., Encarnação, M. M., Horta, M. J., Calçada, M. T., Nery, R. V., & Rodrigues, S. V. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. MEC-DGE. https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf
- ME (2018). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico*. ME-DGE. <http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- Menina, F. (2010). *Compreensão e interpretação em matemática: Dificuldades de alunos do 9º ano na resolução de problemas* (Dissertação de Mestrado). Universidade do Algarve, Algarve. <http://hdl.handle.net/10400.1/256>
- Pinto, J., & Santos, L. (2006). *Modelos de avaliação das aprendizagens*. Universidade Aberta.
- Piper, H., & Simons, H. (2006). Ethical responsibility in social research. In B. Somekh, & C. Lewin (Eds.), *Research methods in the social sciences* (pp. 56-64). SAGE. <https://www.researchgate.net/publication/233316380>
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press. https://notendur.hi.is/hei2/teaching/Polya_HowToSolveIt.pdf
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In Grupo de Trabalho em Investigação (GTI) (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM. <http://hdl.handle.net/10451/3008>
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132. São Paulo: UNESP. <http://hdl.handle.net/10451/3007>
- Santos, L. (2003). A investigação em Portugal na área da avaliação pedagógica em Matemática. In *Atas do XIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 9–27). APM. <https://www.researchgate.net/publication/255658609>

- Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes, & C. Rodrigues (Eds.), *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios* (pp. 11–35). SEM-SPCE. <http://hdl.handle.net/10451/5286>
- Santos, L. (2019). Reflexões em torno da avaliação pedagógica (versão autor). In M. Ortigão, D. Fernandes, T. Pereira, & L. Santos (Orgs.), *Temas em currículo, docência e avaliação* (Vol. 6, pp. 165-190). Editora CRV. <https://www.researchgate.net/publication/339933573>
- Santos, L., & Dias, S. (2006). Como entendem os alunos o que lhes dizem os professores? A complexidade do feedback. In *Atas do ProfMat 2006*. APM. <https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2007%202008/temas%20matematicos/LS.pdf>
- Santos, L., & Pinto, J. (2009). Lights and shadows of feedback in mathematics learning. *Proceedings of the 33rd PME Conference* (Vol. 5, pp. 49-56). IGPME. <https://www.researchgate.net/publication/281367141>
- Santos, L., & Pinto, J. (2010). The evolution of feedback practice of a mathematics teacher. In *Proceedings of PME34* (Vol. 4, pp. 145-152). IGPME. <https://core.ac.uk/download/pdf/62691151.pdf>
- Santos, L., & Semana, S. (2015). Developing mathematics written communication through expository writing supported by assessment strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 65–87. <https://www.studentachievement.org/wp-content/uploads/Developing-Mathematics-Written-communication-.pdf>
- Semana, S., & Santos, L. (2010). O feedback em relatórios escritos na aula de matemática. In J. Matos, A. Domingos, C. Carvalho, & P. Teixeira (Eds.). *Investigação em Educação Matemática: Comunicação no ensino e aprendizagem da matemática* (pp. 180-192). SPIEM. <http://spiem.pt/publicacoes/download-de-atas/>
- Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: o estudo de caso. *Revista da ESE*, 5, 171-202. <https://www.academia.edu/10198052>
- Vale, L., Ferreira, R., & Santos, L. (2011). O erro na aprendizagem das sequências e regularidades: o papel dos dispositivos de regulação. In A. Henriques, C. Nunes, A. Silvestre, H. Jacinto, H. Pinto, A. Caseiro, & J. Ponte (Orgs.). *Atas*

do XXII Seminário de Investigação Em Educação Matemática (pp. 541-554).
APM. <https://www.apm.pt/agenda/event/38>

8. Anexos

Anexo 1 – Problema 1

	Matemática 9.º ano 2021/2022 Problema – 3 (Avaliação Formativa) Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____ Data: ____janeiro.2022	Tomei conhecimento, em _____.2022 Assinatura EE: _____
Obs.: Assinatura Prof.: _____		
1. Um número de dois algarismos chama-se <i>magô</i> se tiver um algarismo par e outro ímpar. Por exemplo, 50 é um número <i>magô</i>. Quantos números <i>magos</i> existem? Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.		

