

CONTROLO DE VIBRAÇÕES DE ESTRUTURAS UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS PARA A LOCALIZAÇÃO ÓPTIMA DE SENSORES/ACTUADORES PIEZOELÉTRICOS

S. da Mota Silva*, J. Dias Rodrigues**, R. Ribeiro**, M. Vaz**

* Stork Fokker Aerostructures B.V.
Papendrecht, Holanda
e-mail: suzanadamotasilva@hotmail.com, web <http://www.stork.com>

** Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, DEMEGI
Porto, Portugal
e-mail: jdr,rui.ribeiro,gmavaz@fe.up.pt, web <http://www.fe.up.pt>

Palavras-chave: Algoritmos genéticos, controlo de vibrações, sensores e actuadores piezoelétricos.

Resumo. *A localização óptima e o número de sensores e actuadores piezoelétricos são aspectos fundamentais no controlo de vibrações de estruturas. Em geral, os elementos piezoelétricos devem ser colocados onde a sua acção sobre os modos a amortecer é máxima. Neste artigo foi desenvolvida uma metodologia geral, baseada em Algoritmos Genéticos e em Elementos Finitos, para a determinação da localização de sensores e actuadores piezoelétricos de modo a maximizar o amortecimento de um único modo ou de uma combinação ponderada dos diversos modos de vibração. O algoritmo foi aplicado com sucesso a uma viga de alumínio sujeita a diversas condições de fronteira. Os resultados obtidos foram comparados com a distribuição da energia de deformação interna modal, verificando-se uma excelente concordância.*

1. INTRODUÇÃO

A determinação da localização de actuadores e sensores em estruturas para controlo de vibrações em regime livre ou forçado é geralmente formulada como um problema de optimização multivariável baseado ou em critérios estruturais ou de controlo. As funções objectivo podem estar directamente relacionadas com o desempenho do sistema (amplitudes, tempo de resposta, etc), potência necessária, grau de controlabilidade e/ou observabilidade ou directamente com os coeficientes de amortecimento atingidos devido ao controlo do sistema.

No trabalho inicial de Crawley [1], apenas o controlo dos 2 primeiros modos foi considerado e, neste caso, apenas um único actuador foi utilizado e colocado no ponto onde a energia interna de deformação era máxima para esses modos. Liang and Rogers [2] introduziram como função objectivo o conceito do factor de potência do actuador, que descreve a capacidade do actuador em transformar a energia eléctrica fornecida em energia mecânica. Nas últimas décadas, diversos conceitos de controlabilidade e de observabilidade foram desenvolvidos com vista à selecção óptima da localização de sensores/actuadores piezoeléctricos [3]. Contudo, foi demonstrado que estes métodos nem sempre forneciam resultados satisfatórios [4].

Uma metodologia sistemática e quantitativa para a determinação em estruturas mecânicas da localização óptima de sensores e actuadores piezoeléctricos co-colocados é investigada numericamente. A soma ponderada dos coeficientes de amortecimento em malha fechada [5] é usada como uma medida do desempenho do sistema e uma metodologia de controlo de ganho constante é considerada.

Depois de descrita a formulação matemática e o método de optimização, são apresentados os resultados obtidos para uma viga de alumínio sujeita a duas condições de fronteira distintas: encastrada livre e simplesmente apoiada. Os resultados obtidos são comparados com a distribuição da energia interna modal e é determinada a localização óptima de 2 e 4 sensores/actuadores piezoeléctricos para controlo dos 4 primeiros modos de vibração.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

2.1. Algoritmos Genéticos

Uma das grandes vantagens dos algoritmos genéticos é a sua simplicidade e o seu número limitado de restrições.

Os algoritmos genéticos são um processo iterativo que mantém uma população de possíveis soluções, denominadas por cromossomas. Cada cromossoma é constituído por um conjunto individual de estruturas – os genes. A cada gene está associado um parâmetro específico do domínio do problema de optimização. Durante cada iteração, ou geração, cada solução é avaliada e uma medida do seu desempenho é obtida. Baseando-se nessa avaliação, uma nova população de possíveis soluções é determinada. Através da aplicação do processo de selecção, ou reprodução, os indivíduos com melhor desempenho têm uma probabilidade superior de serem seleccionados.

O processo de selecção pode ser implementado de diversos modos, dos quais, o processo de *tournament* foi o escolhido neste caso. Neste processo, numa única iteração, um número pré-definido de indivíduos da população é seleccionado. O indivíduo com o melhor desempenho deste grupo é, por sua vez, seleccionado para integrar a nova população da geração seguinte. O processo repete-se até que o número de indivíduos da nova população seja igual ao número de candidatos da população inicial. Como consequência, a média do desempenho da nova população será superior ao desempenho das populações das gerações precedentes.

Depois da selecção, o operador de cruzamento é aplicado a 2 ou mais cromossomas de acordo com a denominada probabilidade de cruzamento. Este operador permite a recombinação de porções de material genético. Embora o cruzamento possa tomar diferentes formas, é geralmente implementado escolhendo, aleatoriamente, um ou mais *cut-point* (*crossover point*) no cromossoma e trocando os conjuntos de genes deste ponto em diante.

