

# **ROBÓTICA INDUSTRIAL**

**Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de  
Computadores de Faculdade de Engenharia da Universidade do  
Porto**

# FORMAÇÃO DA 1ª EMPRESA DE ROBOTICA

---

George Devol and Joseph F. Engelberger encontram-se numa festa e têm a seguinte conversa:

GD: 50 percent of the people who work in factories are really putting and taking.

JE: Why are machines made to produce only specific items?

GD: How about approaching manufacturing the other way around, by designing machines that could put and take anything?

A Unimation, Inc., a 1ª empresa de robótica do mundo, nasce desta discussão.

# EVOLUÇÃO

---

- 1961: primeiro robot Unimate instalado na General Motors em New Jersey.
- 1963: o primeiro robot industrial controlado por computador, desenvolvido em Rancho Los Amigos Hospital, California.

No final de 2003:

Japão: 350.000

Estados Unidos: 112.000

Alemanha: 112.700

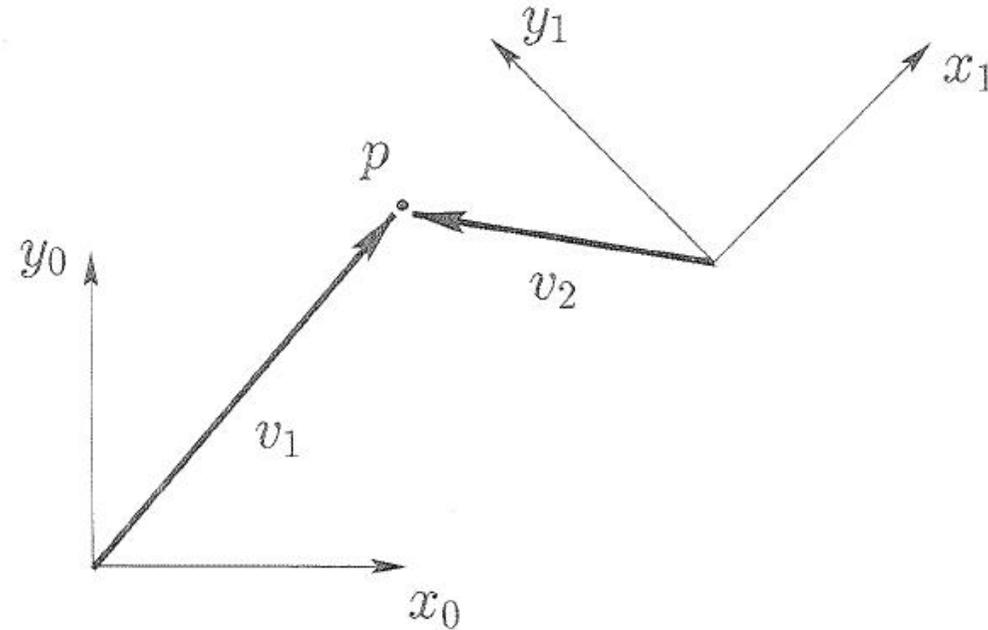
Itália: 50.000

França: 26.000

Espanha: 18.000

Reino Unido: 14.000

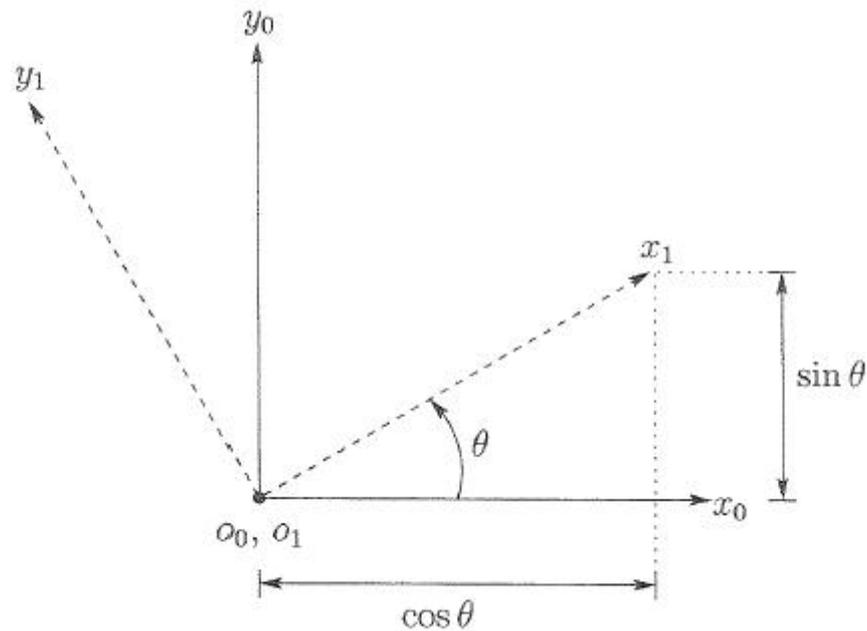
# REPRESENTAÇÃO DE PONTOS E VECTORES



Sistemas de coordenadas:  $o_0x_0y_0$  e  $o_1x_1y_1$

$$p^0 = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad p^1 = \begin{bmatrix} -2.8 \\ 4.2 \end{bmatrix} \quad v_1^0 = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad v_1^1 = \begin{bmatrix} 7.77 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

# REPRESENTAÇÃO DE ROTAÇÕES NO PLANO



$$R_1^0 = \left[ \begin{array}{c|c} x_1^0 & y_1^0 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc} x_1 \cdot x_0 & y_1 \cdot x_0 \\ x_1 \cdot y_0 & y_1 \cdot y_0 \end{array} \right]$$

# GRUPO ORTOGONAL ESPECIAL

---

Conjunto de matrizes  $n \times n$  designado por  $SO(n)$  tal que para qualquer  $R \in SO(n)$ , temos:

- $R^T = R^{-1}$  (ortogonal)
- As colunas/linhas de  $R$  são ortogonais entre si
- Cada coluna/linha de  $R$  é um vector unitário
- $\det(R) = 1$  (referencial “right-handed”)

As matrizes de rotação pertencem a este grupo.

Calcular a inversa de uma matriz de rotação é calcular a matriz de rotação do mesmo ângulo com sinal contrário.

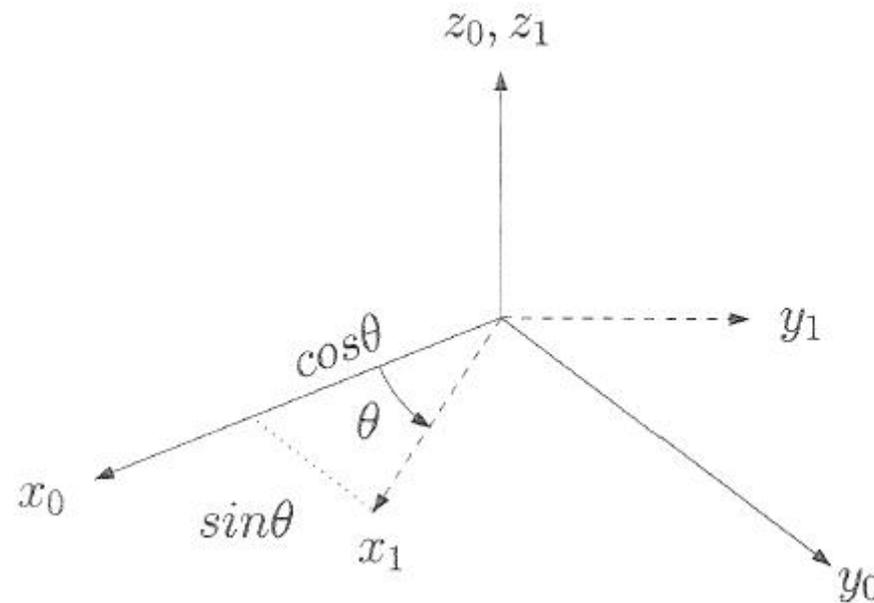
# REPRESENTAÇÃO DE ROTAÇÕES NO ESPAÇO

Para dois sistemas de coordenadas  $o_0x_0y_0z_0$  e  $o_1x_1y_1z_1$  ,  
teremos a matriz de rotação:

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} x_1 \cdot x_0 & y_1 \cdot x_0 & z_1 \cdot x_0 \\ x_1 \cdot y_0 & y_1 \cdot y_0 & z_1 \cdot y_0 \\ x_1 \cdot z_0 & y_1 \cdot z_0 & z_1 \cdot z_0 \end{bmatrix}$$

# ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO Z

---

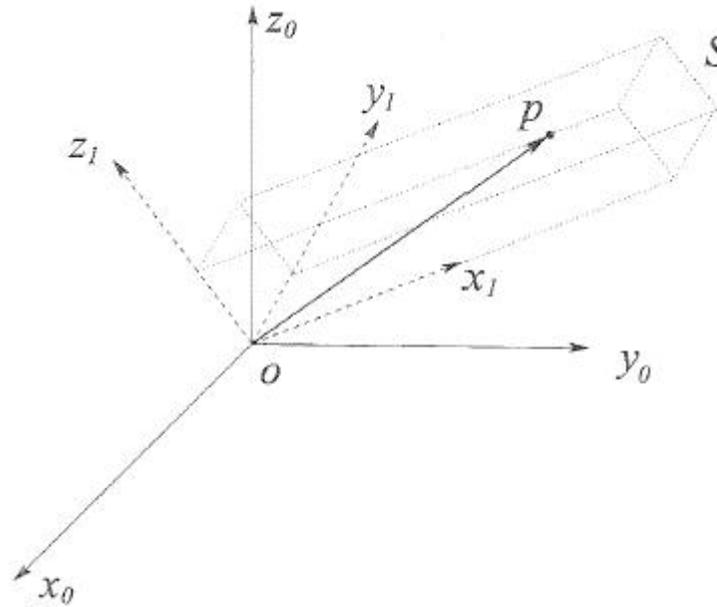


$$R = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =: R_{z,\theta}$$

# TRANSFORMAÇÕES ROTACIONAIS

(mudança de sistema de coordenadas)

---



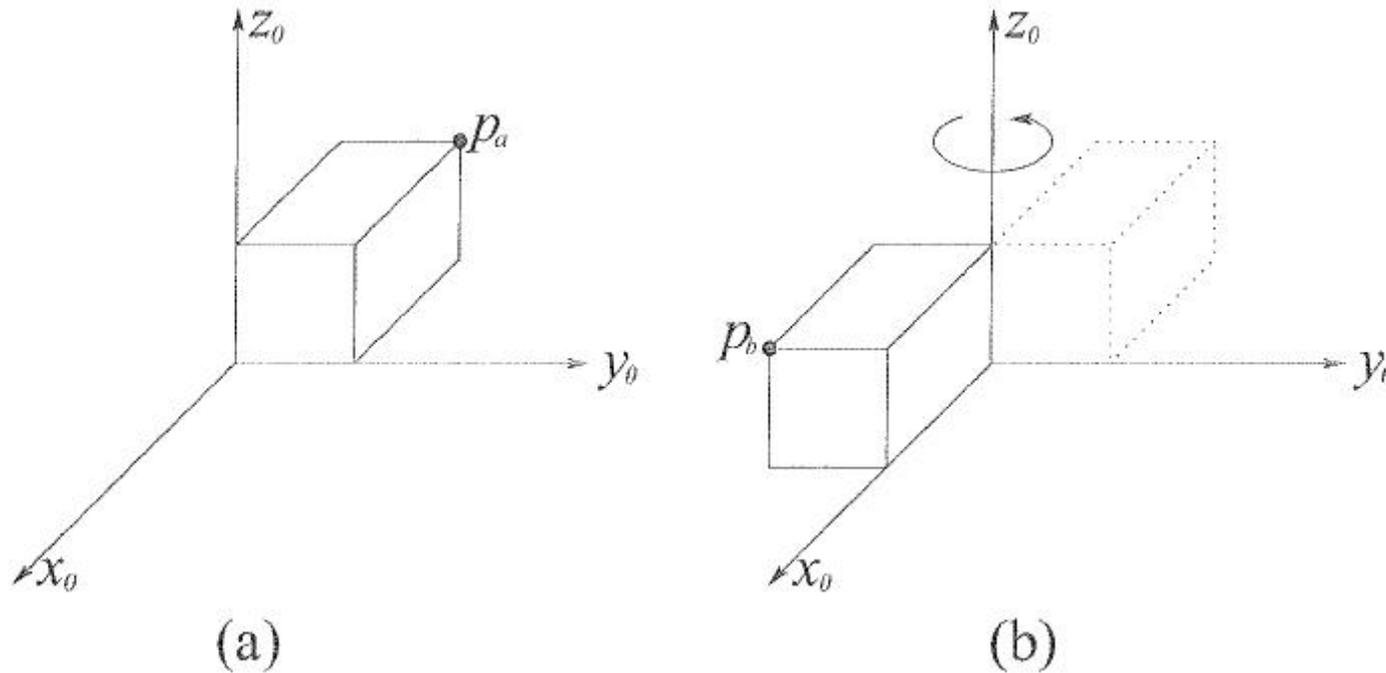
$$p^1 = u x_1 + v y_1 + w z_1$$

$$p^0 = \begin{bmatrix} p.x_0 \\ p.y_0 \\ p.z_0 \end{bmatrix} = R_1^0 p^1$$

# TRANSFORMAÇÕES ROTACIONAIS

(rotação de pontos/vectores)

---



Sendo:  $R_1^0 = R_{z,\pi}$ ,  $p_b^0 = R_{z,\pi} p_a^0$

Genericamente, temos:  $p_b = R p_a$

# TRANSFORMAÇÕES SIMILARES

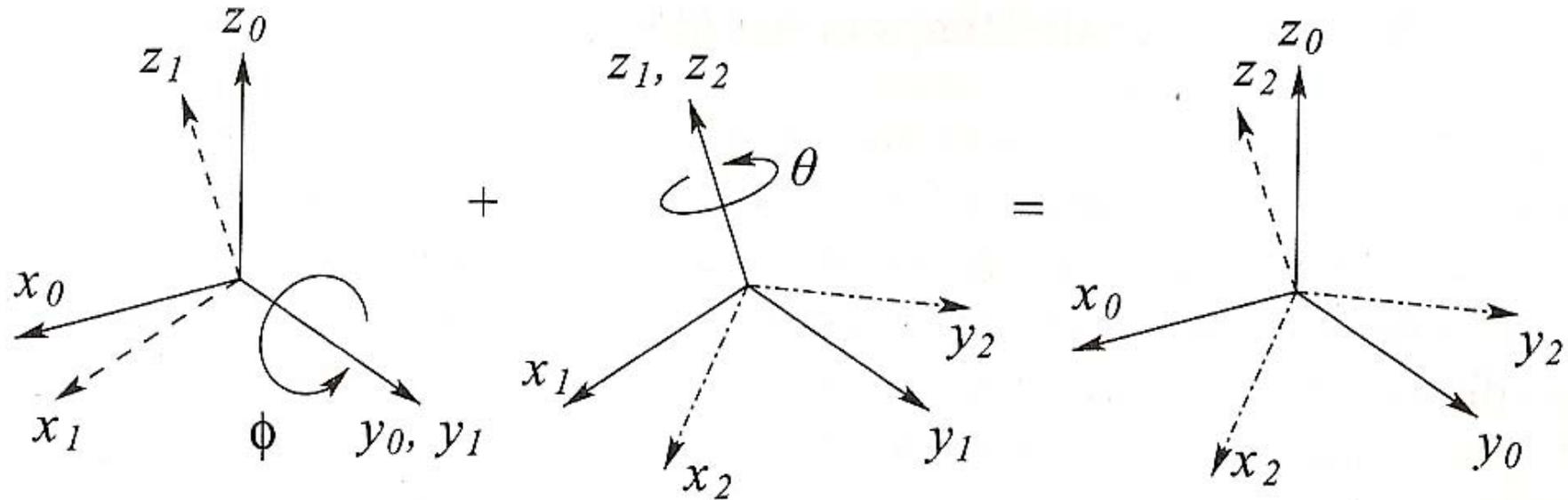
---

Seja  $A$  uma matriz que representa uma transformação linear no referencial  $O_0X_0Y_0Z_0$  e  $B$  a mesma transformação linear no referencial  $O_1X_1Y_1Z_1$ , então temos:

$$B = (R_1^0)^{-1} A R_1^0$$

onde  $R_1^0$  é a matriz de relação entre o referencial  $O_1X_1Y_1Z_1$  e o referencial  $O_0X_0Y_0Z_0$

# COMPOSIÇÃO DE ROTAÇÕES EM TORNO DO REFERENCIAL ACTUAL

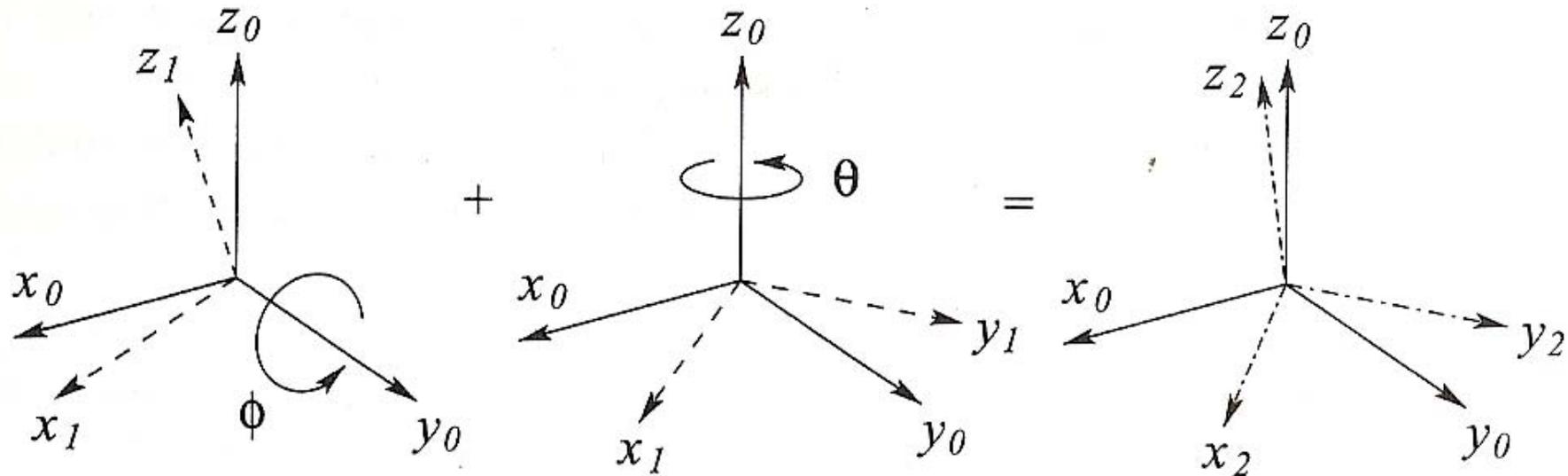


Sejam os sistemas de coordenadas  $O_0X_0Y_0Z_0$ ,  $O_1X_1Y_1Z_1$ , e  $O_2X_2Y_2Z_2$ ,

Relacionados pelas matrizes de rotação  $R_1^0$  e  $R_2^1$

Então teremos:  $p^0 = R_1^0 R_2^1 p^2$  ou seja:  $R_2^0 = R_1^0 R_2^1$

# COMPOSIÇÃO DE ROTAÇÕES EM TORNO DE UM REFERENCIAL FIXO



Neste caso:  $R_2^0 = R R_1^0$

# REGRAS DE COMPOSIÇÃO DE TRANSFORMAÇÕES ROTACIONAIS

---

Dado um referencial fixo  $O_0X_0Y_0Z_0$ , e um referencial actual  $O_1X_1Y_1Z_1$  com uma matriz de rotação entre ambos  $R_1^0$ .