Anexo 2 – Problema 2

Matemática 9.º ano 2021/2022 Problema – 4 (Avaliação Formativa) Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____ Data: __.janeiro.2022	Tomei conhecimento, em __.__.2022 Assinatura EE: _____
Obs.: Assinatura Prof.: _____	

1. O João, o Luís e o Mário foram de férias para Londres mas ficaram todos hospedados em hotéis diferentes. Os números dos seus quartos também eram todos diferentes.

Sabem-se os nomes dos hotéis: River, Sky e Tower. E sabem-se os números dos quartos: 228, 515 e 986.

No dia da chegada, o jovem que ficou no Sky saiu do seu quarto, que era o 986, para ir comprar uma coca-cola. Uma hora depois, telefonou ao Mário que estava a ver televisão no seu quarto, que era o 515. Depois de jantar, o Luís passou pelo hotel Tower e pediu na recepção para avisarem o cliente do quarto 228 que viesse ter consigo à entrada.

Qual é o nome do hotel e o número do quarto de cada um dos três turistas?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

Anexo 3 – Problema 3

☐		Tomei conhecimento, em _____.2022
Matemática 9.º ano 2021/2022 Problema – 5 (Avaliação Formativa)		Assinatura EE: _____
Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____		
Data: _____.fevereiro.2022		

Obs.:

Assinatura Prof.: _____

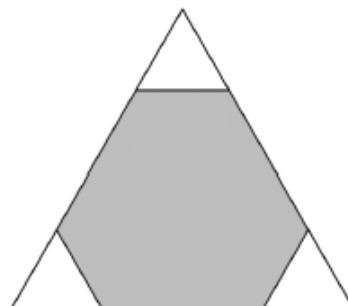
1. Cortaram-se três triângulos equiláteros geometricamente iguais a partir dos cantos de um triângulo equilátero maior com 12 cm de lado, como se pode ver na figura.

A soma dos perímetros dos três triângulos pequenos é igual ao perímetro do hexágono a cinzento.

Qual é o comprimento do lado dos triângulos mais pequenos?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.



Anexo 4 – Panfleto sobre a resolução de problemas

4º. Verifica e interpreta os resultados a que chegaste.

Agora já tens uma solução. Mas, estará correta? É muito importante validar os resultados obtidos.

- Confirma que os resultados que obtiveste fazem sentido. Verifica que, por exemplo, eles têm as unidades esperadas e têm valores numéricos que não sejam absurdos ou disparatados.
- Verifica de novo os teus cálculos.
- Testa os teus resultados considerando casos particulares ou situações limite.
- Escreve a solução final de forma clara e concisa, usando uma linguagem simples sem qualquer margem para ambiguidade.

Recorda que uma boa capacidade para resolver problemas é um dos talentos mais procurados e mais bem remunerados no mercado de trabalho. A Matemática desenvolve, como nenhuma outra ciência, esta capacidade!

A informação deste panfleto foi retirada e adaptada do site https://cmup.fc.up.pt/cmup/polya/polya_home.html em novembro de 2021



A arte de resolver problemas

"Compreender, planejar, executar, verificar e interpretar"

Criatividade, espírito de organização, capacidade de trabalho, autoconfiança, paciência, persistência

1º. É preciso compreender o problema

O primeiro passo para resolver um problema é compreendê-lo bem. Tens de saber exatamente o que é dado e o que é pedido.

- Lê o problema com muita atenção as vezes que achares necessárias.
- Toma nota dos dados do problema.
- Identifica o que é pedido (o que é que pretendes exatamente calcular ou provar?).
- Se necessário, desenha uma figura ou um esquema que te ajude a organizar a informação e a visualizar o problema.
- Uma possível ajuda é pensar no problema numa situação concreta que te seja mais familiar ou mais simples. Tenta isto!

2º. É preciso planejar uma estratégia para resolver o problema

Agora que compreendeste bem o problema, tens que imaginar um plano para o resolver.