O último operador envolvido no processo é denominado de mutação. Trata-se de um operador que, de acordo com uma probabilidade pré-definida, a probabilidade de mutação, produz uma alteração aleatória de um gene, restaurando a diversidade genética. Este operador é, geralmente, responsável por fornecer os genes que não estavam presentes na população inicial e por substituir os genes perdidos durante o processo de selecção de modo a que estes possam ser testados num novo contexto. Na prática, o risco do processo terminar num óptimo local é reduzido (Figura 1).

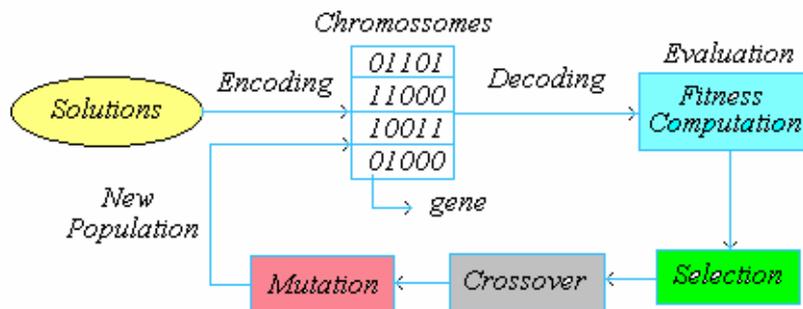


Figura 1. Estrutura geral dum algoritmo genético

2.2. Equações do movimento

As equações do movimento que regem o comportamento dinâmico de estruturas com elementos piezoeléctricos embutidos e amortecimento de tipo viscoso, podem escrever-se na forma [6],

$$\begin{aligned} [M_{mm}]\{\ddot{q}\} + [C_{mm}]\{\dot{q}\} + [K_{mm}]\{q\} - [K_{em^a}]\{\Phi^a\} &= \{F\} \\ [K_{em^s}]^T \{q\} + [K_{e^s e^s}]\{\Phi^s\} &= \{0\} \end{aligned} \quad (1)$$

onde $[M_{mm}]$ é a matriz de massa, $[C_{mm}]$ a matriz de amortecimento viscoso, $[K_{mm}]$ a matriz de rigidez estrutural, $[K_{em^a}]$ e $[K_{em^s}]$ as matrizes de acoplamento mecânico/eléctrico dos actuadores e dos sensores, $[K_{e^s e^s}]$ a matriz de rigidez eléctrica dos sensores, $\{q\}$ o vector de deslocamento, $\{\Phi^a\}$ e $\{\Phi^s\}$ os vector de potencial eléctrico e $\{F\}$ o vector das forças exteriores.

A matriz de amortecimento, $[C_{mm}]$, para caracterizar a energia dissipada durante a resposta do sistema a solicitações externas, assumindo um amortecimento do tipo de Rayleigh, pode ser escrita como:

$$[C_{mm}] = \alpha [M_{mm}] + \beta [K_{mm}] \quad (2)$$

e verifica as propriedades de ortogonalidade,

$$\{\Psi\}_i^T [C_{mm}] \{\Psi\}_j = 2\varpi_i \xi_i \delta_{ij} \quad (3)$$

onde ϖ_i são as frequências naturais, ξ_i as razões de amortecimento modais, $\{\Psi\}_i$ os vectores modais e δ_{ij} a função delta de Kronecker.

Os parâmetros α e β , tendo em conta as propriedades de ortogonalidade dos vectores modais, podem ser determinados a partir das razões de amortecimento modais através das seguintes relações,

$$\alpha + \beta \varpi_i^2 = 2\varpi_i \xi_i \quad (4)$$

Quando se pretende controlar as vibrações de uma estrutura, pretende-se intervir preferencialmente ao nível das amplitudes máximas de oscilação. Como a contribuição de cada modo natural de vibração para a resposta é inversamente proporcional ao quadrado da sua frequência, na prática e na maioria dos casos apenas os primeiros modos de vibração é que contribuem significativamente para a resposta do sistema. Assim sendo, assumindo que a resposta do sistema é governada pelos primeiros r modos, o deslocamento $\{q(t)\}$ pode ser aproximado por:

$$\{q(t)\} \approx \sum_{i=1}^r \{\Psi\}_i \eta_i(t) \quad (5)$$

em que η_i são as coordenadas modais. Utilizando a propriedade da ortogonalidade dos vectores modais relativamente às matrizes de massa e de rigidez, as equações do movimento, na ausência de forças exteriores podem ser reescritas do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \{\ddot{\eta}\} + [2\xi\omega]\{\dot{\eta}\} + [\omega^2]\{\eta\} - [\Psi]^T [K_{em^a}] \{\Phi^a\} &= \{0\} \\ [K_{em^s}]^T [\Psi]\{\eta\} + [K_{e^s e^s}] \{\Phi^s\} &= \{0\} \end{aligned} \quad (6)$$

O sistema correspondente em espaço de estados, equivalente às equações anteriores, é definido por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [A]x + [B]u \\ y &= [C]x \end{aligned} \quad (7)$$

sendo

$$\begin{aligned} x &= \begin{Bmatrix} \dot{\eta} \\ \eta \end{Bmatrix}, \quad u = \begin{Bmatrix} \Phi^a \\ 0 \end{Bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} -[2\xi\omega] & -[\omega^2] \\ [I] & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} [\Psi]^T [K_{em^a}] \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -[K_{e^s e^s}]^{-1} [K_{em^a}]^T [\Psi] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

Admitindo uma metodologia de controlo de ganho constante, a matriz de ganho constante, G , está relacionada com a saída do sistema, u , e com o vector de entrada, y , por: $u = -Gy$.