Obtem-se um terceiro referencial  $O_2X_2Y_2Z_2$ , caracterizado pela matriz  $R_2^1$  relativa ao referencial actual, através de:

$$R_2^0 = R_1^0 R_2^1$$

Se a segunda rotação  $R$  é feita em relação ao referencial fixo  $O_0X_0Y_0Z_0$ , então:

$$R_2^0 = R R_1^0$$

# PARAMETRIZAÇÃO DE ROTAÇÕES

---

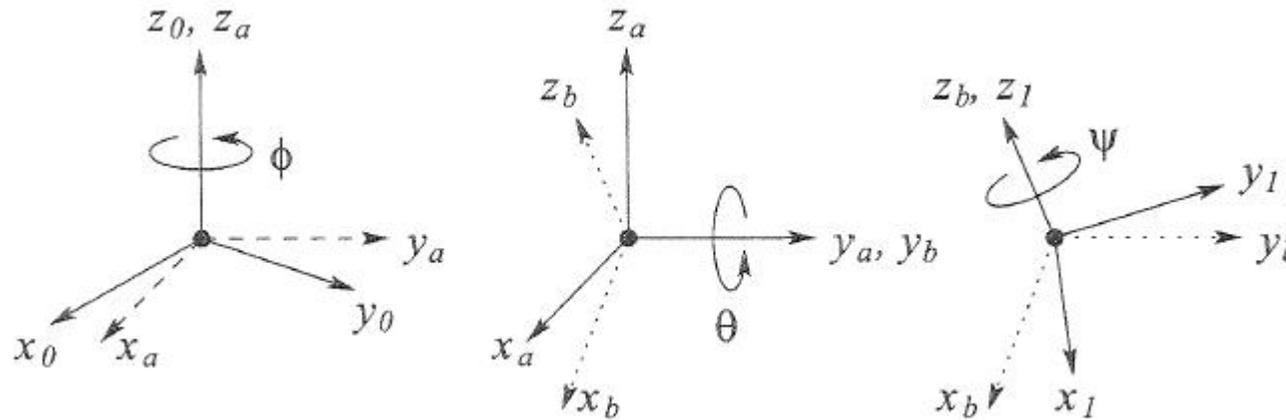
Um corpo rígido só tem 3 graus de liberdade para rotações e uma matriz  $R \in SO(3)$  tem 9 elementos, logo não são todos independentes:

$$\sum_i r_{ij}^2 = 1, \quad j \in \{1, 2, 3\} \quad (\text{colunas são vectores unitários})$$

$$r_{1i} r_{1j} + r_{2i} r_{2j} + r_{3i} r_{3j} = 0, \quad i \neq j \quad (\text{colunas ortogonais})$$

resultam 6 equações com 9 incógnitas.

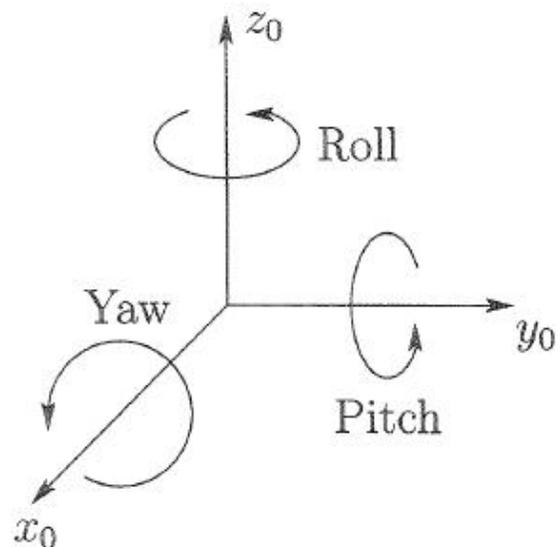
# ÂNGULOS DE EULER-ZYZ



$$R_{ZYZ} = R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} C\phi & -S\phi & 0 \\ S\phi & C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C\phi C\theta C\psi - S\phi S\psi & -C\phi C\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta \\ S\phi C\theta C\psi + C\phi S\psi & -S\phi C\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix}$$

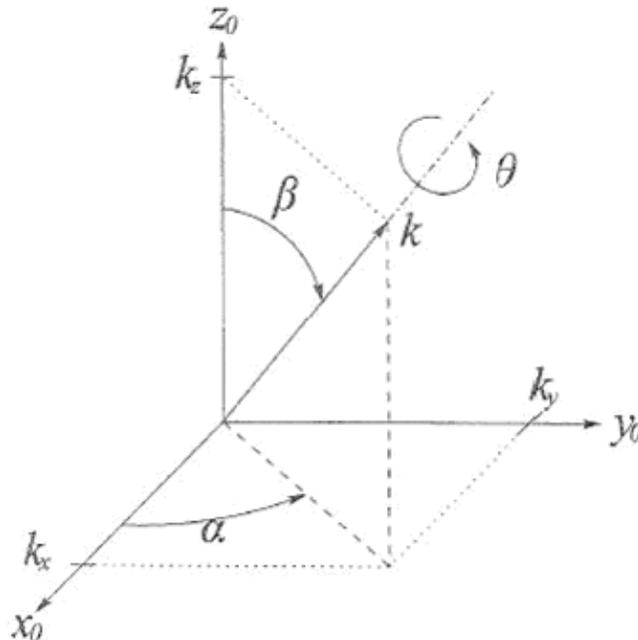
# ÂNGULOS ROLL, PITCH, YAW



$$R = R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{x,\psi} = \begin{bmatrix} C_\phi & -S_\phi & 0 \\ S_\phi & C_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\theta & 0 & S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\theta & 0 & C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\psi & -S_\psi \\ 0 & S_\psi & C_\psi \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_\phi C_\theta & -S_\phi C_\psi + C_\phi S_\theta S_\psi & S_\phi S_\psi + C_\phi S_\theta C_\psi \\ S_\phi C_\theta & C_\phi C_\psi + S_\phi S_\theta S_\psi & -C_\phi S_\psi + S_\phi S_\theta C_\psi \\ -S_\theta & C_\phi S_\psi & C_\theta C_\psi \end{bmatrix}$$

# REPRESENTAÇÃO EIXO/ÂNGULO



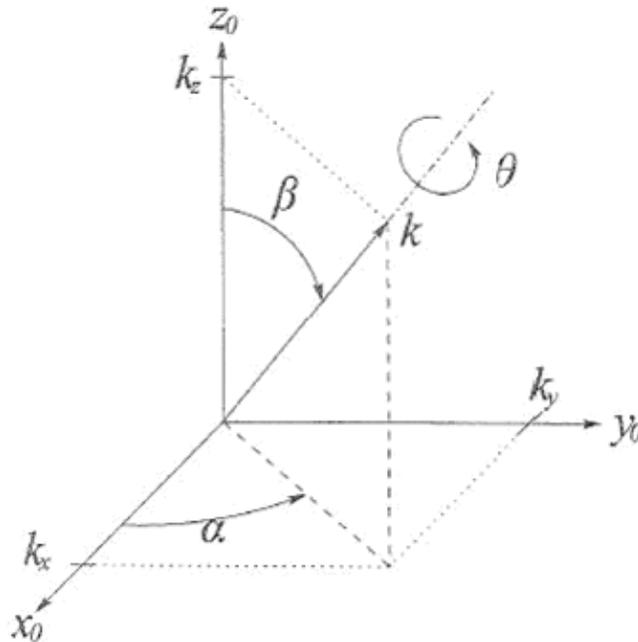
Vector em torno do qual se faz a rotação  $\theta$ :  $k = [k_x \quad k_y \quad k_z]$

Matriz de rotação que coloca o eixo z em k:  $R = R_{z,\alpha} R_{y,\beta}$

Teremos então:  $R_{z,\theta} = R^{-1} R_{k,\theta} R \Leftrightarrow R_{k,\theta} = R R_{z,\theta} R^{-1}$

$$\Leftrightarrow R_{k,\theta} = R_{z,\alpha} R_{y,\beta} R_{z,\theta} R_{y,-\beta} R_{z,-\alpha}$$

# REPRESENTAÇÃO EIXO/ÂNGULO



Vector em torno do qual se faz a rotação  $\theta$ :  $k = [k_x \quad k_y \quad k_z]^T$

$$R_{k,\theta} = \begin{bmatrix} k_x^2 v_\theta + c_\theta & k_x k_y v_\theta - k_z s_\theta & k_x k_z v_\theta + k_y s_\theta \\ k_x k_y v_\theta + k_z s_\theta & k_y^2 v_\theta + c_\theta & k_y k_z v_\theta - k_x s_\theta \\ k_x k_z v_\theta - k_y s_\theta & k_y k_z v_\theta + k_x s_\theta & k_z^2 v_\theta + c_\theta \end{bmatrix}, \text{ sendo } v_\theta = 1 - c_\theta$$

# REPRESENTAÇÃO EIXO/ÂNGULO

---

A representação não é única:  $R_{k,\theta} = R_{-k,-\theta}$

Para uma matriz de rotação genérica R, teremos:

$$\Theta = \cos^{-1}\left(\frac{r_{11} + r_{22} + r_{33} - 1}{2}\right) \quad \text{e} \quad k = \frac{1}{2\sin\Theta} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix}$$

Pode-se representar através de um único vector não unitário:

$$r = [ \Theta k_x \quad \Theta k_y \quad \Theta k_z ]^T$$

# MOVIMENTAÇÃO DE CORPOS RÍGIDOS

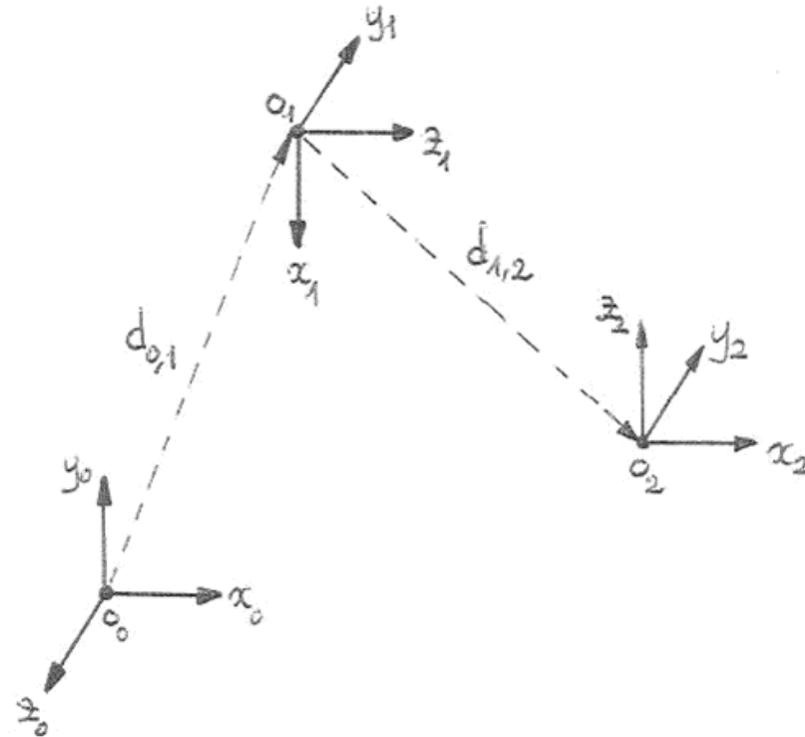
---

O movimento de um corpo rígido é composto por uma translação e uma rotação.

Ou seja é um par  $(d, R)$  com  $d \in \mathbb{R}^3$  e  $R \in SO(n)$

Grupo especial Euclidiano  $SE(3) = \mathbb{R}^3 \times SO(3)$

# MOVIMENTAÇÃO DE CORPOS RÍGIDOS



Temos:  $p^0 = R_1^0 p^1 + d_{0,1}^0$  e  $p^1 = R_2^1 p^2 + d_{1,2}^1$

Por outro lado:  $p^0 = R_2^0 p^2 + d_{0,2}^0$

Manipulando as equações:  $p^0 = R_1^0 R_2^1 p^2 + R_1^0 d_{1,2}^1 + d_{0,1}^0$

# TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS

---

Temos:  $p^0 = R_1^0 R_2^1 p^2 + R_1^0 d_{1.2}^1 + d_{0.1}^0$

Note-se que: 
$$\begin{bmatrix} R_1^0 & d_{0.1}^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_2^1 & d_{1.2}^1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1^0 R_2^1 & R_1^0 d_{1.2}^1 + d_{0.1}^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ou seja o movimento  $(d, R)$  de um corpo pode ser representado por uma matriz na forma:

$$H = \begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sendo  $R$  uma matriz ortogonal, teremos:  $H^{-1} = \begin{bmatrix} R^T & -R^T d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

# TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS

---

Sejam os vectores:

$$P_0 = \begin{bmatrix} p^0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad P_1 = \begin{bmatrix} p^1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Então teremos:

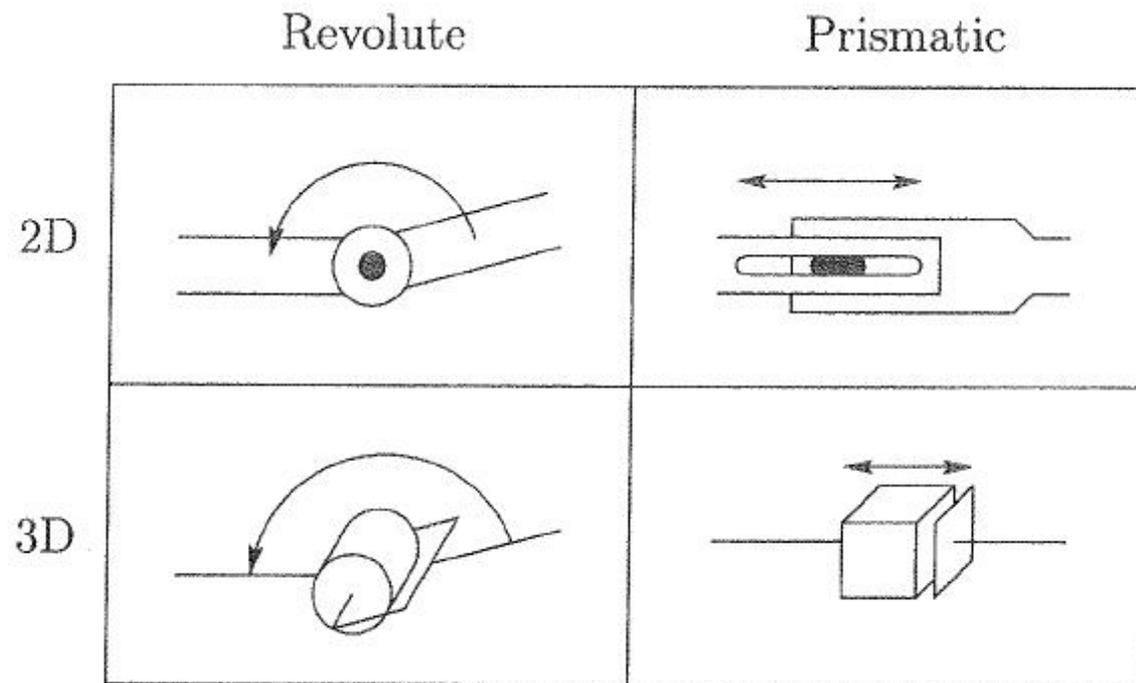
$$P_0 = H_1^0 P_1$$

Uma matriz relativa a uma sequência de movimentos goza das mesmas propriedades das matrizes de rotação.