- Tenta pensar num problema semelhante que, eventualmente, já tenhas resolvido antes.
- Tenta fazer um esquema que explique a estratégia que imaginaste para a resolução.
- Como é que os dados recolhidos se relacionam entre si?
- Utilizaste todos os dados?
- Quais são as ferramentas necessárias para a resolução (cálculo de percentagem, fórmula de uma área, resolução de equações, cálculo da média, etc...)?

3º. Executa a estratégia que planeaste. Revê tudo desde o início se necessário!

Agora já tens um plano para resolver o problema. Tens que o executar. Sem receios, é claro! A autoconfiança é a chave para o sucesso!

- Enquanto não terminares o problema, não apagues os teus rascunhos já que podem ser úteis se precisares de o rever.
- Não apagues os teus cálculos auxiliares.
- Verifica de novo cada passo da resolução e confirma se não há erros que afetem a solução final.
- Testa sempre a estratégia que imaginaste no passo 2. Se encontrares erros, contradições ou falta de informação para prosseguir, é natural que tenhas que repensar o teu plano. Tem paciência... volta atrás! A paciência é também uma chave essencial para o sucesso!

Anexo 5 – Desafio extra do problema 1

		Tomei conhecimento, em __.__.2022 Assinatura EE: _____
Matemática 9.º ano 2021/2022 Problema – 3 (Avaliação Formativa)		
Nome: _____	N.º: ____ Turma: ____	
Data: __.janeiro.2022		

Obs.:

Assinatura Prof.: _____

1. Um número de dois algarismos chama-se *magô* se tiver um algarismo par e outro ímpar. Por exemplo, 50 é um número *magô*. Quantos números *magos* existem?
Explica como chegaste à tua resposta.
Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

Feedback (desafio extra):

Bom trabalho!

Como desafio extra, tenta resolver o problema presente no verso da folha.

(no verso da folha:)

Quantos números *magos* existem se também considerares os números de dois algarismos com casas decimais? Por exemplo, 3,6 também seria um número *magô*.

Anexo 6 – Desafio extra do problema 2

☐		Tomei conhecimento, em _____.2022
Matemática 9.º ano 2021/2022 Problema – 4 (Avaliação Formativa)		Assinatura EE: _____
Nome: _____	N.º: ____ Turma: ____	
Data: ____janeiro.2022		

Obs.:

Assinatura Prof.: _____

1. O João, o Luís e o Mário foram de férias para Londres mas ficaram todos hospedados em hotéis diferentes. Os números dos seus quartos também eram todos diferentes. Sabem-se os nomes dos hotéis: River, Sky e Tower. E sabem-se os números dos quartos: 228, 515 e 986.

No dia da chegada, o jovem que ficou no Sky saiu do seu quarto, que era o 986, para ir comprar uma coca-cola. Uma hora depois, telefonou ao Mário que estava a ver televisão no seu quarto, que era o 515. Depois de jantar, o Luís passou pelo hotel Tower e pediu na recepção para avisarem o cliente do quarto 228 que viesse ter consigo à entrada.

Qual é o nome do hotel e o número do quarto de cada um dos três turistas?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

Feedback: Bom trabalho! Como desafio extra, tenta resolver o problema presente no verso da folha.
(no verso da folha)

Numa aldeia distante habitam apenas duas famílias. Numa delas, todos têm apelido Justo e fala sempre verdade. Os membros da outra família têm apelido Rasteiro e nunca falam verdade.

Quando o Pedro chegou a essa aldeia, encontrou três rapazes sentados num jardim. Perguntou a cada um deles a família a que pertencia.

- O primeiro murmurou uma palavra que não deu para perceber.
- O segundo afirmou: "Ele disse que era um Rasteiro."
- O terceiro afirmou: "Não foi isso que ele disse. Tu estás sempre a mentir."

A que família pertence cada uma das três pessoas? Explica como chegaste à tua resposta.