A determinação do ganho óptimo pode ser feita em paralelo com a localização óptima dos actuadores piezoeléctricos através das metodologias de controlo óptimo (Linear Quadratic Regulator) ou separadamente.

O método desenvolvido neste trabalho assume um ganho constante não óptimo, pelo que somente a questão da localização dos elementos piezoeléctricos é alvo de optimização.

A dinâmica do sistema em malha fechada pode ser derivada introduzindo a lei de controlo de ganho constante nas equações (7),

$$\dot{x} = [[A] - [B][G][C]]x \quad (9)$$

O sinal de feedback aplicado no actuador, e sendo proporcional à deformação medida pelo sensor, induz um aumento do amortecimento. Assim, em malha fechada, o amortecimento do sistema é composto pelo amortecimento inerente à estrutura e pelo amortecimento induzido pelo sinal de controlo. O coeficiente de amortecimento total é obtido por:

$$\xi_i = \frac{-Re(\lambda_i)}{\sqrt{Re^2(\lambda_i) + Im^2(\lambda_i)}} \quad (10)$$

onde λ_i é a solução do seguinte problema de natureza complexa:

$$[\lambda[I] - [A]_{cl}]x = 0 \quad (11)$$

em que $[A]_{cl}$ é a matriz da dinâmica do sistema em malha fechada definida por:

$$[A]_{cl} = [[A] - [B][G][C]] \quad (12)$$

O desempenho do sistema, para uma determinada geometria e lei de controlo, é medido através da taxa de decaimento da amplitude de resposta do sistema. Matematicamente, o problema traduz-se como a maximização da soma ponderada dos coeficientes de amortecimento do sistema em malha fechada:

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^n c_i \xi_i \quad (13)$$

onde c_i são os factores de ponderação de cada um dos n modos de vibração considerados.

Na prática, o problema é formulado de forma a que apenas exista um número finito de possíveis localizações na estrutura onde os sensores e actuadores piezoeléctricos possam ser colocados. Estas posições pré-definidas são coincidentes com os elementos da malha de elementos finitos utilizada para discretizar as equações de movimento do sistema. Uma vez fixo o ganho do controlador, o número máximo de elementos piezoeléctricos, a geometria da estrutura e as possíveis localizações dos elementos piezoeléctricos na estrutura, pode então utilizar-se algoritmos genéticos para encontrar a melhor configuração – aquela que apresenta os coeficientes de amortecimento mais elevados. Esta optimização pode ser realizada para um único modo de vibração ou para um conjunto de modos. À medida que o número de actuadores utilizados aumenta, aumentam também as possíveis combinações referentes à sua localização e, conseqüentemente, maior é o esforço computacional exigido.

Algumas das principais vantagens da metodologia proposta e do uso dos algoritmos genéticos é a sua facilidade de programação, a grande flexibilidade à alteração da função objectivo e a capacidade de simplificar este tipo de problemas de optimização.

3. RESULTADOS

Os resultados apresentados referem-se a uma viga de alumínio com 288 mm de comprimento, 12 mm de largura e 0.5 mm de espessura. Os elementos piezoeléctricos considerados (PX5-N da Philips Components) têm 0.3 mm de espessura, uma massa volúmica de 7800Kg/m³, e constantes piezoeléctricas iguais a: $d_{31}=-215 \times 10^{-12}$ m/V, $d_{33}=500 \times 10^{-12}$ m/V, $d_{15}=515 \times 10^{-12}$ m/V.

3.1. Distribuição da energia interna de deformação

A distribuição da percentagem da energia interna de deformação para os 4 primeiros modos de vibração da viga de alumínio foi calculada considerando 2 códigos distintos de elementos finitos e 2 tipos de malha: uma com 48 elementos (24 longitudinais e 2 transversais) e a outra com 96 elementos (48 longitudinais e 2 transversais). A viga, coberta em toda a superfície com elementos piezoeléctricos, foi modelada em ANSYS usando elementos de casca (SHELL99) e através de um código de elementos finitos baseado na teoria de placas de Mindlin, em que foram utilizados elementos de 4 nós com 6 graus de liberdade mecânicos e 1 grau de liberdade eléctrico para cada camada piezoeléctrica. Neste último caso,

assumiu-se um campo de deslocamento bilinear e integração numérica selectiva.

As Figuras 2 e 3 apresentam os resultados relativos à distribuição da percentagem de energia interna modal ao longo do comprimento da viga, obtida com ambos os códigos de elementos finitos para 2 condições de fronteira distintas: viga encastrada livre e viga simplesmente apoiada. Apenas os modos de flexão foram considerados.