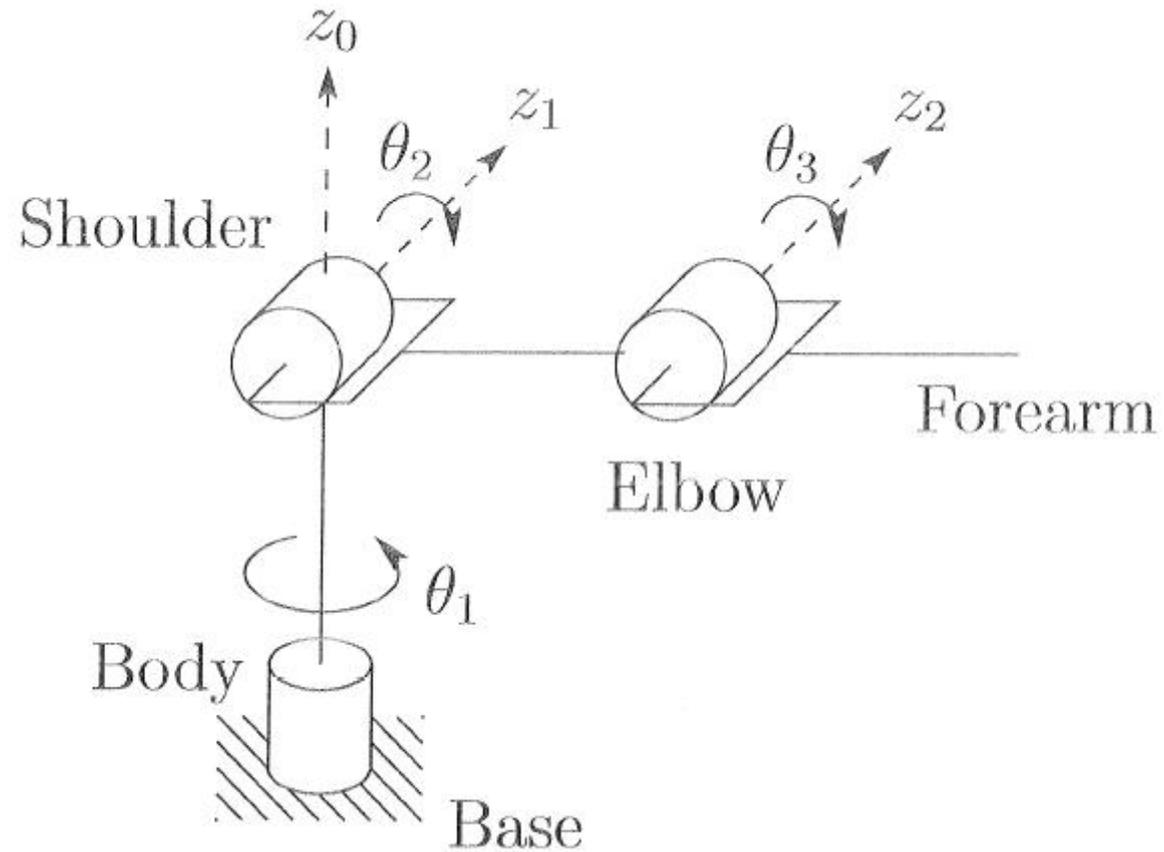
# MANIPULADORES ROBÓTICOS

---

## Representação simbólica dos segmentos e articulações

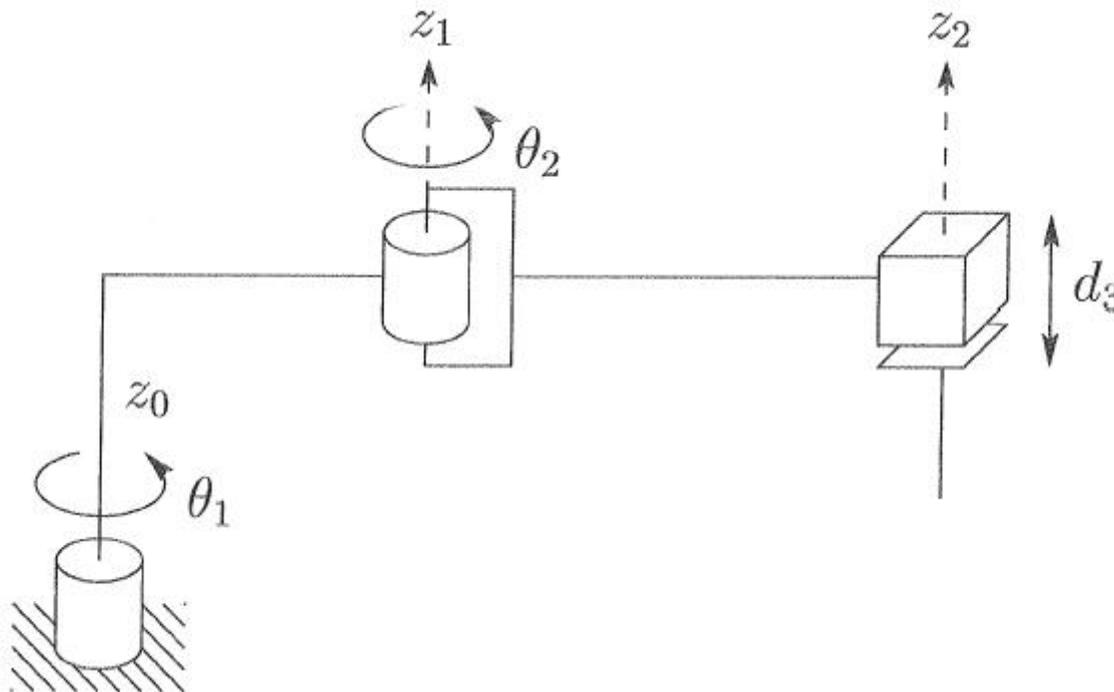


# MANIPULADOR ANTROPOMÓRFICO (RRR)



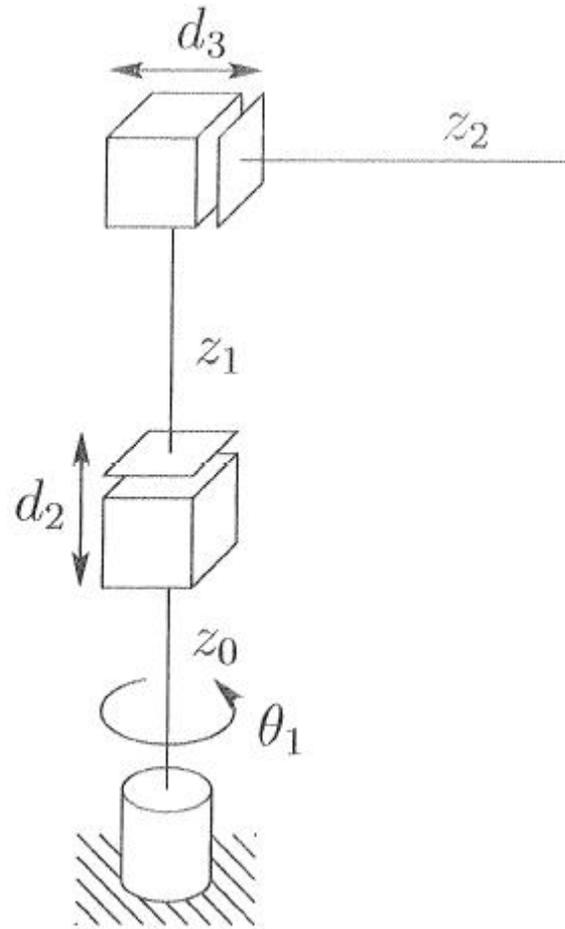
# MANIPULADOR ESFÉRICO (RRP)

---



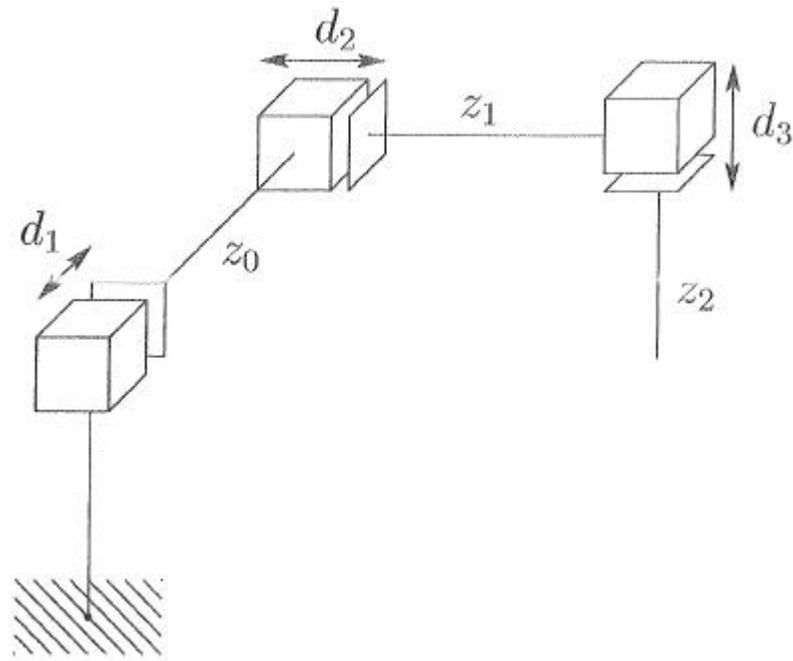
# MANIPULADOR CILINDRICO (RPP)

---



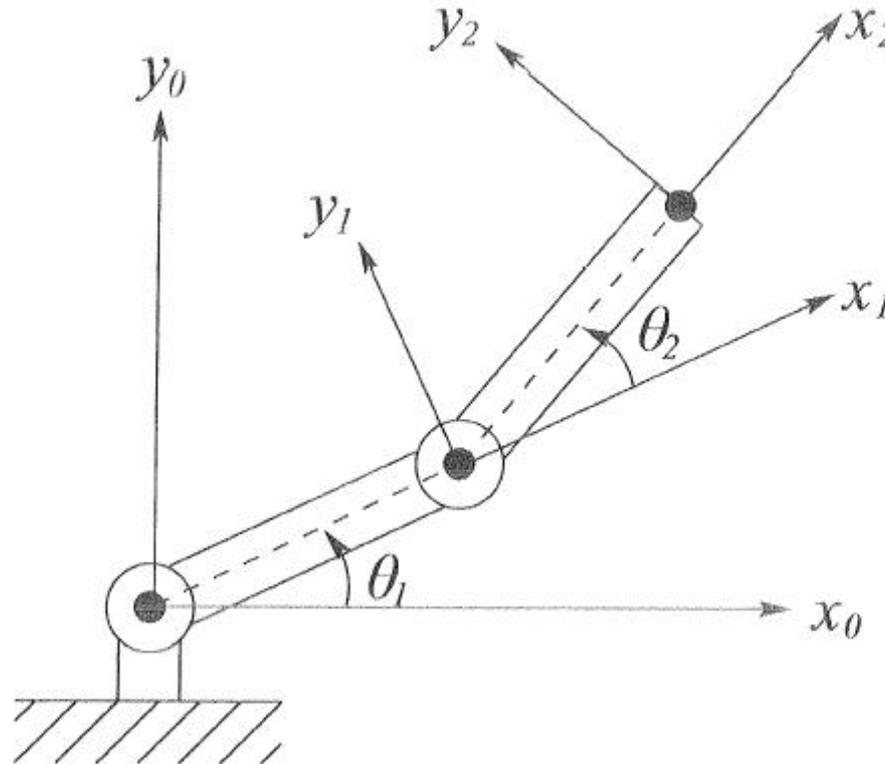
# MANIPULADOR CARTESIANO (PPP)

---



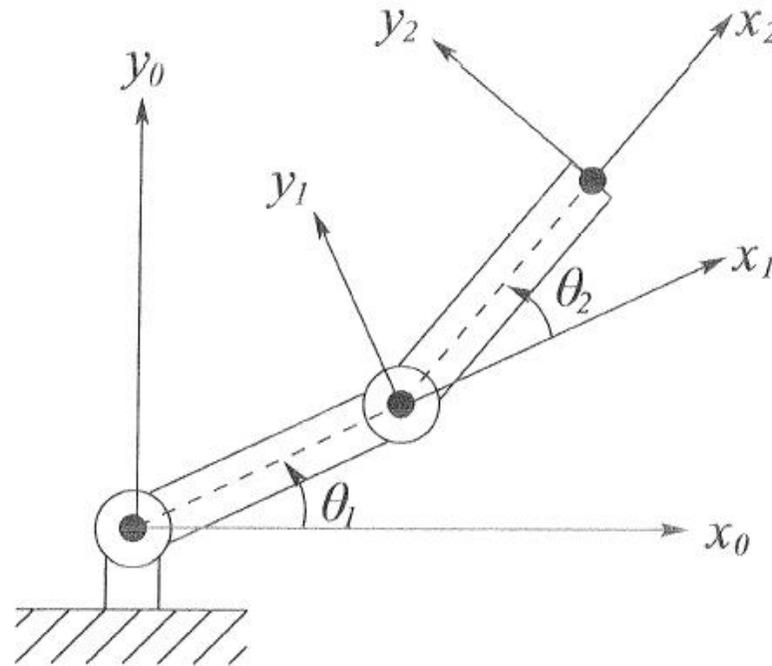
# CINEMÁTICA DIRECTA

---



Permite o cálculo das coordenadas e orientação da extremidade do manipulador a partir do valor de cada articulação.

# MANIPULADOR PLANAR DE 2 ARTICULAÇÕES



Posição da extremidade:  $x = a_1 \cos(\theta_1) + a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$

$$y = a_1 \sin(\theta_1) + a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

Orientação da extremidade:  $R = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$

# CONVENÇÕES

---

- 1 –  $n$  articulações  $(1,2,\dots,n)$  e  $n+1$  segmentos  $(0,1,\dots,n)$
- 2 – a articulação  $i$  liga o segmento  $i-1$  ao segmento  $i$
- 3 – quando se actua na articulação  $i$  o segmento  $i$  move-se
- 4 – o segmento  $0$  (base) é fixo e não se move
- 5 – cada articulação é caracterizada por um valor:

$$q_i = \begin{cases} \theta & \text{- rotativa} \\ d & \text{- prismática} \end{cases}$$

- 6 – o referencial  $O_i X_i Y_i Z_i$  está ligado ao segmento  $i$

# CINEMÁTICA DIRECTA

---

Seja

$$A_i = A_i(q_i)$$

as matrizes correspondentes às transformações homogéneas que relacionam os referenciais  $o_i x_i y_i z_i$  com os referenciais  $o_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ , então:

$$T_j^i = A_{i+1} A_{i+2} \dots A_{j-1} A_j, \text{ para } i < j$$

relaciona o referencial  $o_j x_j y_j z_j$  com o referencial  $o_i x_i y_i z_i$ .

# MÉTODO DH (Denavit-Hartenberg)

- Qualquer transformação homogénea pode ser representada por 6 números: 3 para a rotação e 3 para a translação.
- O método DH reduz o número mínimo para 4 através de uma escolha apropriada dos referenciais.
- No método DH cada transformação homogénea tem a forma:

$$A_i = Rot_{z,\theta_i} Trans_{z,d_i} Trans_{x,a_i} Rot_{x,\alpha_i}$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# MÉTODO DH

---

Resulta:

$$A_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & c\alpha_i & s\theta_i & s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i & c\alpha_i & -c\theta_i & s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & 0 & s\alpha_i & 0 & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$a_i$  = comprimento do segmento (distância entre  $o_i$  e  $Z_{i-1}$ )

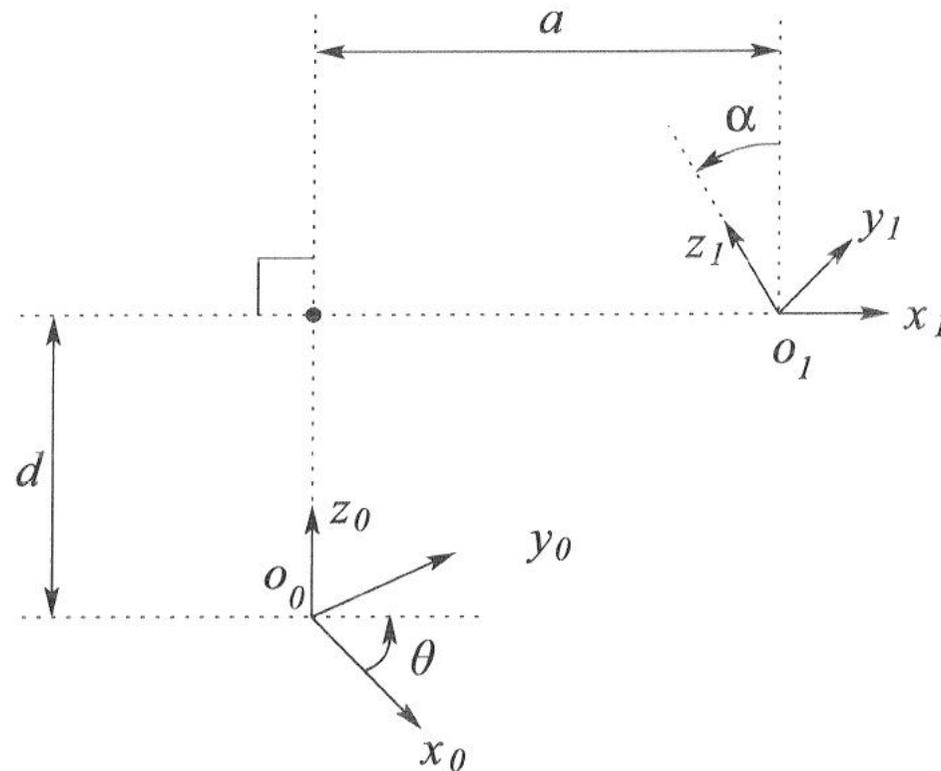
$\alpha_i$  = torção do segmento (ângulo entre  $z_i$  e  $Z_{i-1}$ )

$d_i$  = desvio do segmento (distância entre  $x_i$  e  $o_{i-1}$ )

$\theta_i$  = ângulo da articulação (ângulo entre  $x_i$  e  $x_{i-1}$ )

# MÉTODO DH

---



DH1:  $x_1$  deve ser perpendicular a  $z_0$

DH2:  $x_1$  deve intersectar  $z_0$

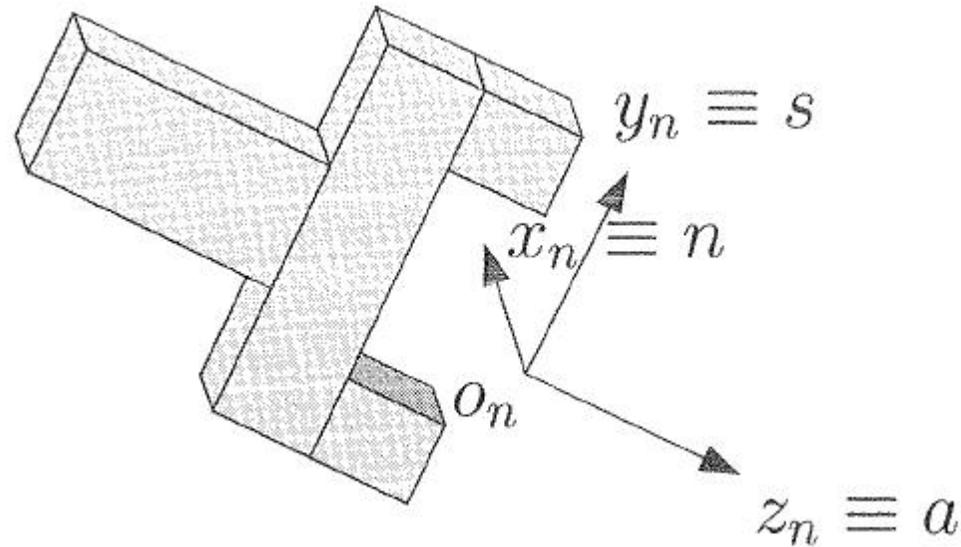
# DH – ATRIBUIÇÃO DOS REFERENCIAIS

---

- 1 – atribuir o eixo  $z_i$  como sendo o eixo de actuação da articulação  $i+1$ .
- 2 – escolher  $x_0$  e  $y_0$  pela regra da mão direita.
- 3 – iterativamente escolher  $O_i X_i Y_i Z_i$  em função de  $O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$  conforme os casos seguintes:
  - a)  $Z_i$  e  $Z_{i-1}$  não estão no mesmo plano: então existe uma linha perpendicular a ambos que liga os dois pela menor distância. Esta linha define o eixo  $X_i$  e o ponto onde intersecta  $Z_i$  a origem  $O_i$ . Escolhe-se  $y_i$  pela regra da mão direita.
  - b)  $Z_i$  e  $Z_{i-1}$  são paralelos: escolhe-se a linha perpendicular a ambos que passe por  $O_{i-1}$ .
  - c)  $Z_i$  intersecta  $Z_{i-1}$ : o eixo  $X_i$  é escolhido de forma a ser perpendicular ao plano formado por  $Z_i$  e  $Z_{i-1}$ . O sentido positivo é arbitrário. A escolha para a origem  $O_i$  é o ponto de intersecção entre  $Z_i$  e  $Z_{i-1}$ .