Anexo 7 – Desafio extra do problema 3

☐		Tramei conhecimento, em _____.2022 Assinatura EE: _____
Matemática 9.º ano 2021/2022 Problema – 5 (Desafio Extra)		
Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____ Data: _____.fevereiro.2022		

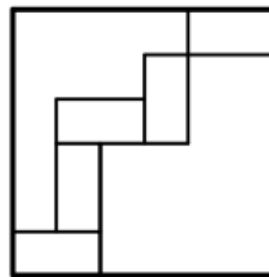
Obs.:

Assinatura Prof.: _____

1. Foram colocados 5 retângulos geometricamente iguais dentro de um quadrado de lado 24 cm, como está representado na figura. Qual é a área de cada um desses retângulos?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.



Anexo 8 – Desafio extra do problema 3 (2.^a versão)

		Tomei conhecimento, em _____.2022
Matemática 9.º ano 2021/2022 Problema – 5 (Desafio Extra)		Assinatura EE: _____
Nome: _____	N.º: ____ Turma: ____	
Data: ____fevereiro.2022		

Obs.:

Assinatura Prof.: _____

1. Na figura encontra-se representado um quadrado maior em que um dos lados encontra-se apoiado nos vértices de três quadrados menores, de medidas 1, 2 e 3.

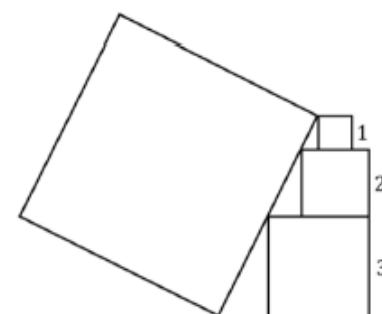
Sabe-se que um dos vértices do quadrado maior é coincidente com um dos vértices do quadrado mais pequeno, e que um outro vértice do quadrado maior está alinhado com um dos lados do quadrado de medida 3, tal como a figura representa.

Qual é a área do quadrado maior?

Sugestão: utiliza a semelhança de triângulos.

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.



Anexo 9 – Autorização de gravação de áudio

Assunto: Autorização de gravação de áudio Exmo.(a). Senhor(a) Encarregado(a) de Educação, Como já deve ser do seu conhecimento, as aulas da disciplina de Matemática do(a) seu(sua) educando(a) são lecionadas por três professores. Dois deles estão inscritos no Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, a frequentar Iniciação à Prática Profissional, incluindo a Prática de Ensino Supervisionada, da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (FCUP), no qual, cada um, tem de elaborar um Relatório de Estágio, implementando um projeto de investigação pedagógica, orientado pela professora []@fc.up.pt), docente da FCUP. A recolha de dados é essencial para a concretização deste projeto, pelo que a participação do(a) seu(sua) educando(a) será fundamental. A recolha de produções escritas e de registos áudio serão importantes para a análise da aplicação do estudo. Salienta-se que a participação neste trabalho em nada interfere com a avaliação do desempenho do(a) seu(sua) educando(a) na disciplina de Matemática. Deste modo, solicito autorização do(a) Encarregado(a) de Educação para gravação de áudio, garantindo o anonimato do mesmo de acordo com as exigências da Comissão Nacional de Proteção de Dados. Agradeço, desde já, a colaboração e a atenção, Ao dispor para qualquer esclarecimento adicional, [] [], 11 de janeiro de 2022 Eu, Encarregado(a) de Educação do aluno(a) [], n.º [] da turma [] do []º ano, autorizo / não autorizo (riscar o que não interessa) a recolha de dados em formato áudio do(a) meu(minha) educando(a) para o desenvolvimento do Relatório de Estágio inserido na Prática de Ensino Supervisionada. Assinatura do(a) Encarregado(a) de Educação: _____	Assunto: Autorização de gravação de áudio Exmo.(a). Senhor(a) Encarregado(a) de Educação, Como já deve ser do seu conhecimento, as aulas da disciplina de Matemática do(a) seu(sua) educando(a) são lecionadas por três professores. Dois deles estão inscritos no Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, a frequentar Iniciação à Prática Profissional, incluindo a Prática de Ensino Supervisionada, da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (FCUP), no qual, cada um, tem de elaborar um Relatório de Estágio, implementando um projeto de investigação pedagógica, orientado pela professora []@fc.up.pt), docente da FCUP. A recolha de dados é essencial para a concretização deste projeto, pelo que a participação do(a) seu(sua) educando(a) será fundamental. A recolha de produções escritas e de registos áudio serão importantes para a análise da aplicação do estudo. Salienta-se que a participação neste trabalho em nada interfere com a avaliação do desempenho do(a) seu(sua) educando(a) na disciplina de Matemática. Deste modo, solicito autorização do(a) Encarregado(a) de Educação para gravação de áudio, garantindo o anonimato do mesmo de acordo com as exigências da Comissão Nacional de Proteção de Dados. Agradeço, desde já, a colaboração e a atenção, Ao dispor para qualquer esclarecimento adicional, [] [], 11 de janeiro de 2022 Eu, Encarregado(a) de Educação do aluno(a) [], n.º [] da turma [] do []º ano, autorizo / não autorizo (riscar o que não interessa) a recolha de dados em formato áudio do(a) meu(minha) educando(a) para o desenvolvimento do Relatório de Estágio inserido na Prática de Ensino Supervisionada. Assinatura do(a) Encarregado(a) de Educação: _____
---	---