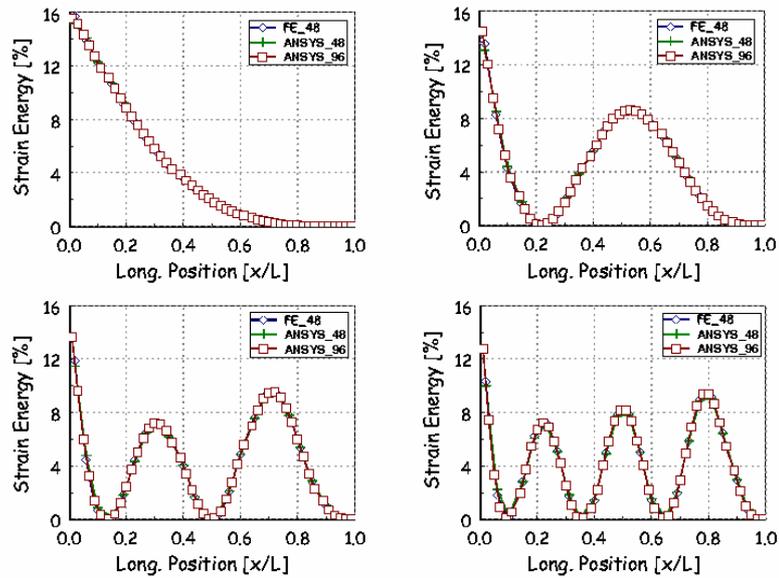


Figura 2. Energia de distribuição interna – viga encastrada livre

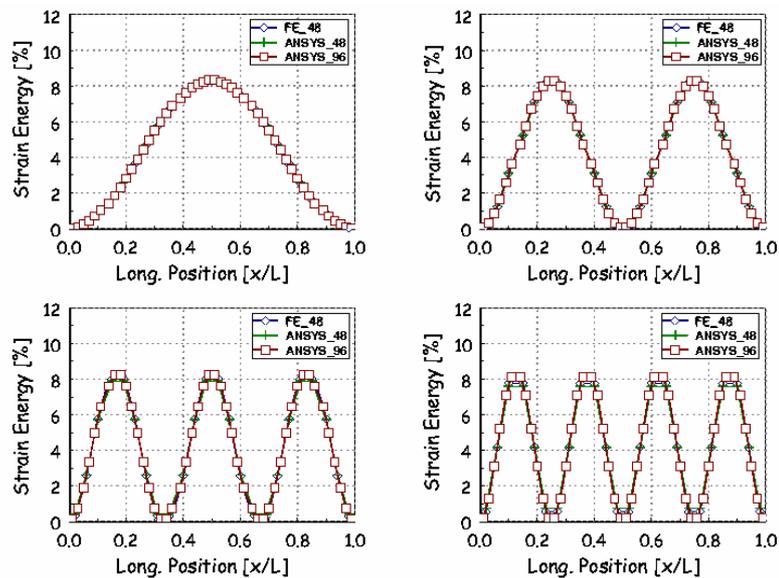


Figura 3. Energia de distribuição interna – viga simplesmente apoiada

Para ambas as condições de fronteira, uma concordância excelente é observada entre os diferentes códigos e malhas de elementos finitos. A energia interna é proporcional à segunda derivada do campo de deslocamentos. Deste modo, nas extremidades da viga simplesmente apoiada, a energia interna é mínima para todos os modos; enquanto que na viga encastrada livre a percentagem da energia interna modal atinge um máximo na extremidade encastrada.

3.2. Energia interna de deformação vs coeficiente de amortecimento modal

Nesta secção, considerando apenas a malha de 48 elementos, a percentagem de energia interna, para ambas as condições fronteira, é comparada com a distribuição do coeficiente de amortecimento obtido quando um sensor/actuador piezoeléctrico (12x12mm) é activado ao longo dos 24 elementos longitudinais da viga de alumínio.

O modelo em espaço de estados foi definido considerando 20 modos de vibração e um coeficiente de amortecimento igual a $\xi_i = [0.003, 0.0008, 0.0005, 0.0003, 0.0003, \dots, 0.0003]$ foi, respectivamente, assumido para cada um dos modos de vibração. Considerou-se igualmente uma metodologia de controlo de ganho constante: ($G=3.0$). Os resultados, apresentados nas Figuras 4 e 5, correspondem aos 4 primeiros modos em flexão. A percentagem de energia interna bem como os factores de amortecimento modal foram normalizados (entre 0 e 1) de modo a facilitar a sua comparação.

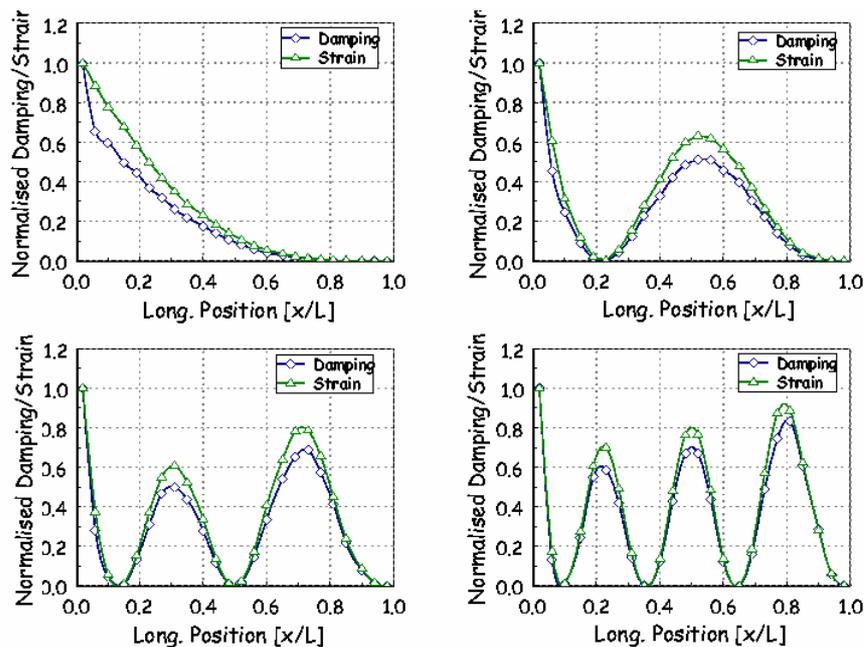


Figura 4. Energia interna normalizada vs coeficiente de amortecimento para uma sensor/actuador piezoeléctrico – viga encastrada livre