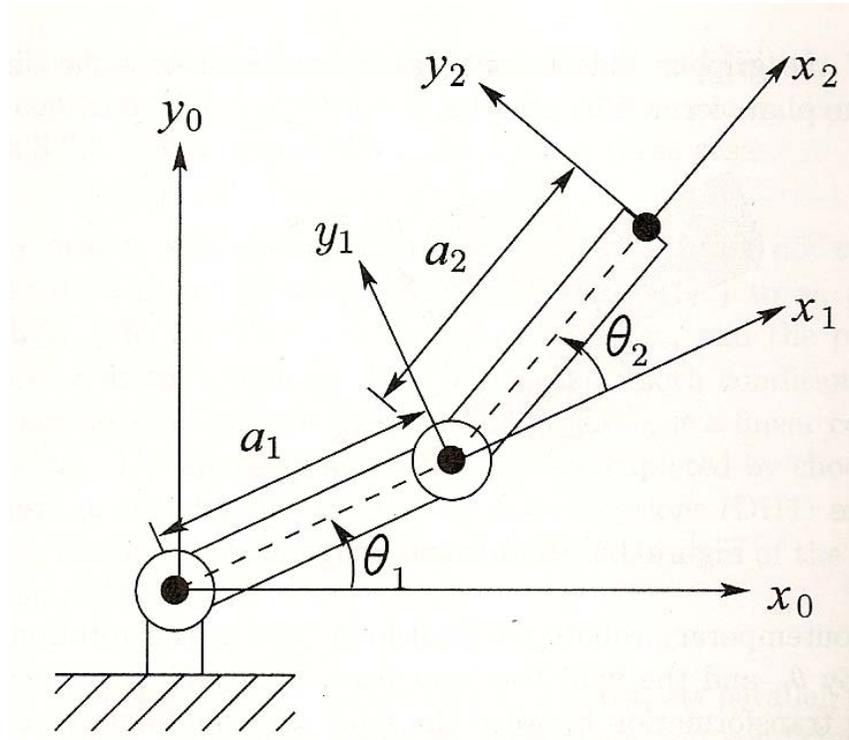
# FERRAMENTA

---



- $O_n X_n Y_n Z_n$  - referencial da ferramenta
- $O_n$  – centro da ferramenta colocado no meio dos dedos
- sentidos:  $a$  = aproximação,  $s$  = deslizamento,  $n$  = normal
- normalmente  $Z_n$  coincide com  $Z_{n-1}$

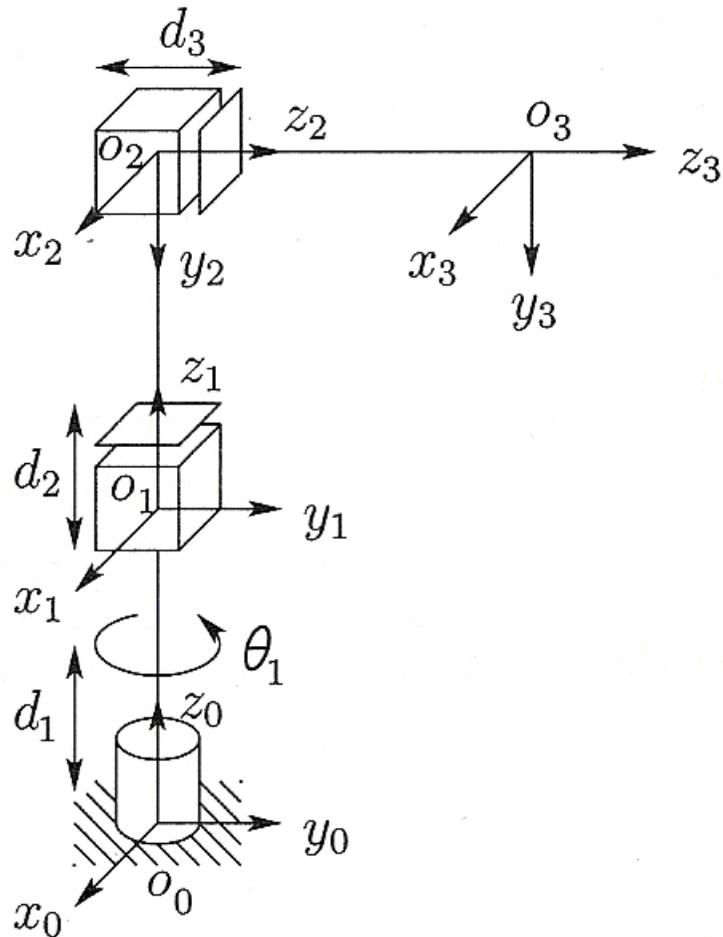
# MÉTODO DH: EXEMPLO A 2D



Segmento i	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	$a_1$	0	0	$\theta_1^*$
2	$a_2$	0	0	$\theta_2^*$

\* - variáveis

# EXEMPLO: MANIPULADOR CILINDRICO

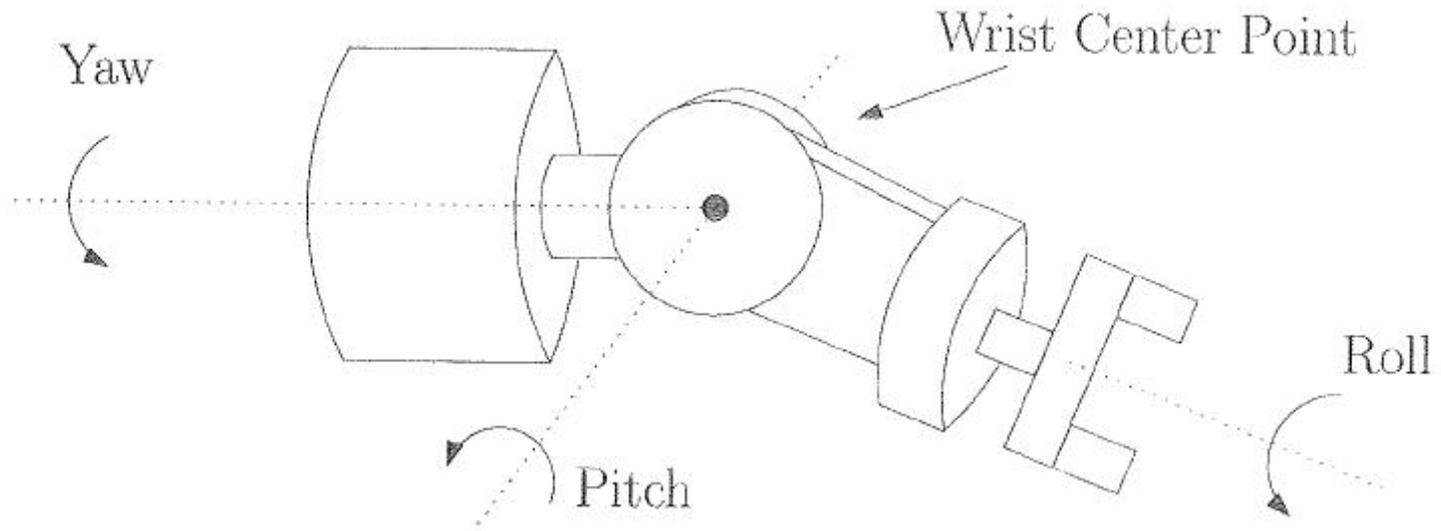


Segmento $i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	$d_1$	$\theta_1^*$
2	0	$-90^\circ$	$d_2^*$	0
3	0	0	$d_3^*$	0

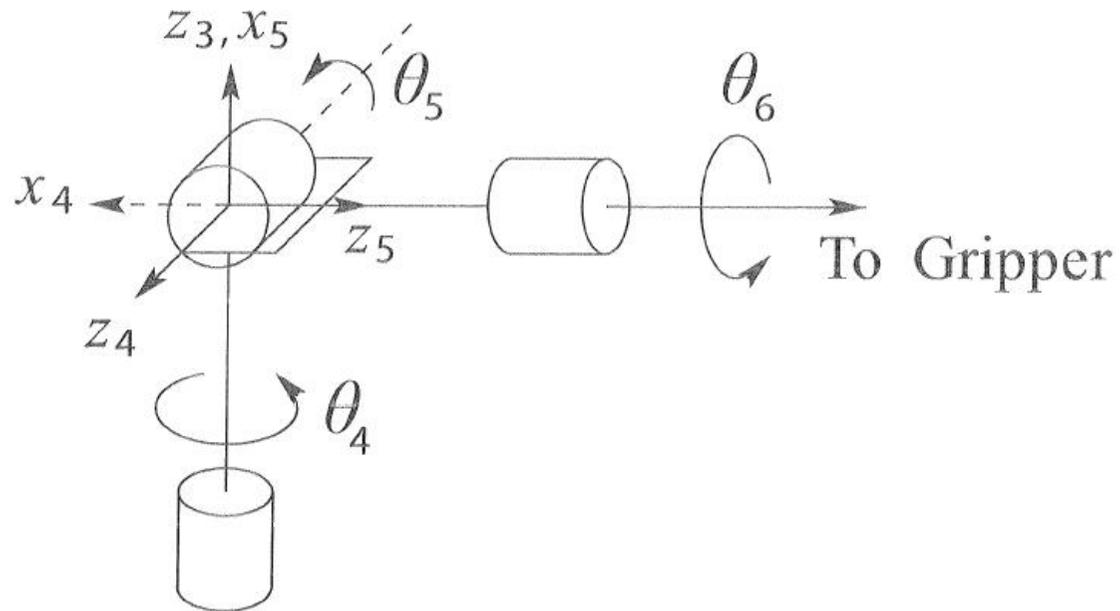
\* - variáveis

# PUNHO ESFÉRICO

---



# MÉTODO DH PARA O PUNHO ESFÉRICO

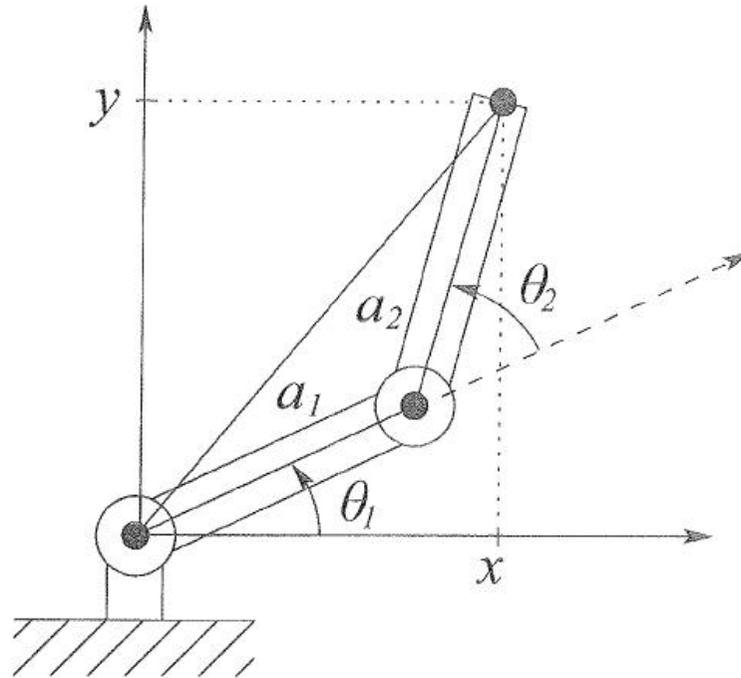


Segmento i	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
4	0	$-90^\circ$	0	$\theta_4^*$
5	0	$90^\circ$	0	$\theta_5^*$
6	0	0	$d_6$	$\theta_6^*$

\* - variáveis

# CINEMÁTICA INVERSA

---

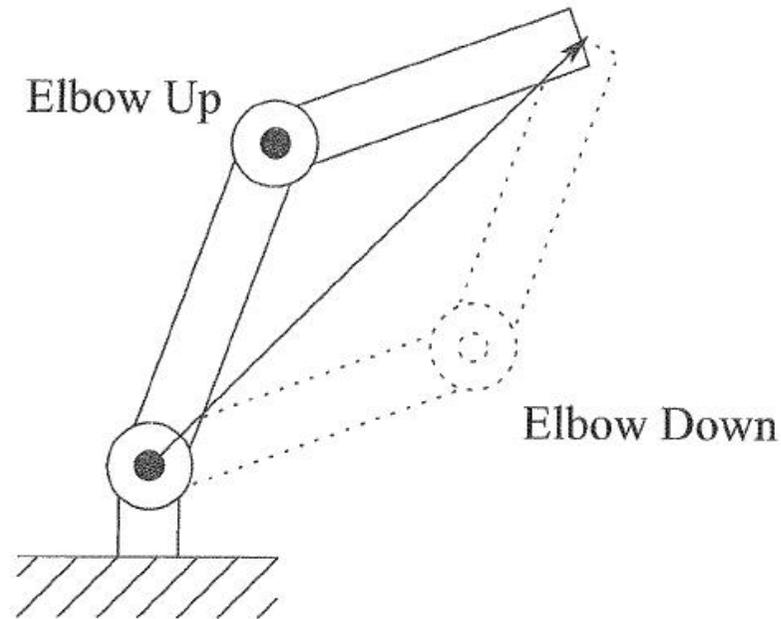


$$\cos\theta_2 = \frac{x^2 + y^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2}$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{y}{x} - \tan^{-1}\frac{a_2 \sin\theta_2}{a_1 + a_2\cos\theta_2}$$

# CINEMÁTICA INVERSA

Outra solução:



$$\theta_2^* = -\theta_2$$

$$\theta_1^* = \tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{a_2 \sin \theta_2^*}{a_1 + a_2 \cos \theta_2^*}$$

# CINEMÁTICA INVERSA – CASO GERAL

---

Dada a transformação homogénea:

$$H = \begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Encontrar-se a solução:

$$T_n^0(q_1, q_2, \dots, q_n) = H$$

Em que:

$$T_n^0(q_1, q_2, \dots, q_n) = A_1(q_1)A_2(q_2) \dots A_n(q_n)$$

# CINEMÁTICA INVERSA – CASO GERAL

---

Da expressão:

$$T_n^0(q_1, q_2, \dots, q_n) = H$$

Resultam 12 equações com n incógnitas:

$$T_{ij}(q_1, q_2, \dots, q_n) = h_{ij} \quad i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3, 4$$

# CINEMÁTICA INVERSA – SOLUÇÕES

---

- A cinemática directa tem sempre uma solução única enquanto a cinemática inversa pode ter ou não solução e não ser única.
- São preferíveis formas fechadas do tipo:

$$\bullet q_k = f_k(h_{12}, h_{12}, \dots, h_{33}), \quad k = 1, 2, \dots, n$$

pois permitem ter-se uma solução rápida e no caso de múltiplas soluções permitem a escolha de uma delas.

- A existência de solução pode depender de considerações matemáticas e de construção (as articulações rotativas nem sempre rodam 360°)

# CINEMÁTICA INVERSA – DESACOPLAMENTO

O problema geral é muito difícil mas para manipuladores com 6 eixos. Com pelo menos 3 eixos intersectando-se num ponto (o punho), é possível desacoplar-se o problema em dois mais simples:

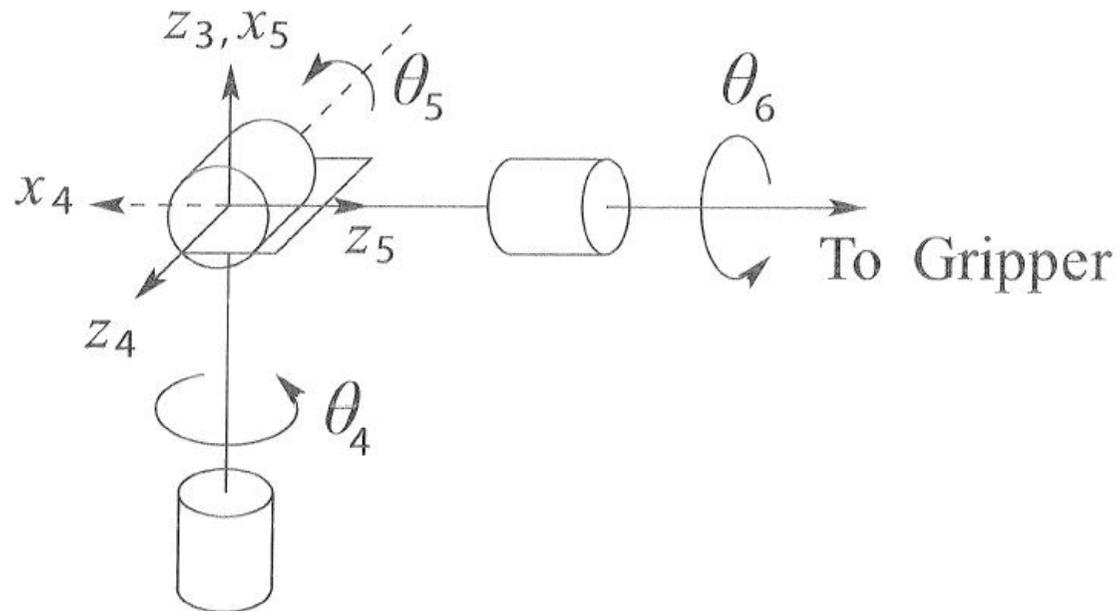
- cinemática inversa da posição do ponto central do punho.

$$o_6^0(q_1, q_2, q_3) = o$$

- cinemática inversa da orientação do punho.

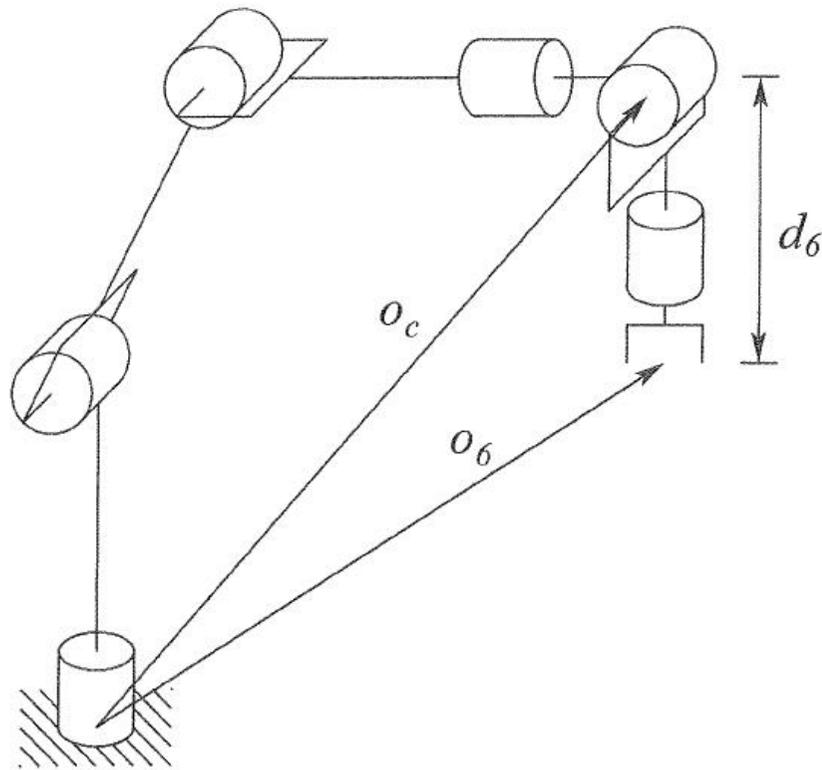
$$R_6^3(q_4, q_5, q_6) = (R_3^0)^T R, \text{ sendo } R = R_6^0$$

# CINEMÁTICA INVERSA – DESACOPLAMENTO



- Sendo  $o_c$  o ponto de intersecção das 3 últimas articulações ( $z_3$ ,  $z_4$  e  $z_5$ ), as origens  $o_4$  e  $o_5$  estarão sempre no ponto central do punho ( $o_c$ ).
- Os movimentos dos 3 últimos segmentos não afectam a posição  $o_c$ .