Anexo 10 – Guião das entrevistas aos alunos

Guião das entrevistas aos alunos

Objetivos:

- Descobrir o **interesse** dos alunos pelo momento “10 minutos a pensar e a comunicar”

- Descobrir a **diferença** entre os momentos dedicados à oralidade e à escrita

- Descobrir as **preferências** dos alunos relativamente aos **problemas** apresentados

Questões:

- Que **opinião** tens sobre os “10 minutos a pensar e a comunicar”?

- O que achas de, em todas aulas, haver um tempo de aula dedicado à resolução de problemas?

- Ao longo deste ano letivo os “10 minutos a pensar e a comunicar” surgiram, essencialmente, de duas maneiras distintas: com as resoluções dos problemas a serem apresentadas **oralmente**, e com as resoluções a serem produções escritas. Sentes alguma preferência por algum destes dois modos? Porquê? (Que **diferenças** sentes entre ter de expor a tua resolução oralmente e os momentos em que apenas necessitas de o explicar no papel?)

- Trouxe comigo os problemas formativos que foste fazendo ao longo deste período. Como possivelmente deves ter percebido, foram apresentados **diferentes** tipos de problemas. Sentes ou sentiste preferência por algum deles? Porquê?

- Em qual dos problemas apresentados sentiste mais **dificuldade** ou achaste mais fácil? Porquê?

- Independentemente da dificuldade, gostaste mais de resolver algum deles em comparação com os outros? Porquê?

- Sentiste alguma dificuldade a **explicar** o teu raciocínio nalgum destes problemas? Porquê?

- Descobrir as **preferências** dos alunos relativamente ao *feedback* recebido

- Relativamente ao funcionamento dos “10 minutos a pensar e a comunicar”, no segundo período começaste a ter uma **segunda oportunidade** de resolver o problema, ou de melhorar a tua resolução (ou até mesmo a chance de resolver um desafio extra). O que achas disto de ter uma segunda oportunidade? Achas que foi benéfico? Em que medida?

- Sentes que o *feedback* que te foi dado **influenciou** as tuas resoluções de alguma forma? Como?

- Em todos os problemas recebeste um *feedback* escrito, mas também tiveste a oportunidade de esclarecer dúvidas e de receber um *feedback* oral. Tens alguma preferência pelo tipo de *feedback* que recebeste? Porquê?

- Tens alguma sugestão que gostasses de dar relativamente ao *feedback*? Por exemplo, gostavas que fosse mais curto, mais extenso, mais específico...

- Descobrir o **balanço** que os alunos dão à intervenção

- Sentes que a tua capacidade de resolução de problemas evoluiu? De que maneira? Porquê?

- Por fim, qualquer sugestão é bem-vinda. Tens alguma sugestão relativamente aos “10 minutos a pensar e a comunicar”? Mudarias algo? Por exemplo, gostavas que fosse mais curto, que acontecesse menos vezes, mas que fosse mais duradouro...