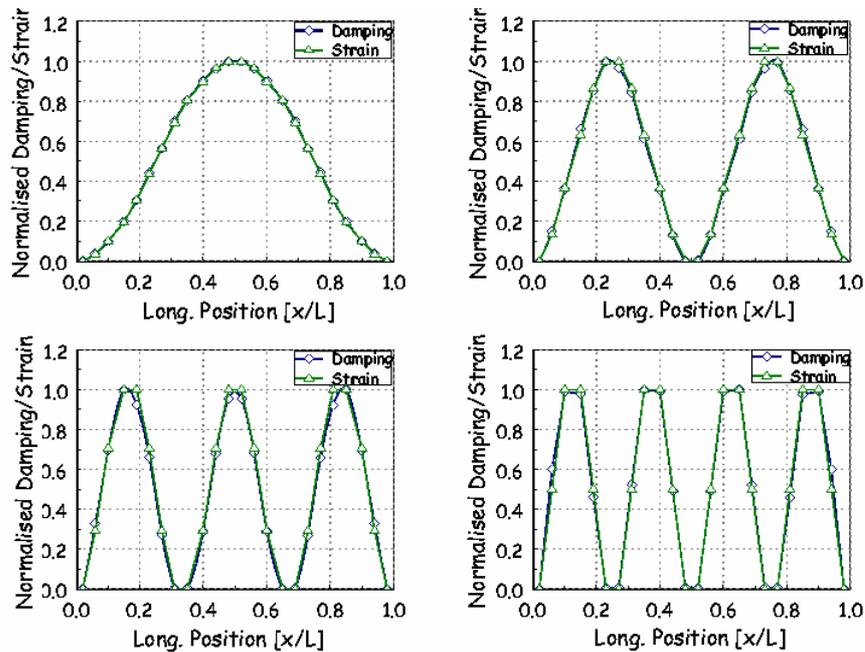


Figura 5. Energia interna normalizada vs coeficiente de amortecimento para um sensor/actuador piezoelétrico – viga simplesmente apoiada

Verifica-se que a distribuição dos coeficientes de amortecimento em malha fechada, obtidos quando cada um dos 24 elementos piezoelétricos é activado individualmente, é qualitativamente muito semelhante à distribuição de energia interna na viga. Nomeadamente, a localização do elemento piezoelétrico que apresenta um coeficiente de amortecimento mais elevado é sempre coincidente com o valor máximo da distribuição da energia interna para um dado modo. Por outro lado, e tal como seria de esperar, o valor mínimo do coeficiente de amortecimento é obtido quando o sensor/actuador piezoelétrico coincide com um dos nodos do modo de vibração correspondente.

3.3. Localização óptima de 2 sensores/actuadores piezoelétricos

Nesta secção, são apresentados os resultados relativos ao posicionamento óptimo de 2 sensores/actuadores piezoelétricos na viga de alumínio anteriormente descrita. Considera-se de novo uma viga encastrada livre e uma viga simplesmente apoiada. Usou-se uma malha de elementos finitos com 24x2 elementos nas simulações. O objectivo é o de posicionar de modo óptimo 2 sensores/actuadores piezoelétricos (12x12mm) ao longo dos 24 elementos da viga, de modo a que o coeficiente de amortecimento do sistema para um dado modo de vibração, em regime livre e em malha fechada, seja máximo.

Os algoritmos genéticos foram usados como método de optimização. Considerou-se uma população de 15 indivíduos, uma probabilidade de cruzamento igual a 0.60, uma probabilidade de mutação de 0.25, um número máximo de gerações igual a 1000 e uma estratégia elitista que garante que indivíduos com maior desempenho sobrevivem intactos

para a geração seguinte. Cada cromossoma, com um número de genes igual ao número de elementos na malha de discretização da estrutura, foi representado em binário, onde ‘0’ significa que o elemento piezoeléctrico não está activo e em que ‘1’ significa que o elemento está activo. Quanto à metodologia de controlo, assumiu-se um controlador com um ganho de constante igual a 3.0. Tal como anteriormente, a viga encontra-se coberta em ambos os lados com elementos piezoeléctricos. A localização dos 2 sensores/actuadores co-colocados encontra-se representada nas Figuras 6 e 7 juntamente com a distribuição de energia interna para as 2 condições de fronteira assumidas.

Em geral, a localização dos 2 elementos piezoeléctricos é coincidente com os elementos da malha de elementos finitos em que a energia interna é máxima. A única excepção refere-se ao segundo modo de flexão da viga encastrada livre, onde o segundo piezoeléctrico é posicionado ao lado do elemento com o máximo valor de percentagem da energia interna. Este facto pode dever-se a um refinamento não óptimo da malha de elementos finitos da estrutura e, conseqüentemente, a um défice na precisão da determinação da energia interna e no posicionamento dos sensores/actuadores piezoeléctricos.