# CINEMÁTICA INVERSA – DESACOPLAMENTO



Correspondendo a última coluna de  $R$  às coordenadas de  $z_6$  no referencial de base, teremos:

$$o = o_c^0 + d_6 R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ou seja:

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o_x - d_6 r_{13} \\ o_y - d_6 r_{23} \\ o_z - d_6 r_{33} \end{bmatrix}$$

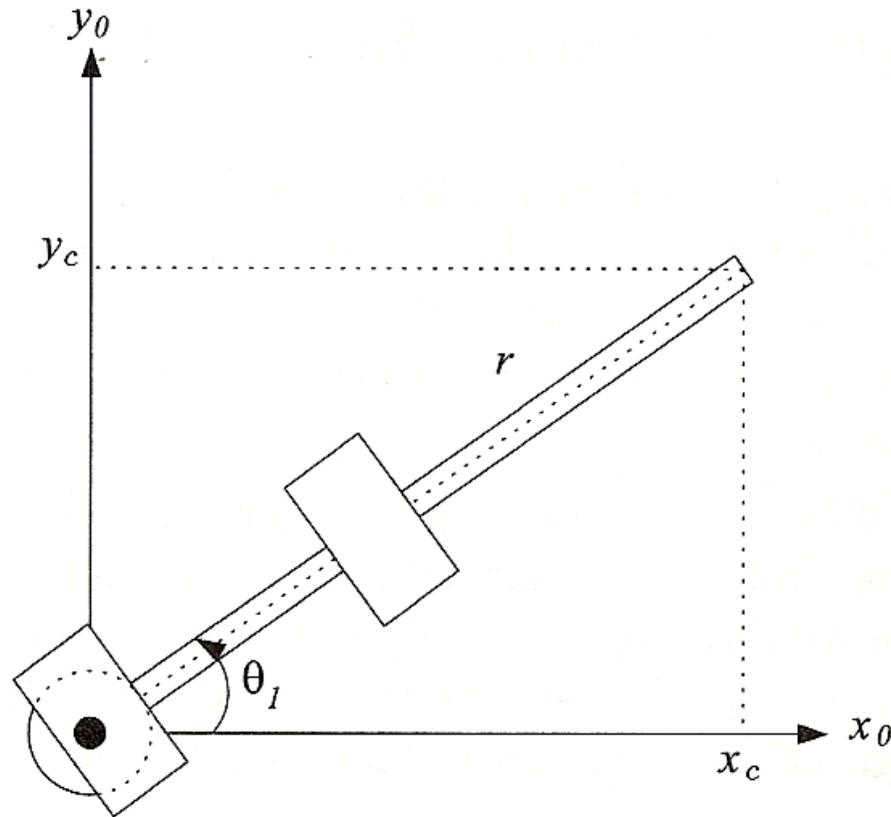
que depende apenas das 3 primeiras articulações e determina  $R_3^0$ , sendo:

$$R_6^3 = (R_3^0)^T R$$



# CINEMÁTICA INVERSA – Aprox. Geométrica

Projecção no plano formado por  $x_0$ - $y_0$ .

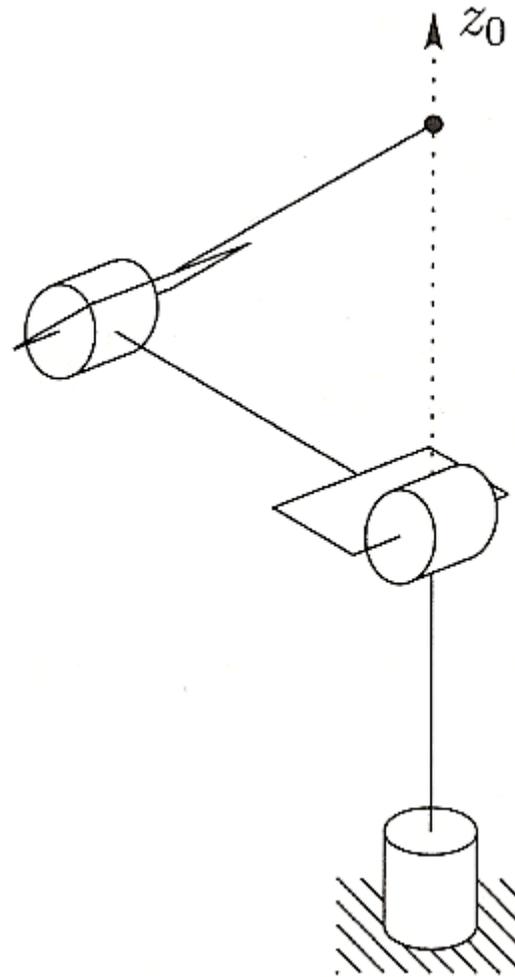


Soluções:

$$\theta_1 = \text{Atan2}(x_c, y_c) \quad \text{ou} \quad \theta_1 = \pi + \text{Atan2}(x_c, y_c)$$

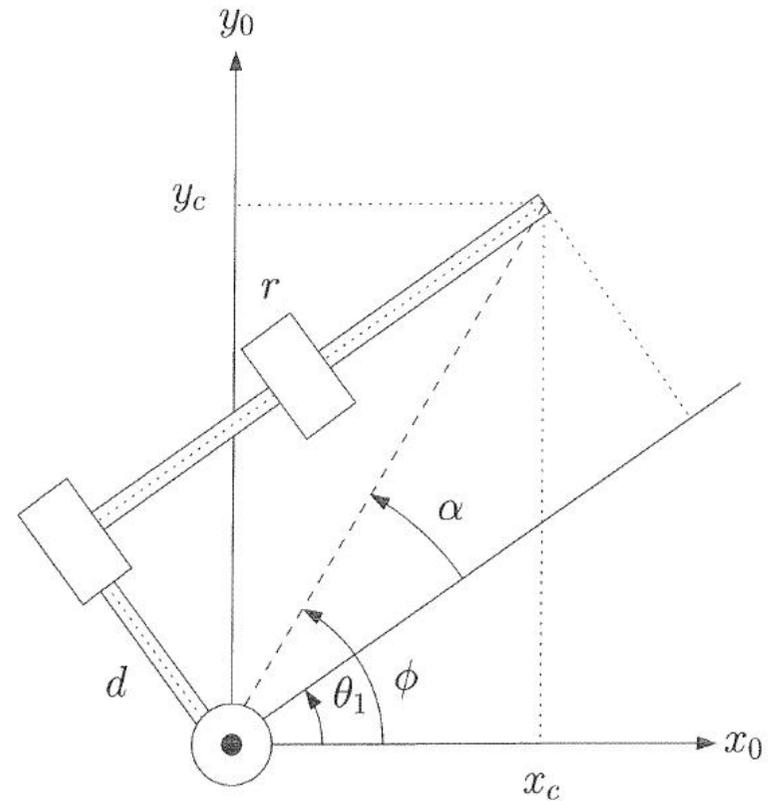
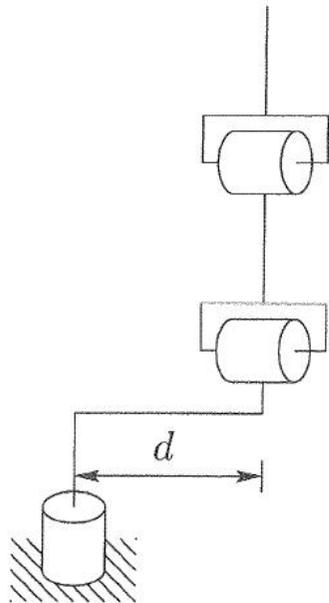
# CINEMÁTICA INVERSA – Aprox. Geométrica

Problema quando o centro do punho está no eixo  $z_0$



# CINEMÁTICA INVERSA – Aprox. Geométrica

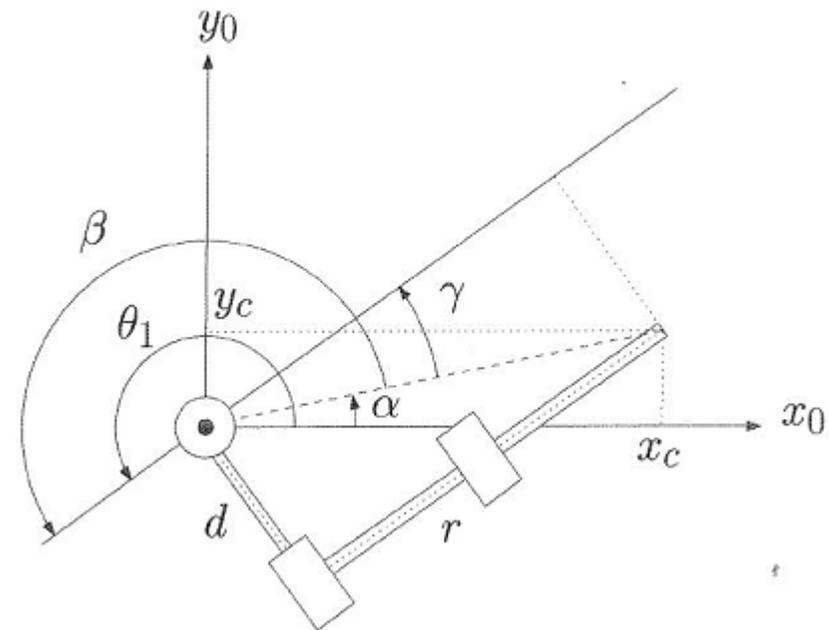
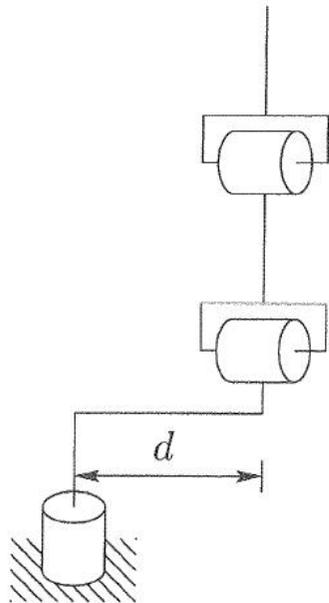
Configuração com desvio no ombro (configuração braço esquerdo)



$$\theta_1 = \Phi - \alpha, \quad \Phi = \text{Atan2}(x_c, y_c), \quad \alpha = \text{Atan2}(r, d) = \text{Atan2}(\sqrt{x_c^2 + y_c^2 - d^2}, d)$$

# CINEMÁTICA INVERSA – Aprox. Geométrica

Configuração com desvio no ombro (configuração braço direito)



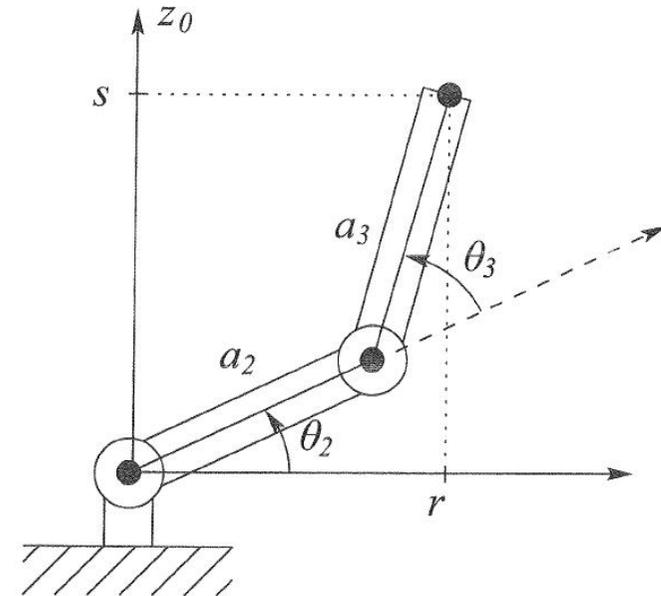
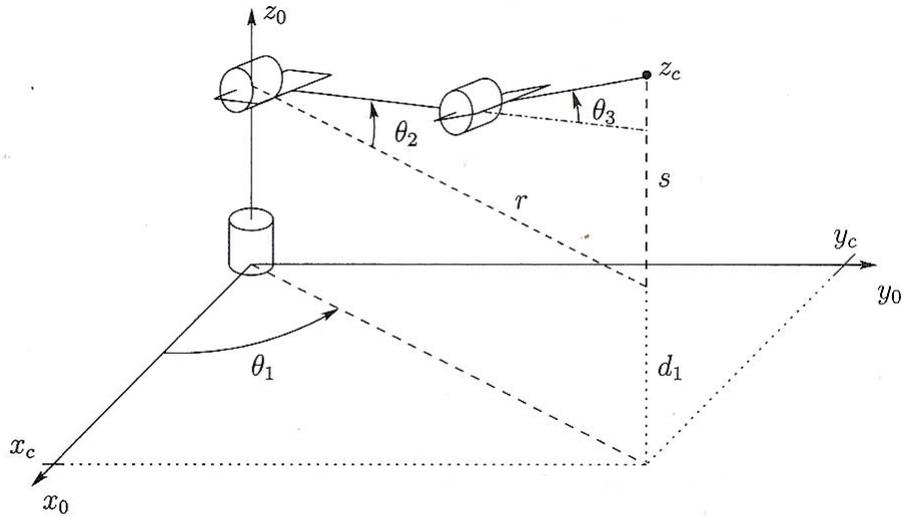
$$\theta_1 = \alpha + \beta$$

$$\alpha = \text{Atan2}(x_c, y_c),$$

$$\beta = \gamma + \pi, \text{ sendo } \gamma = \text{Atan2}(r, d) = \text{Atan2}(\sqrt{x_c^2 + y_c^2 - d^2}, d)$$

# CINEMÁTICA INVERSA – Aprox. Geométrica

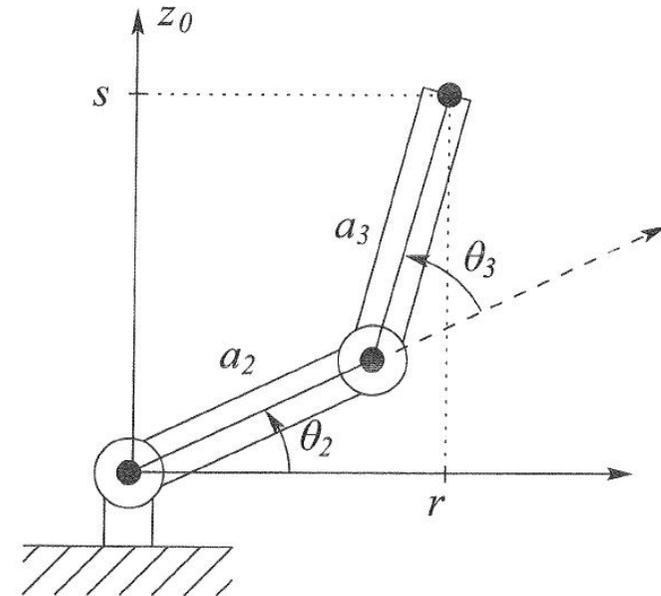
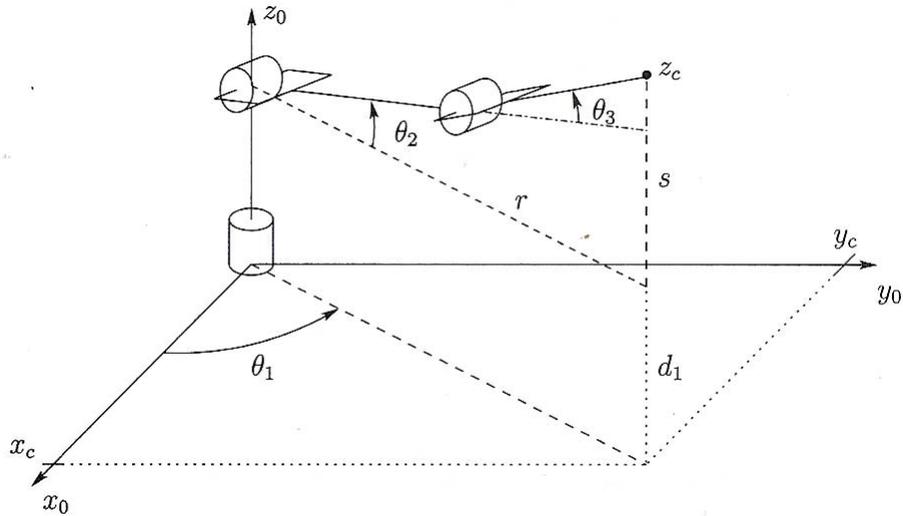
## Cálculo de $\theta_3$



$$\cos \theta_3 = \frac{r^2 + s^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2a_3} \quad , \text{sendo } r^2 = x_c^2 + y_c^2 - d_1^2 \quad \text{e} \quad s = z_c - d_1$$

# CINEMÁTICA INVERSA – Aprox. Geométrica

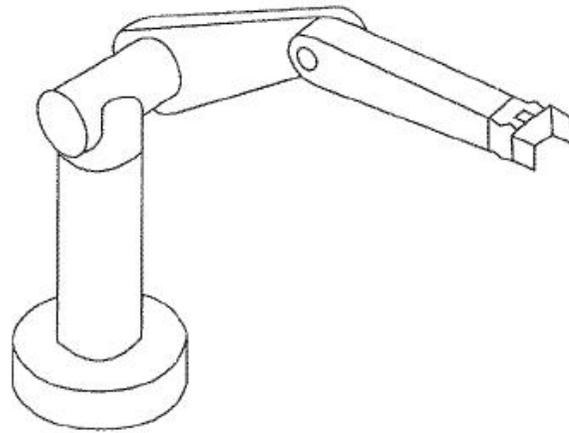
## Cálculo de $\theta_2$



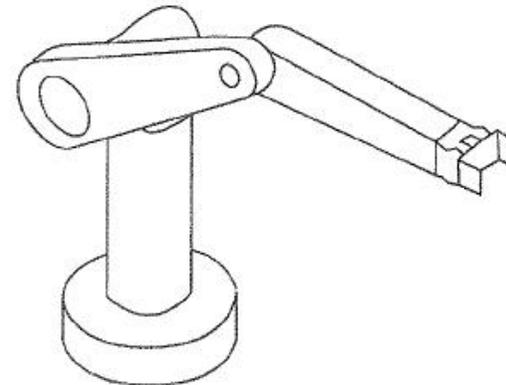
$$\theta_2 = \text{Atan2}(r,s) - \text{Atan2}(a_2+a_3\cos\theta_3, a_3\sin\theta_3)$$

# CINEMÁTICA INVERSA – Aprox. Geométrica

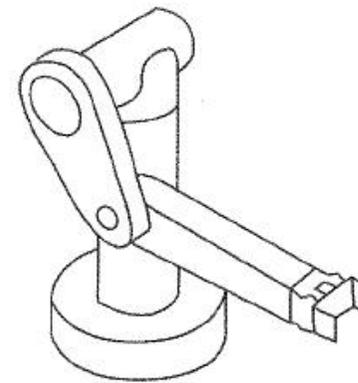
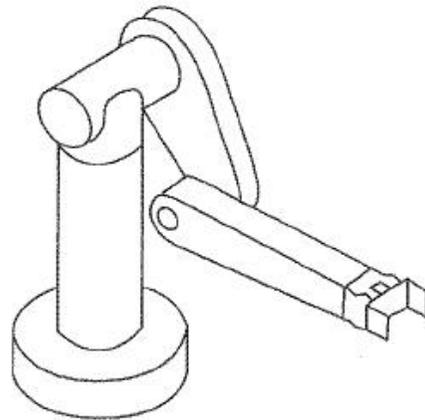
Resultam 4 soluções possíveis