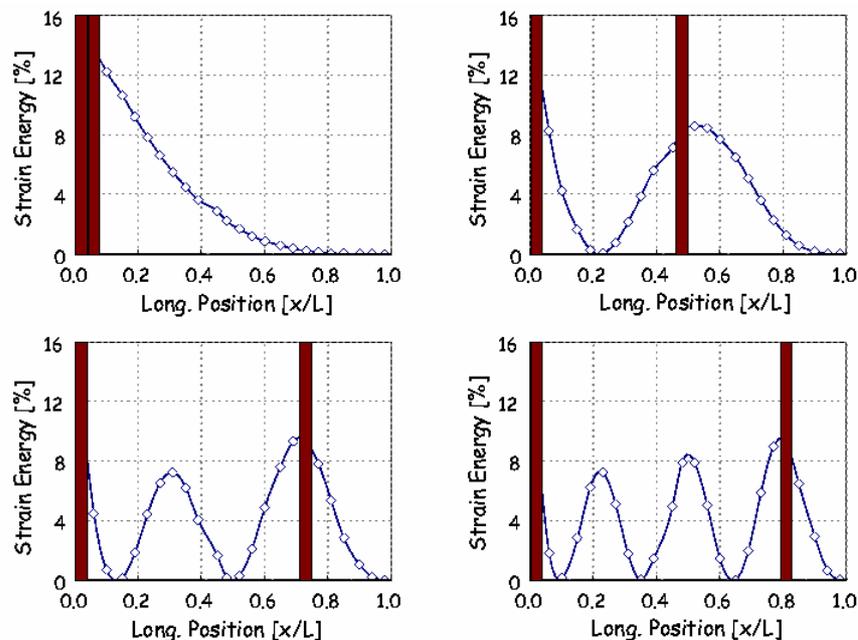


Figura 6. Percentagem da energia interna e localização óptima de 2 sensores/actuadores piezoeléctricos – viga encastrada livre

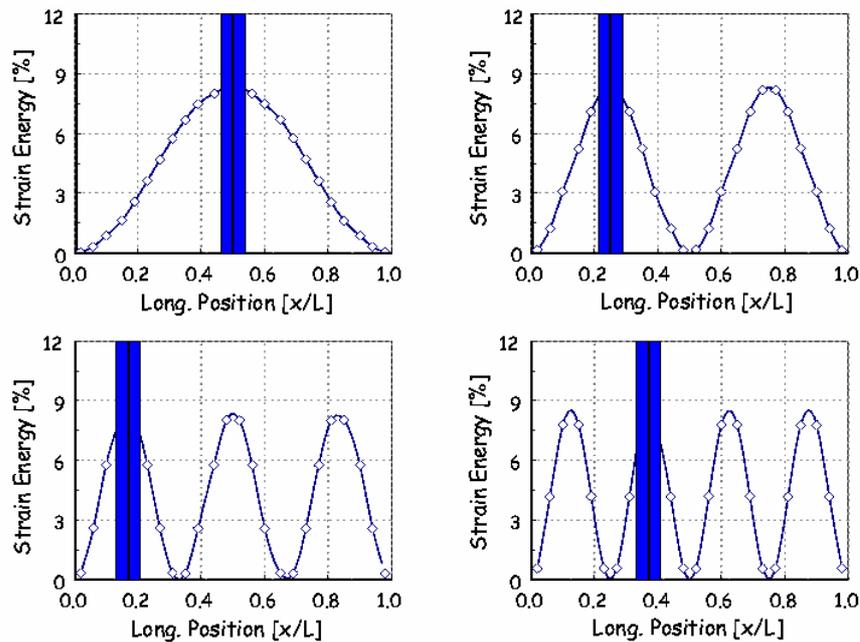


Figura 7. Percentagem da energia interna e localização óptima de 2 sensores/actuadores piezoelétricos – viga simplesmente apoiada

Para a viga simplesmente apoiada, Figura 7, a localização dos 2 elementos piezoelétricos é coincidente com o máximo da energia interna modal. Existe, contudo, uma tendência do algoritmo em agrupar os elementos piezoelétricos. Calculando o coeficiente de amortecimento para outras posições/configurações em que a energia interna é igualmente máxima, observa-se que para todas as combinações possíveis que a diferença entre o valor obtido e a configuração dos algoritmos genéticos é inferior a 1%. A explicação para o reagrupamento dos elementos piezoelétricos pode ser numérica ou estar relacionada com o modelo em si mesmo. Contudo, na prática, esta diferença é desprezável e é da ordem de grandeza dos erros ligados à determinação das propriedades mecânicas dos materiais.

3.4. Localização óptima de 4 sensores/actuadores piezoelétricos

Considerando os mesmos parâmetros de otimização que na secção anterior, apresenta-se nas Figuras 8 e 9 a distribuição da energia interna juntamente com a localização óptima de 4 elementos piezoelétricos para 2 condições de fronteira distintas.

No caso da viga encastrada livre, a localização dos 4 sensores/actuadores co-colocados para o controlo dos 3 primeiros modos em flexão é coincidente com a localização dos pontos onde a energia interna modal é máxima. Para o quarto modo de vibração, existe novamente uma pequena diferença entre os dois métodos, que é, contudo, corrigida com o posicionamento de um quinto elemento piezoelétrico, colocado desta vez numa localização onde a energia interna é máxima. Tal como já verificado anteriormente, a diferença entre as duas configurações é desprezável na prática (inferior a 1%).

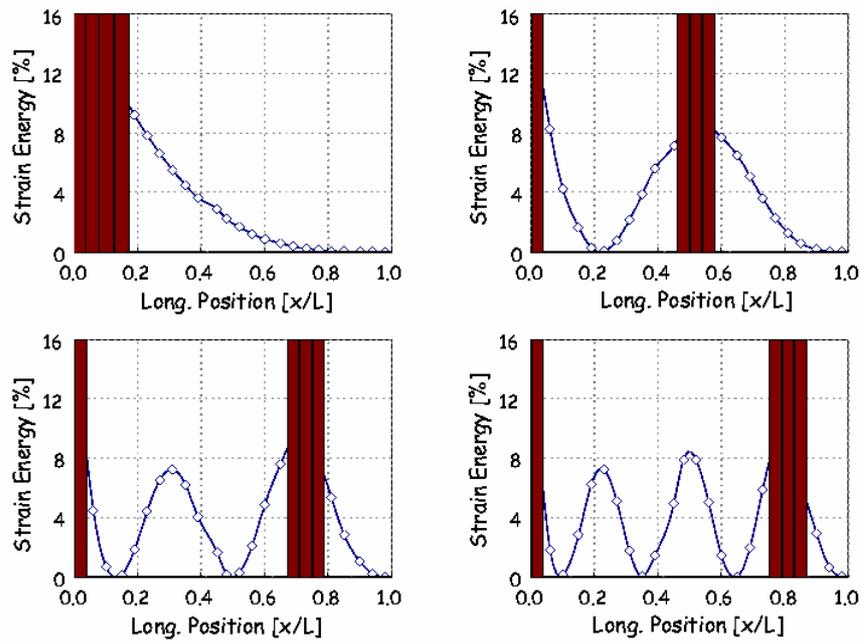


Figura 8. Percentagem da energia interna e localização óptima de 4 sensores/actuadores piezoelétricos – viga encastrada livre

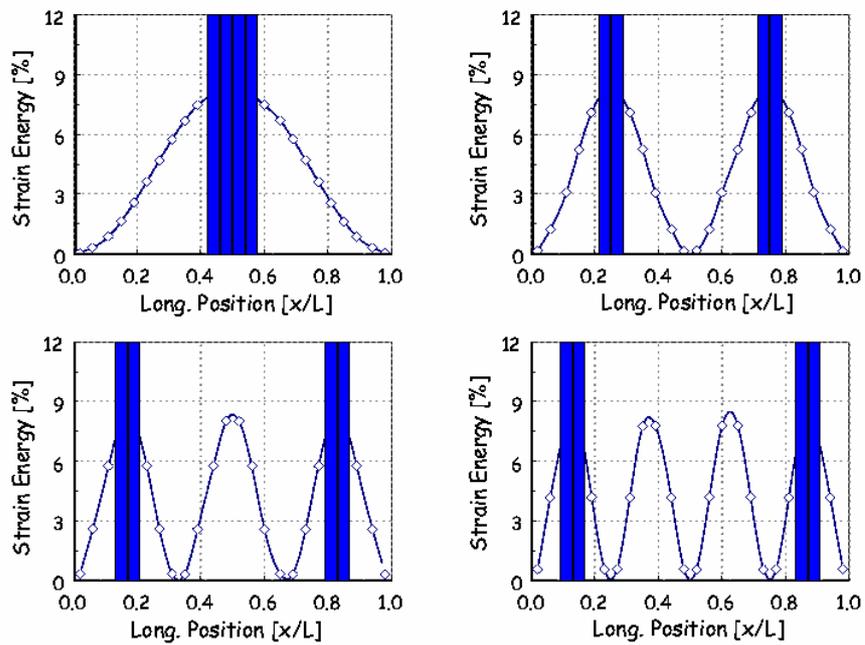


Figura 9. Percentagem da energia interna e localização óptima de 4 sensores/actuadores piezoelétricos – viga simplesmente apoiada

De um modo geral, o modo como é discretizada a estrutura influencia os resultados obtidos. Nomeadamente, a energia interna modal é calculada por elemento (integração no volume do elemento) e, conseqüentemente, não se trata de uma função contínua, tal como tem sido representada. Por outro lado, a localização de cada elemento piezoelétrico é também discreta e dependente da malha de elementos finitos e da posição desses elementos.

3.5. Localização óptima de 4 sensores/actuadores piezoelétricos – função arbitrária

Esta secção é consagrada à localização óptima de 4 sensores/actuadores piezoelétricos colocados de modo a controlar uma combinação de modos de vibração que estão sujeitos a diferentes factores de ponderação. Contrariamente às secções anteriores, o objectivo será de amortecer os primeiros 4 modos de vibração, utilizando não mais do que 4 elementos piezoelétricos, em vez de amortecer um único modo de vibração individualmente. Os resultados referentes à localização óptima dos 4 elementos piezoelétricos, obtida através de algoritmos genéticos, será comparada com a combinação linear dos diferentes coeficientes de amortecimento em malha fechada, ξ_i .

Considerando apenas a viga simplesmente apoiada, assumiram-se duas funções de optimização diferentes: $F_1 = 1\xi_1 + 4\xi_2 + 1\xi_3 + 4\xi_4$ e $F_2 = 1\xi_1 + 1\xi_2 + 4\xi_3 + 1\xi_4$. As funções de optimização e a localização óptima dos 4 sensores/actuadores piezoelétricos co-colocados são apresentados na Figura 10.