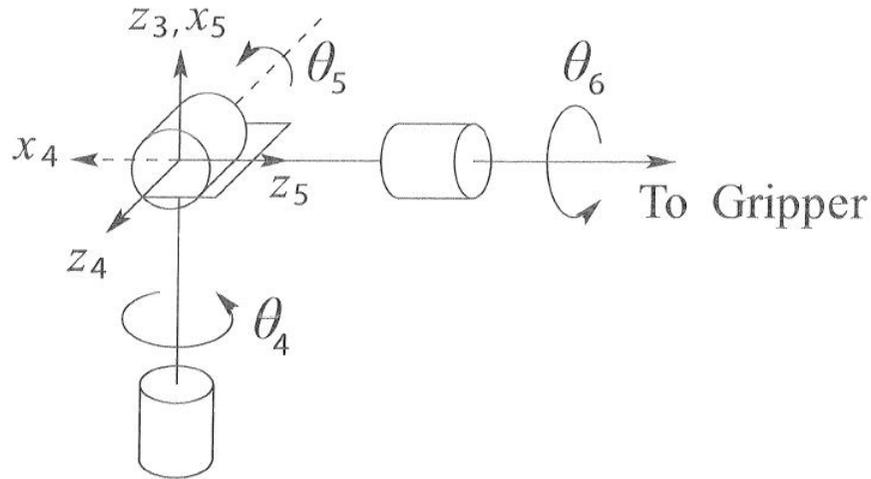
Left Arm Elbow Up



Right Arm Elbow Up



# CINEMÁTICA INVERSA – (orientação)



$$T_6^3 = A_4 A_5 A_6 = \begin{bmatrix} R_6^3 & O_6^3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6 & -C_4 C_5 S_6 - S_4 C_6 & C_4 S_5 & C_4 S_5 d_6 \\ S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6 & -S_4 C_5 S_6 + C_4 C_6 & S_4 S_5 & S_4 S_5 d_6 \\ -S_5 C_6 & S_5 S_6 & C_5 & C_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Euler: } R_{ZYZ} = R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} C_\phi C_\theta C_\psi - S_\phi S_\psi & -C_\phi C_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta \\ S_\phi C_\theta C_\psi + C_\phi S_\psi & -S_\phi C_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & S_\phi S_\theta \\ -S_\theta C_\psi & S_\theta S_\psi & C_\theta \end{bmatrix}$$

## CASO 1: $r_{13}$ e $r_{23}$ não são ambos nulos ( $s_{\theta} \neq 0$ )

---

$$R = \begin{bmatrix} C_{\phi} C_{\theta} C_{\psi} - S_{\phi} S_{\psi} & -C_{\phi} C_{\theta} S_{\psi} - S_{\phi} C_{\psi} & C_{\phi} S_{\theta} \\ S_{\phi} C_{\theta} C_{\psi} + C_{\phi} S_{\psi} & -S_{\phi} C_{\theta} S_{\psi} + C_{\phi} C_{\psi} & S_{\phi} S_{\theta} \\ -S_{\theta} C_{\psi} & S_{\theta} S_{\psi} & C_{\theta} \end{bmatrix}$$

$$C_{\theta} = r_{33} \quad e \quad S_{\theta} = \sqrt{1 - r_{33}^2}$$

$$C_{\theta} = r_{33} \quad e \quad S_{\theta} = -\sqrt{1 - r_{33}^2}$$

$$\theta = \text{Atan2}(r_{33}, \sqrt{1 - r_{33}^2})$$

$$\theta = \text{Atan2}(r_{33}, -\sqrt{1 - r_{33}^2})$$

$$\phi = \text{Atan2}(r_{13}, r_{23})$$

$$\phi = \text{Atan2}(-r_{13}, -r_{23})$$

$$\psi = \text{Atan2}(-r_{31}, r_{32})$$

$$\psi = \text{Atan2}(r_{31}, -r_{32})$$

## CASO 2: $r_{13}$ e $r_{23}$ são ambos nulos ( $s_\theta=0$ )

---

Com  $c_\theta = 1$ , resulta:

$$R = \begin{bmatrix} c_\phi c_\psi - s_\phi s_\psi & -c_\phi s_\psi - s_\phi c_\psi & 0 \\ s_\phi c_\psi + c_\phi s_\psi & -s_\phi s_\psi + c_\phi c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\phi+\psi} & -s_{\phi+\psi} & 0 \\ s_{\phi+\psi} & c_{\phi+\psi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ou seja,  $\Phi + \Psi = \text{Atan2}(r_{11}, r_{21})$

Com  $c_\theta = -1$ , resulta:

$$R = \begin{bmatrix} -c_{\phi-\psi} & -s_{\phi-\psi} & 0 \\ s_{\phi-\psi} & c_{\phi-\psi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ou seja,  $\Phi - \Psi = \text{Atan2}(-r_{11}, r_{21})$

# CINEMÁTICA - VELOCIDADE

---

Matematicamente a cinemática directa define uma função entre o espaço das posições e orientações no sistema de eixos cartesianos e o espaço das posições das articulações do Robô. As relações entre as velocidades são determinadas pelo Jacobiano desta função.

# VELOCIDADE ANGULAR – EIXO FIXO

---

Quando um corpo rígido se move num movimento de rotação em torno de um eixo fixo, cada ponto desse corpo move-se em círculo. Os centros desses círculos localizam-se no eixo de rotação.

Seja  $\theta$  o ângulo medido na perpendicular ao eixo de rotação que passa num determinado ponto. Se  $k$  for um vector na direcção do eixo de rotação então a velocidade angular é dada por:

$$w = \dot{\theta} K$$

Dada a velocidade angular, a velocidade linear de um dado ponto é dada por:

$$v = w \times r$$

onde  $r$  é um vector da origem (no eixo de rotação) para o ponto.

# MATRIZES ANTI-SIMÉTRICAS

---

Uma matriz  $n \times n$  é anti-simétrica se:

$$S + S^T = 0$$

este grupo de matrizes é denominado por  $so(3)$ .

Pela definição concluímos que são matrizes do tipo:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -s_3 & s_2 \\ s_3 & 0 & -s_1 \\ -s_2 & s_1 & 0 \end{bmatrix}$$

# MATRIZES ANTI-SIMÉTRICAS - PROPRIEDADES

---

Dado um vector

$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, \text{ define-se } S(a) = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}$$

Propriedades:

- 1)  $S(\alpha a + \beta b) = \alpha S(a) + \beta S(b)$
- 2)  $S(a)p = a \times p$ , para  $a, p \in \mathbb{R}^3$
- 3)  $RS(a)R^T = S(Ra)$ , para  $R \in SO(3)$  e  $a \in \mathbb{R}^3$
- 4)  $x^T S x = 0$ , para  $S \in so(n)$  e  $x \in \mathbb{R}^n$

# DERIVADA DE UMA MATRIZ DE ROTAÇÃO

---

Seja  $R(\theta) \in SO(3)$ , teremos então:

$$R(\theta)R^T(\theta) = I$$

Derivando-se ambos os termos:

$$\frac{d}{d\theta} R(\theta)R^T(\theta) + R(\theta) \frac{d}{d\theta} R^T(\theta) = 0$$

Definindo-se a matriz anti-simétrica,  $S = \frac{d}{d\theta} R(\theta)R^T(\theta)$ , resulta:

$$\frac{d}{d\theta} R(\theta) = SR(\theta)$$

ou seja a derivada de uma matriz de rotação é o produto de uma matriz anti-simétrica por essa matriz de rotação.

# DERIVADA DE UMA MATRIZ DE ROTAÇÃO

---

$$\text{Seja } R(\theta) = R_{x,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & -s_\theta \\ 0 & s_\theta & c_\theta \end{bmatrix}$$

então teremos:

$$S = \frac{d}{d\theta} R(\theta)R^T(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = S(i)$$

$$\text{em que } i = [1 \ 0 \ 0]^T$$

$$\text{ou seja } \frac{d}{d\theta} R_{x,\theta} = S(i)R_{x,\theta} \quad (\text{também } \frac{d}{d\theta} R_{y,\theta} = S(j)R_{y,\theta} \quad \text{e} \quad \frac{d}{d\theta} R_{z,\theta} = S(k)R_{z,\theta})$$

$$\text{no caso geral: } \frac{d}{d\theta} R_{a,\theta} = S(a)R_{a,\theta}$$

# VELOCIDADE ANGULAR – CASO GENÉRICO

---

Considere-se uma velocidade angular  $w(t)$  em torno de um eixo qualquer, estando este eixo em movimento. A matriz de rotação correspondente será variável no tempo, seja  $R(t) \in SO(3)$ .

Teremos então:

$$\dot{R}(t) = S(w(t))R(t)$$

onde  $w(t)$  é um vector que representa a velocidade angular em relação ao referencial fixo no instante de tempo  $t$ .

# VELOCIDADE ANGULAR – VERIFICAÇÃO

---

Seja  $p^1$  um ponto fixo a um referencial que se está a mover, teremos:

$$p^0 = R_1^0 p^1$$

Para se determinar a velocidade do ponto  $p$  derivamos em ordem ao tempo, obtendo-se:

$$\dot{p}^0 = \dot{R}_1^0 p^1 = S(w(t)) R_1^0 p^1 = w(t) \times R_1^0 p^1 = w(t) \times p^0$$

# ADIÇÃO DE VELOCIDADES ANGULARES

---

Sejam  $O_0X_0Y_0Z_0$ ,  $O_1X_1Y_1Z_1$  e  $O_2X_2Y_2Z_2$  três referenciais tais que:

- $O_0X_0Y_0Z_0$  esteja fixo
- todos têm a mesma origem
- $R_1^0(t)$  e  $R_2^1(t)$  representem as orientações relativas entre os referenciais

e seja  $w_{i,j}^k$  o vector da velocidade angular correspondente a  $R_j^i(t)$  nas coordenadas do referencial  $O_kX_kY_kZ_k$ .

# ADIÇÃO DE VELOCIDADES ANGULARES

---

Seja:

$$R_2^0(t) = R_1^0(t) R_2^1(t)$$

Derivando:

$$\dot{R}_2^0 = \dot{R}_1^0 R_2^1 + R_1^0 \dot{R}_2^1$$

$$\Leftrightarrow \dot{R}_2^0 = S(w_{0,1}^0) R_1^0 R_2^1 + R_1^0 S(w_{1,2}^1) R_2^1$$

$$\Leftrightarrow \dot{R}_2^0 = S(w_{0,1}^0) R_2^0 + R_1^0 S(w_{1,2}^1) (R_1^0)^T R_1^0 R_2^1$$

$$\Leftrightarrow \dot{R}_2^0 = S(w_{0,1}^0) R_2^0 + S(R_1^0 w_{1,2}^1) R_2^0$$

$$\Leftrightarrow S(w_{0,2}^0) R_2^0 = [S(w_{0,1}^0) + S(R_1^0 w_{1,2}^1)] R_2^0$$

$$\Leftrightarrow w_{0,2}^0 = w_{0,1}^0 + R_1^0 w_{1,2}^1$$

# ADIÇÃO DE VELOCIDADES ANGULARES

---

Generalizando-se para n referenciais:

$$R_n^0(t) = R_1^0(t) R_2^1(t) \dots R_n^{n-1}(t)$$

teremos:

$$W_{0,n}^0 = W_{0,1}^0 + R_1^0 W_{1,2}^1 + \dots + R_{n-1}^0 W_{n-1,n}^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow W_{0,n}^0 = W_{0,1}^0 + W_{1,2}^0 + \dots + W_{n-1,n}^0$$

# VELOCIDADE DE UM PONTO

---

Suponhamos que o movimento do referencial  $o_1x_1y_1z_1$  em relação ao  $o_0x_0y_0z_0$  é dado pela transformação homogênea:

$$H(t) = \begin{bmatrix} R_1^0(t) & o_1(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para um ponto genérico  $p(t)$ :

$$p^0(t) = R_1^0(t)p^1 + o_1(t)$$

Derivando a posição do ponto, teremos:

$$\dot{p}^0(t) = \dot{R}_1^0(t)p^1 + \dot{o}_1(t) = S(w(t))R_1^0(t)p^1 + \dot{o}_1(t) = w(t) \times r(t) + v(t)$$

# JACOBIANO DO MANIPULADOR

---

Considere-se um manipulador com  $n$  articulações cujas variáveis são:

$$q(t) = [q_1(t) \ q_2(t) \ \dots \ q_n(t)]^T$$

e a transformação homogénea da base para a extremidade:

$$T_n^0(q) = \begin{bmatrix} R_n^0(q) & o_n^0(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Seja a velocidade angular da extremidade  $w_n^0$  dada por:

$$w_n^0 = J_w \dot{q}$$

e a velocidade linear dada por:  $v_n^0 = \dot{o}_n^0 = J_v \dot{q}$

# JACOBIANO DO MANIPULADOR

---

O Jacobiano do manipulador é por definição:

$$J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_w \end{bmatrix}$$

sendo a velocidade do corpo definida como:

$$\xi = \begin{bmatrix} V_n^0 \\ W_n^0 \end{bmatrix}$$

ou seja:

$$\xi(t) = J \dot{q}(t)$$

# JACOBIANO – VELOCIDADE ANGULAR

---

Se a articulação  $i$  é rotativa o eixo de rotação é dado por  $z_{i-1}$ , logo:

$$W_{i-1,i}^{i-1} = \dot{q}_i z_{i-1}^{i-1} = \dot{q}_i k, \quad \text{em que } k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Se a articulação  $i$  é prismática não existe rotação entre o referencial  $i$  e o referencial  $i-1$ , logo:

$$W_{i-1,i}^{i-1} = 0$$

# JACOBIANO – VELOCIDADE ANGULAR

---

Sabendo-se que:

$$W_{0,n}^0 = W_{0,1}^0 + R_1^0 W_{1,2}^1 + \dots + R_{n-1}^0 W_{n-1,n}^{n-1}$$

resulta:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{0,n}^0 &= \lambda_1 \dot{q}_1 k + \lambda_2 \dot{q}_2 R_1^0 k + \dots + \lambda_n \dot{q}_n R_{n-1}^0 k \\ &= \lambda_1 \dot{q}_1 z_0^0 + \lambda_2 \dot{q}_2 z_1^0 + \dots + \lambda_n \dot{q}_n z_n^0 = J_w \dot{q} \end{aligned}$$

com  $\lambda_i = 1$  se a articulação for rotativa e  $\lambda_i = 0$  se for prismática.

# JACOBIANO – VELOCIDADE LINEAR

---

A velocidade linear da extremidade do manipulador é:

$$\dot{o}_n^0$$

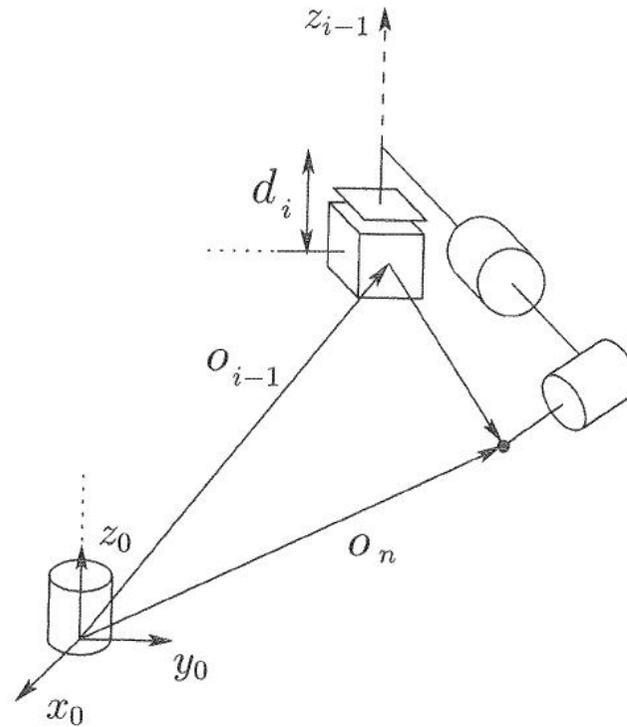
Derivando, resulta:

$$\dot{o}_n^0 = \frac{\partial o_n^0}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial o_n^0}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial o_n^0}{\partial q_n} \dot{q}_n$$

Ou seja:

$$J_v = \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial o_n^0}{\partial q_1} & \frac{\partial o_n^0}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial o_n^0}{\partial q_n} \end{array} \right]$$

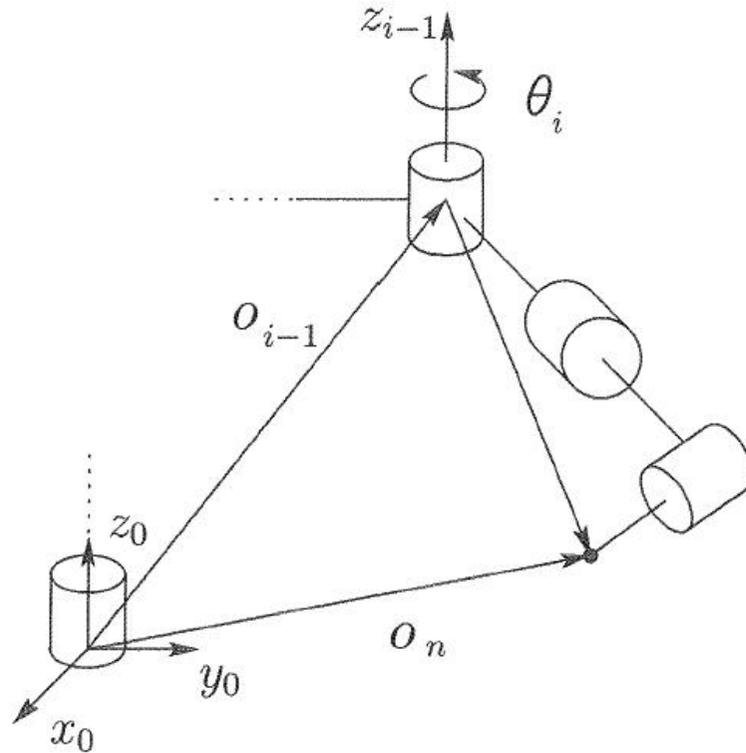
# JACOBIANO – VELOCIDADE LINEAR



Para articulações prismáticas, temos:

$$\dot{o}_n^0 = \dot{d}_i z_{i-1}^0 = \dot{d}_i R_{i-1}^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

# JACOBIANO – VELOCIDADE LINEAR



Para articulações rotativas, temos:

$$\dot{o}_n^0 = w(t) \times r = \dot{\theta}_i z_{i-1}^0 \times (o_n^0 - o_{i-1}^0)$$

# JACOBIANO – RESUMO

---

O Jacobiano é dado por:

$$\begin{bmatrix} V_n^0 \\ W_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_v \\ J_w \end{bmatrix} \dot{q}(t)$$

onde:

$$J_v = [J_{v1} \quad J_{v2} \quad \dots \quad J_{vn}], \quad J_{vi} = \begin{cases} z_{i-1}^0 \times (o_n^0 - o_{i-1}^0) & \text{- articulação rotativa} \\ z_{i-1}^0 & \text{- articulação prismática} \end{cases}$$

$$J_w = [J_{w1} \quad J_{w2} \quad \dots \quad J_{wn}], \quad J_{wi} = \begin{cases} z_{i-1}^0 & \text{- articulação rotativa} \\ 0 & \text{- articulação prismática} \end{cases}$$

# SINGULARIDADES

---

Dada a relação:

$$\xi(t) = J \dot{q}(t)$$

Quando as colunas de  $J$  deixam de ser todas independentes entre si, temos uma singularidade.