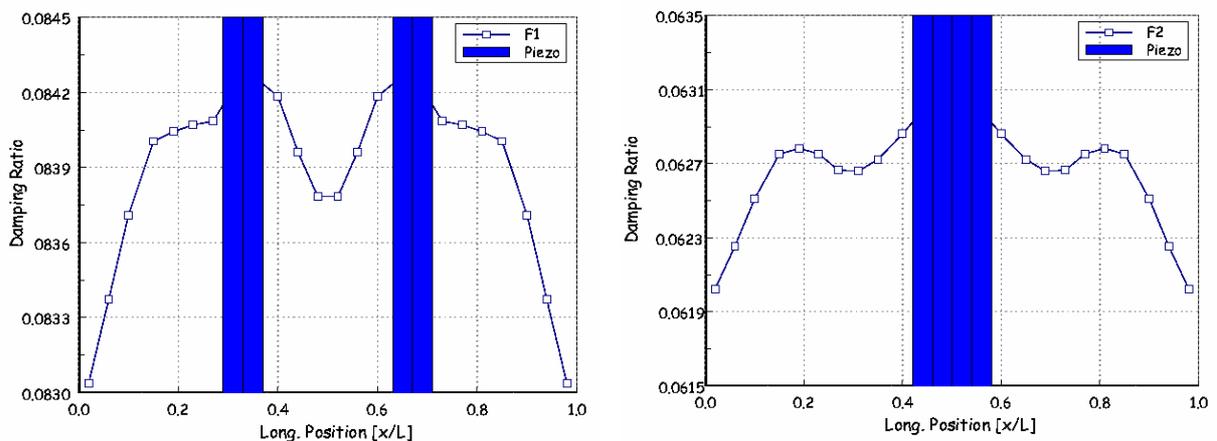


Figura 10. Localização óptima de 4 sensores/actuadores piezoelétricos – viga simplesmente apoiada – para duas funções arbitrárias $F_1 = 1\xi_1 + 4\xi_2 + 1\xi_3 + 4\xi_4$ e $F_2 = 1\xi_1 + 1\xi_2 + 4\xi_3 + 1\xi_4$

Como seria de esperar, a localização óptima dos 4 elementos piezoelétricos é coincidente com os valores máximos das funções de optimização. Tendo em conta que, durante o processo de optimização, quer o ganho da cadeia de controlo quer as matrizes características da estrutura se mantêm constantes, então os resultados obtidos através dos algoritmos genéticos podem ser directamente comparados com as funções de optimização. No caso da função F_1 , em que um peso superior é atribuído aos modos pares, os elementos piezoelétricos

são posicionados fora do centro da viga, onde os modos de vibração apresentam nodos, e fora das extremidades onde a energia interna atinge um mínimo. Para F_2 , onde um peso superior é atribuído ao terceiro modo de vibração (modo ímpar), todos os elementos piezoelétricos são posicionados no centro da viga, onde o seu efeito será maior.

4. CONCLUSÃO

Uma metodologia para determinar numa estrutura a localização óptima de sensores/actuadores piezoelétricos co-colocados para controlo de vibrações foi desenvolvida e descrita. A metodologia baseia-se em algoritmos genéticos e foi assumida como função objectivo a maximização da soma ponderada das razões de amortecimento em malha fechada, de modo a maximizar o amortecimento de um único modo ou de uma combinação ponderada dos diversos modos de vibração. A comparação dos resultados obtidos para a localização de sensores/actuadores com a distribuição da energia de deformação modal valida a metodologia desenvolvida. As simulações realizadas assumem a estrutura completamente coberta de elementos piezoelétricos e o controlo por activação individual de cada elemento piezoelétrico. Na prática, este pressuposto significa que as matrizes espaciais da estrutura mantêm-se constantes durante o processo de optimização. No caso de a estrutura não se apresentar coberta de elementos piezoelétricos, as matrizes espaciais têm de ser actualizadas em cada passo, de acordo com a localização do elemento piezoelétrico e, em consequência, recalculadas. No entanto, embora o processo de optimização seja mais lento, a metodologia desenvolvida mantêm-se igualmente válida.

REFERÊNCIAS

- [1] F. Crawley, J. Luis, Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures, *AIAA Journal*, **25**(10), 1373-1385 (1987)
- [2] C. Liang, F. Sun, C. Rogers, Determination of design of optimal actuator location and configuration based on actuator power factor, *Journal of Intelligent Materials and Structures*, **8**, 344-352 (1997)
- [3] A. Amdan, A. Nayfeh, Measures of modal controllability and observability for first and second order linear systems, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **12**(3), 421-428 (1989)
- [4] J. Choi, U. Park, S. Lee, Measures of modal controllability and observability in balanced coordinates for optimal placement of sensors/actuators: a flexible structure application, *SPIE's 7th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, **3984**, 425-436, Newport Beach, CA (2000)
- [5] R. Ribeiro, S. da Mota Silva, J. Dias Rodrigues, M. Vaz, Genetic Algorithms for Optimal Design and Control of Adaptive Structures, *SPIE's 7th Annual Int. Symposium on Smart Structures and Materials*, Newport Beach, CA (2000)
- [6] S. da Mota Silva, *Shape and vibration control of composite structures with piezoelectric elements using genetic algorithms*, PhD Thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (2003)