# SINGULARIDADES

---

Desacoplamento das singularidades com punho esférico.

$$J = [J_P \quad J_O]$$

Sendo as últimas 3 articulações esféricas, teremos:

$$J_O = \begin{bmatrix} z_3 x(o_6 - o_3) & z_4 x(o_6 - o_4) & z_5 x(o_6 - o_5) \\ z_3 & z_4 & z_5 \end{bmatrix}$$

Se escolhermos  $o_6 = o_5 = o_4 = o_3$ , resulta:

$$J_O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ z_3 & z_4 & z_5 \end{bmatrix}$$

# SINGULARIDADES

---

O Jacobiano fica então com a forma:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

Sendo o seu determinante dado por:

$$\det(J) = \det(J_{11}) \det(J_{22})$$

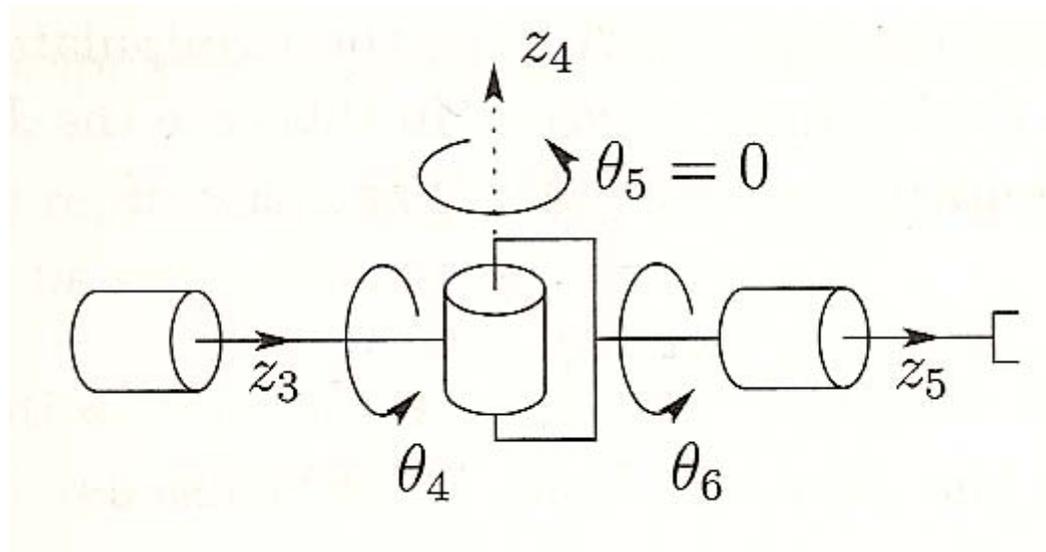
# SINGULARIDADES

---

No caso do punho esférico:

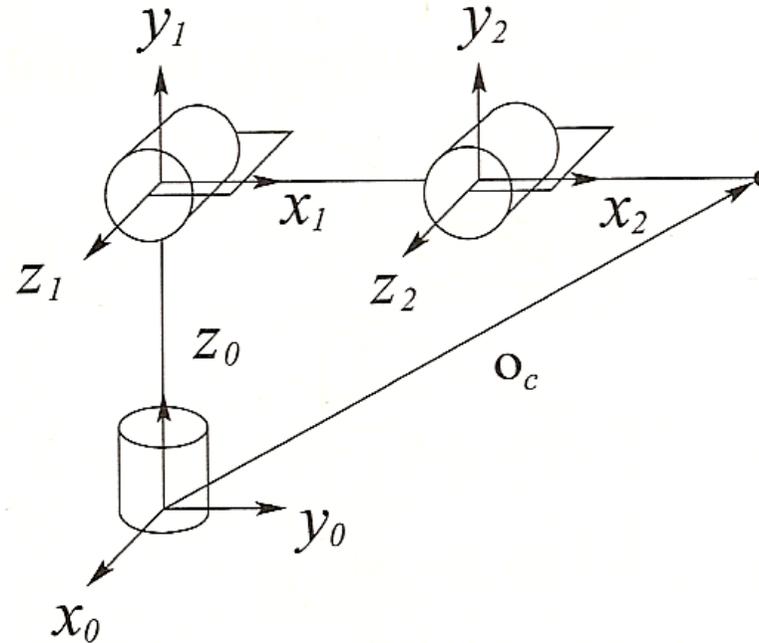
$$\det(J_{22}) = \det([z_3 \ z_4 \ z_5])$$

O determinante será nulo se  $z_3$  for colinear com  $z_5$ :



# SINGULARIDADES

No seguinte braço:



temos

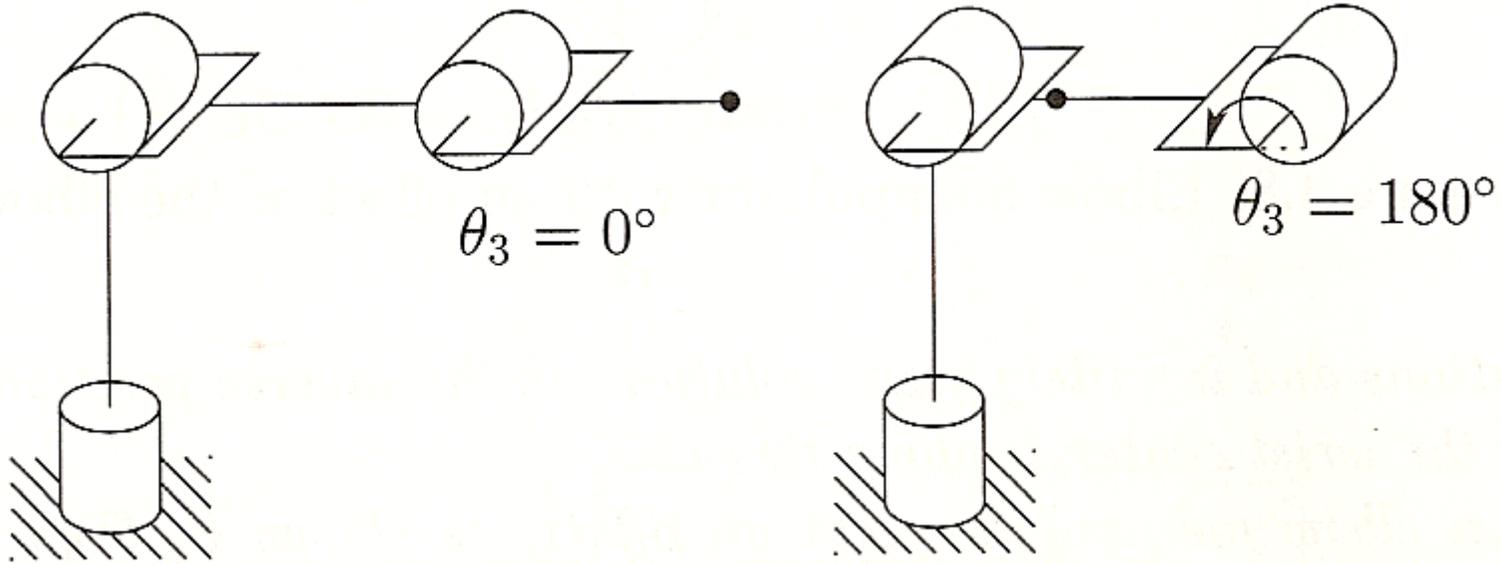
$$J_{11} = \begin{bmatrix} -a_2 s_1 c_2 - a_2 s_1 c_{23} & -a_2 s_2 c_1 - a_2 s_{23} c_1 & -a_3 c_1 s_{23} \\ a_2 c_1 c_2 + a_3 c_1 c_{23} & -a_2 s_1 s_2 - a_3 s_1 s_{23} & -a_3 s_1 s_{23} \\ 0 & a_2 c_2 + a_3 c_{23} & a_3 c_{23} \end{bmatrix}$$

e

$$\det(J_{11}) = a_2 a_3 s_3 (a_2 c_2 + a_3 c_{23})$$

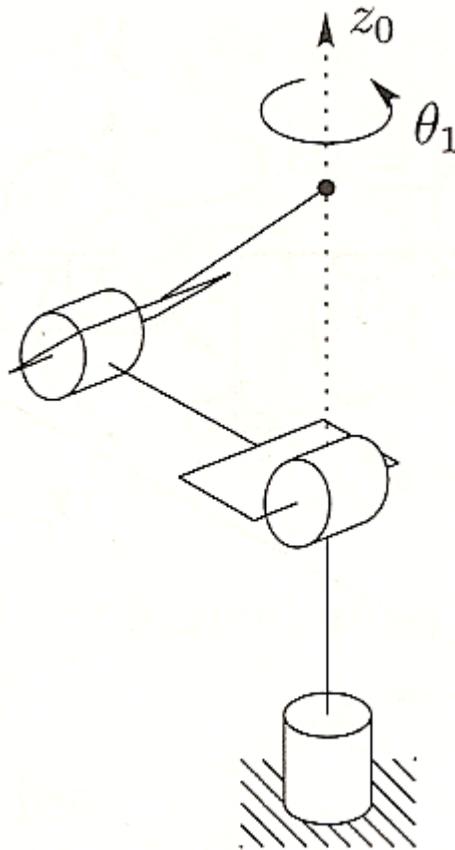
# SINGULARIDADES

O determinante de  $J_{11}$  será nulo para  $s_3=0$ :



# SINGULARIDADES

O determinante de  $J_{11}$  será também nulo para  $a_2c_2+a_3c_{23} = 0$



# FORÇAS E BINÁRIOS

---

Suponhamos que as forças e binários na extremidade do manipulador são:

$$F = [ F_x \ F_y \ F_z \ n_x \ n_y \ n_z ]^T$$

A relação estática com os binários (forças) nas articulações será dada por:

$$T = J^T(q) F$$

# FORÇAS E BINÁRIOS

---

Da relação  $\xi(t) = J(q) \dot{q}(t)$ , podemos para deslocamentos infinitesimais dizer que:

$$\delta X = J(q) \delta q$$

o trabalho realizado será dado por:

$$\delta w = F^T \delta X - T^T \delta q$$

ou seja,

$$\delta w = (F^T J(q) - T^T) \delta q$$

da condição de equilíbrio, retira-se:

$$T = J^T(q) F$$

# VELOCIDADE INVERSA

---

Pretende-se conhecer o valor da velocidade das articulações sabendo-se a velocidade da extremidade do manipulador utilizando-se a relação:

$$\xi(t) = J \dot{q}(t)$$

Se o manipulador tiver 6 articulações e  $J(q)$  for invertível, então:

$$\dot{q}(t) = J^{-1}\xi(t)$$

# VELOCIDADE INVERSA

---

Se o manipulador tiver menos de 6 articulações então só existe solução se:

$$\text{rank } J = \text{rank } [J \ \xi ]$$

ou seja  $\xi$  pertencer ao espaço gerado pelas colunas de  $J$ .

Pode-se utilizar um método de eliminação Gaussiana para se encontrar a solução.

Se o manipulador tiver mais de 6 articulações então temos que utilizar a pseudo-inversa de  $J$  (existem diversas soluções).

# CAPACIDADE DE MANIPULAÇÃO

---

A medida da capacidade de manipulação é dada por:

$$\mu = |\det(J)|$$

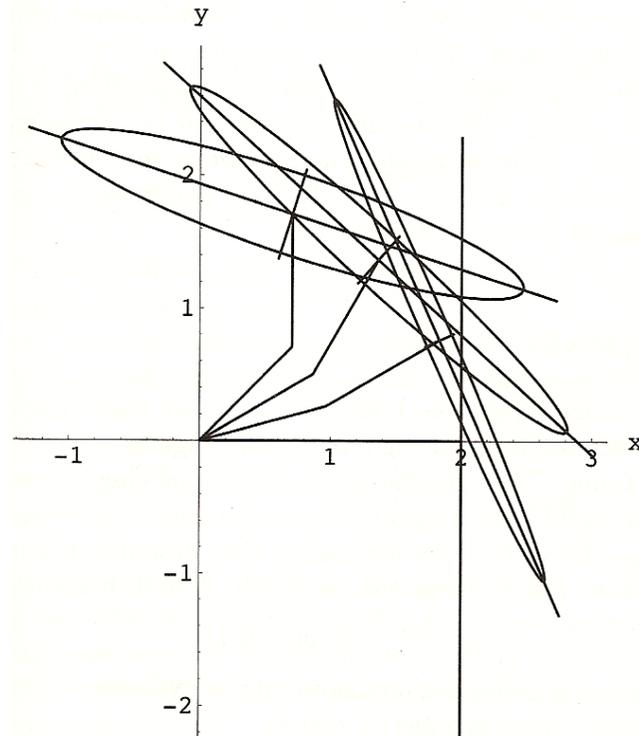
e está relacionada com um volume de um elipsóide.

O manipulador deve trabalhar preferencialmente em zonas com elevada capacidade de manipulação.

# CAPACIDADE DE MANIPULAÇÃO

Exemplo:

Manipulador planar de dois segmentos com articulações rotativas



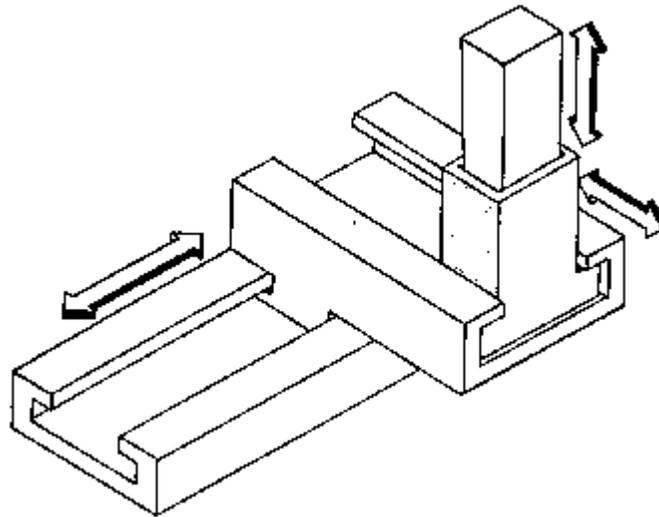
$$J = \begin{bmatrix} -a_1 s_1 - a_2 s_{12} & -a_2 s_{12} \\ a_1 c_1 + a_2 c_{12} & a_2 c_{12} \end{bmatrix}$$

$$\mu = |\det(J)| = a_1 a_2 |s_2|$$

# VOLUME DE TRABALHO

---

Robot Cartesiano (PPP):



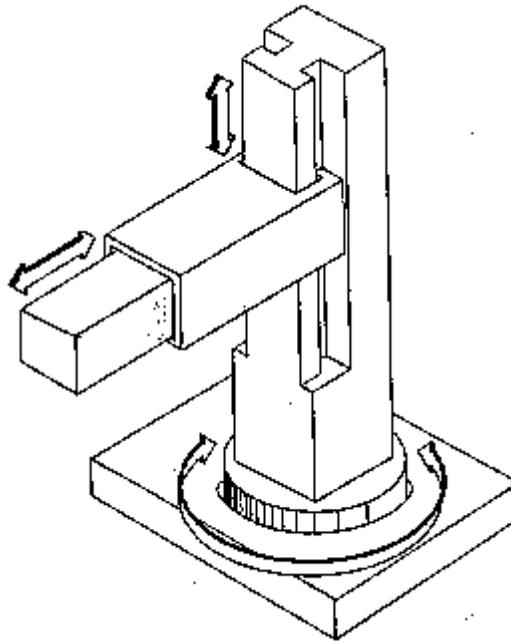
Alcançam qualquer ponto de um cubo de lado L:

$$V = L * L * L$$

# VOLUME DE TRABALHO

---

Robot Cilíndrico (RPP):



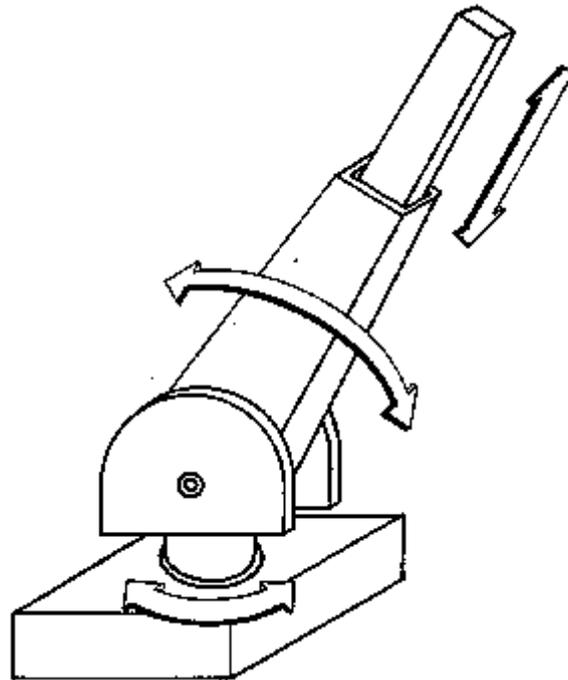
Alcançam qualquer ponto num cilindro de altura  $L$  e raio  $2L$ , excepto os pontos do cilindro interno de raio  $L$  e altura  $L$ :

$$V = 9,42 * L * L * L$$

# VOLUME DE TRABALHO

---

Robot Esférico (RRP):



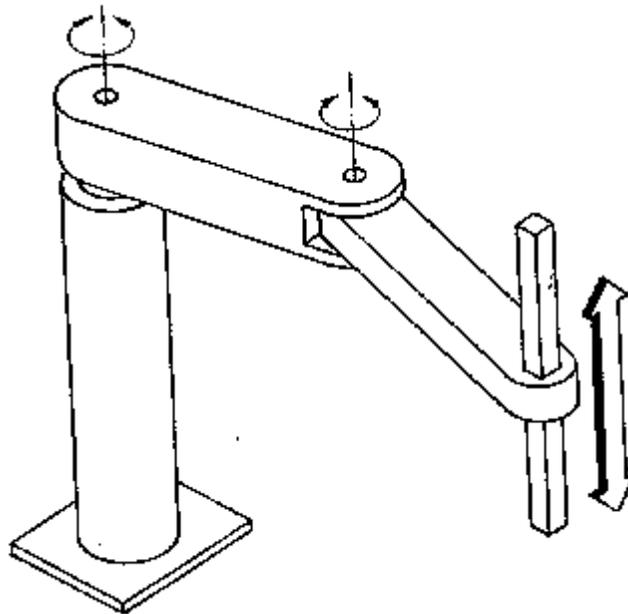
Alcançam qualquer ponto de uma esfera de raio  $2L$ , excepto a esfera interna de raio  $L$ :

$$V = 29,32 * L * L * L$$

# VOLUME DE TRABALHO

---

Robot de Articulação Horizontal - SCARA (RRP):



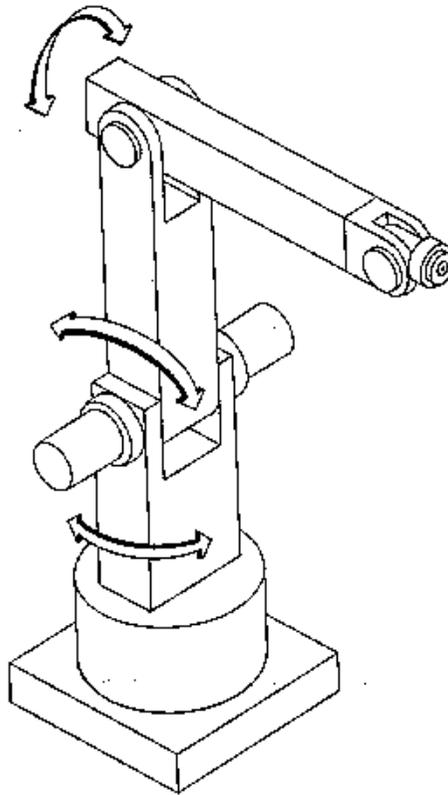
Alcançam qualquer ponto de um cilindro de raio  $2L$  e altura  $L$ .

$$V = 12,56 * L * L * L$$

# VOLUME DE TRABALHO

---

Robot Antropomórfico (RRR):



Alcançam qualquer ponto de uma esfera de raio  $2L$ :

$$V = 33,51 * L * L * L$$

# ACCIONAMIENTO ELÉCTRICO

---

## Vantagens:

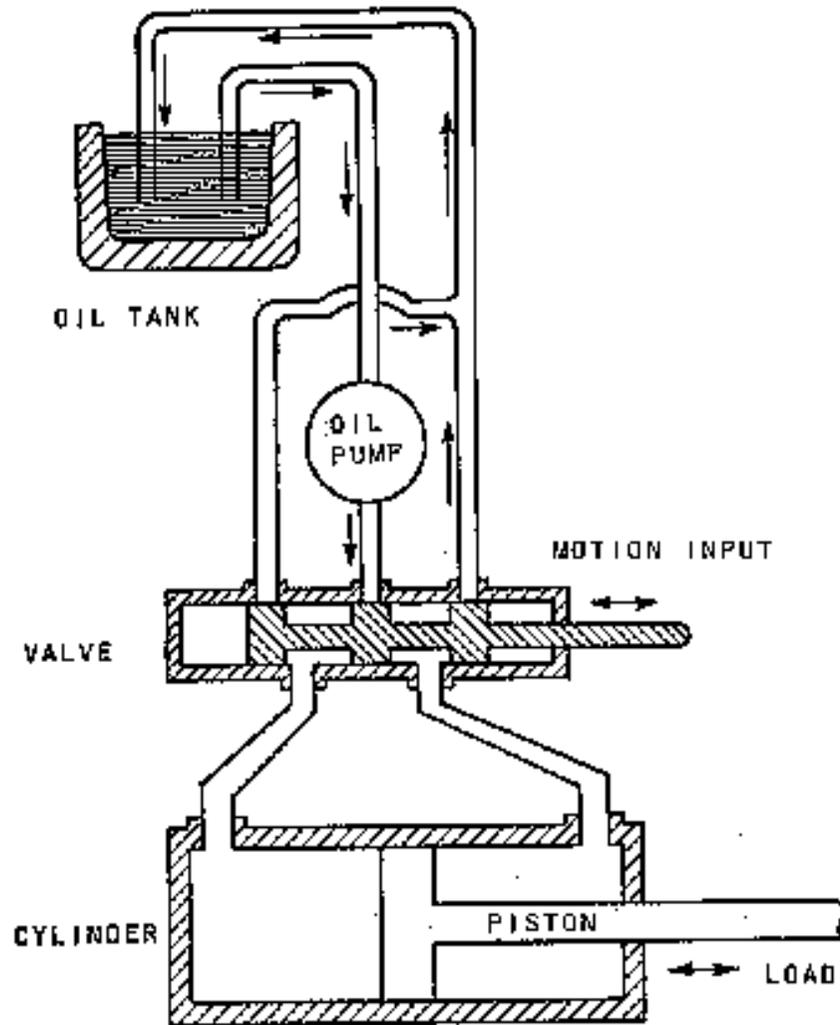
1. Eficiência e controlo preciso.
2. Estrutura simples e fácil manutenção.
3. Não requer uma fonte de energia cara.
4. Custo relativamente baixo.

## Desvantagens:

1. Não manter um binário constante nas mudanças de velocidade de rotação.
2. Danificar-se com cargas pesadas.
3. Baixa razão de potência de saída do motor em relação ao seu peso, necessitando de um motores grandes.

# ACCIONAMIENTO HIDRÁULICO

---



# ACCIONAMENTO HIDRÁULICO

---

## Vantagens:

1. Alto binário e constante sob uma grande faixa de variação de velocidade.
2. Precisão de operação (entre o eléctrico e o pneumático).
3. Pode manter um binário alto para um longo período de tempo, quando parado.

## Desvantagens são:

1. Requer uma fonte de energia cara.
2. Requer uma manutenção cara e intensa.
3. Requer válvulas de precisão caras.
4. Está sujeito a fugas de óleo

# ACCIONAMIENTO PNEUMÁTICO

---

## Vantagens:

1. Podem funcionar a velocidades altas.
2. Custo relativamente baixo.
3. Fácil manutenção.
4. Podem manter um binário constante numa grande faixa de velocidades.
5. Quando parado, pode manter o binário alto por longos períodos de tempo.

# ACCI ONAMENTO PNEUMÁTICO

---

Desvantagens:

1. Não possui alta precisão.
2. Está sujeito a vibrações quando o motor ou cilindro pneumático é parado.

É muito utilizado para abrir e fechar as garras.

# ACCI ONAMENTOS

---

Eléctrico é melhor em aplicações envolvendo:

- Alta precisão de posicionamento;
- Cargas de tamanho pequeno e médio;
- Ambientes difíceis para sistemas de compressores de óleo e ar;

Hidráulico em situações envolvendo:

- Cargas pesadas.
- Média / alta precisão no posicionamento e na velocidade;

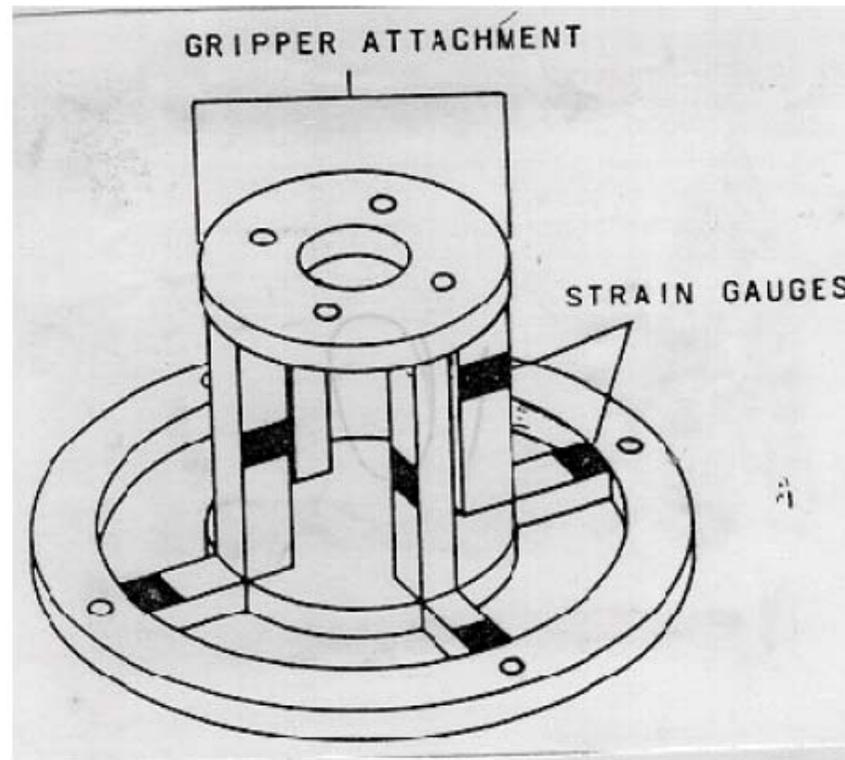
Pneumático é preferível em aplicações envolvendo:

- Baixa precisão;
- Necessidade de baixo custo;
- Altas velocidades;
- Transferência de cargas pequenas ou médias.

# SENSORES

---

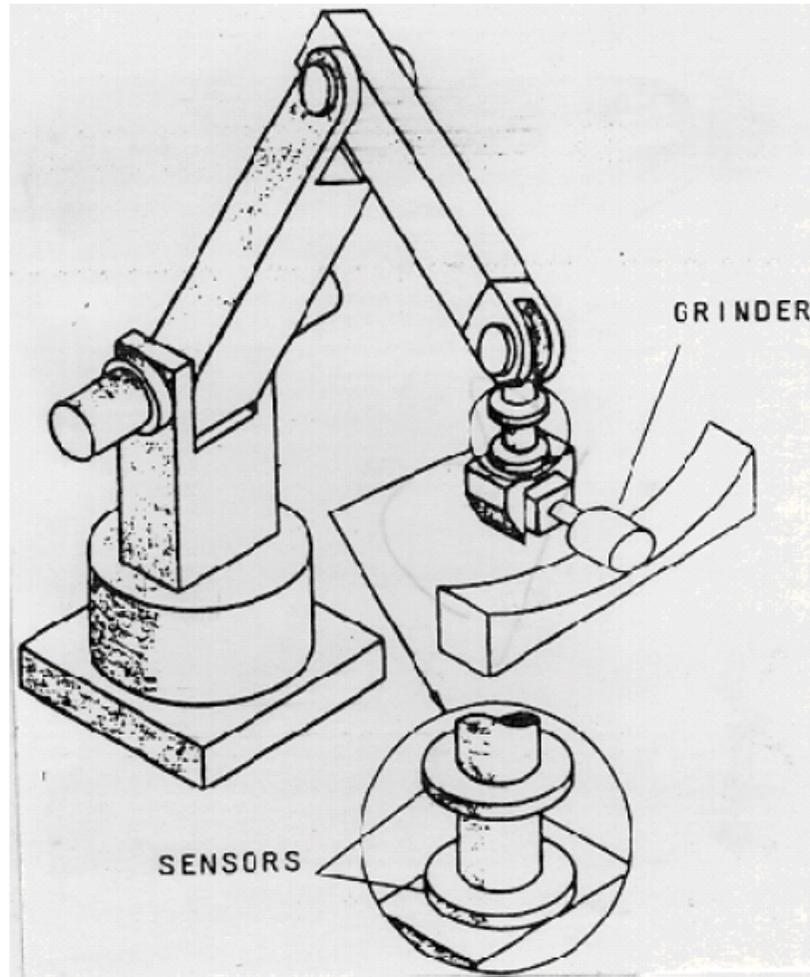
Sensor de força para colocação no punho



# SENSORES

---

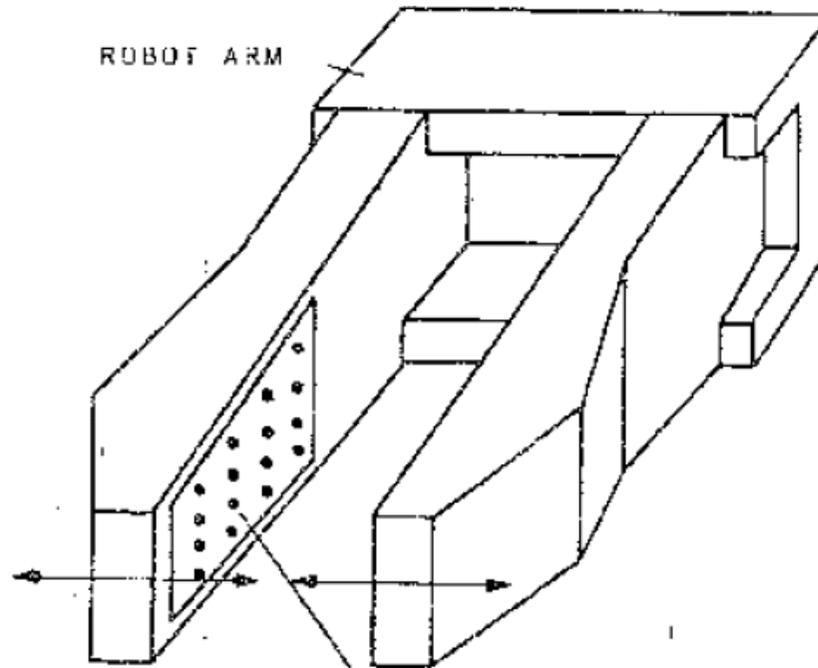
Sensor de força para colocação no punho



# SENSORES

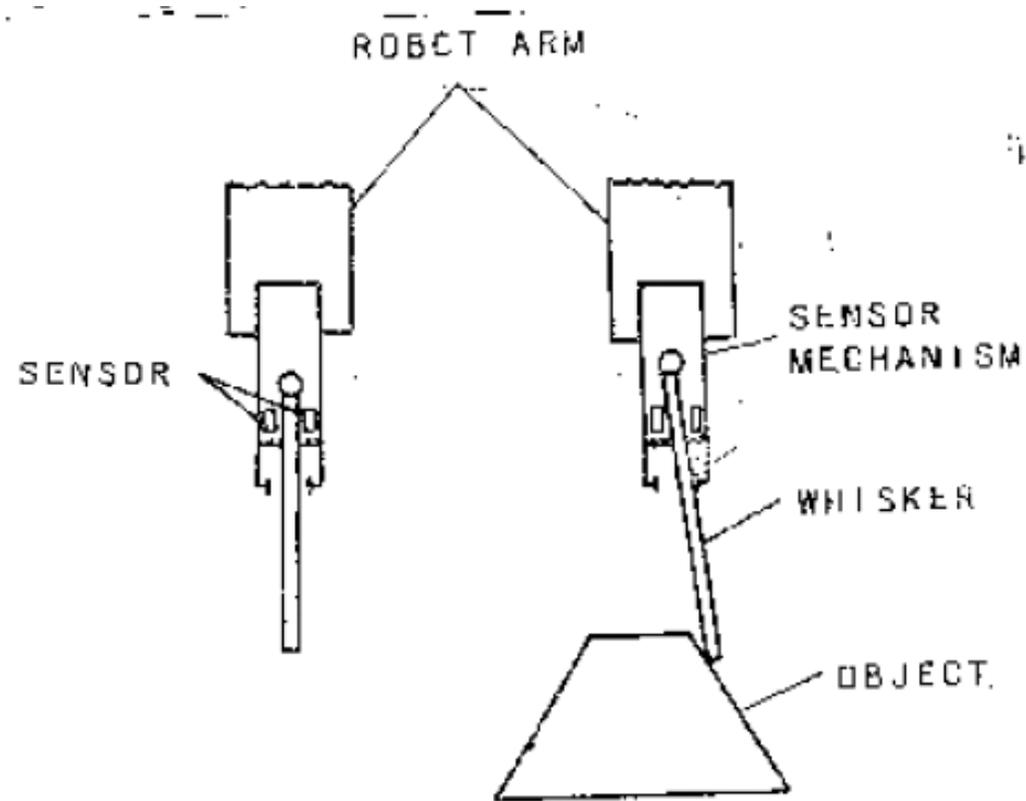
---

## SENSOR TACTIL



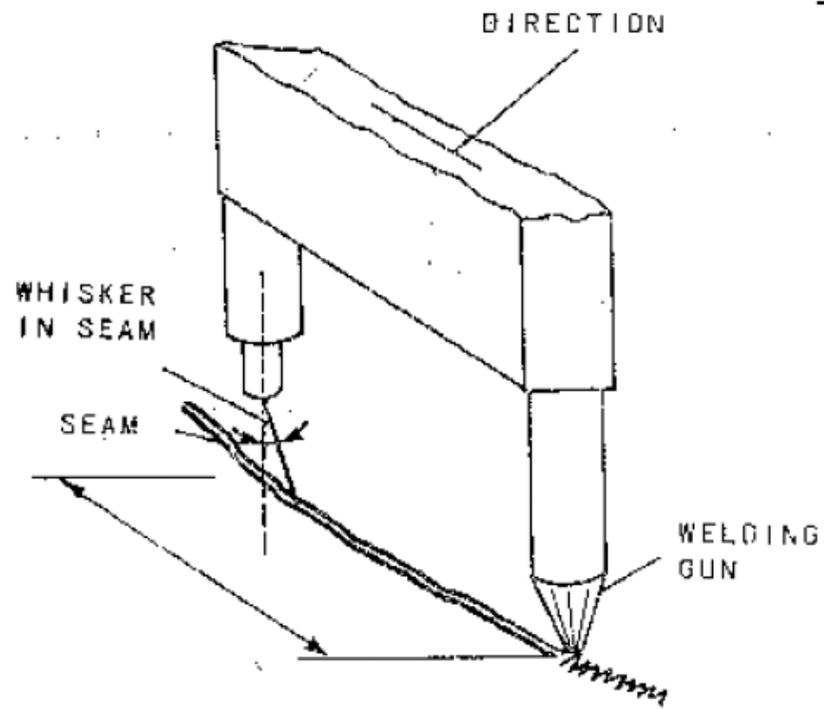
# SENSORES

---



# SENSORES

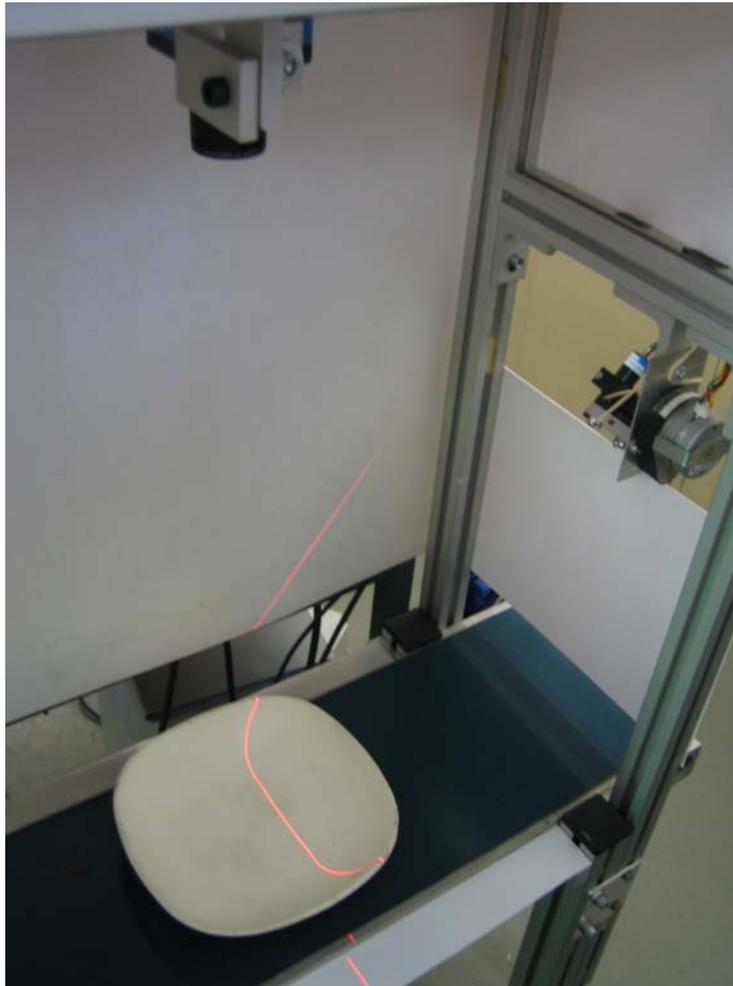
---



# SENSORES

---

## VISÃO ARTIFICIAL



# APLICAÇÕES

## CAPACIDADES :

*X* = transporte  
*Y* = manipulação  
*Z* = sensoramento

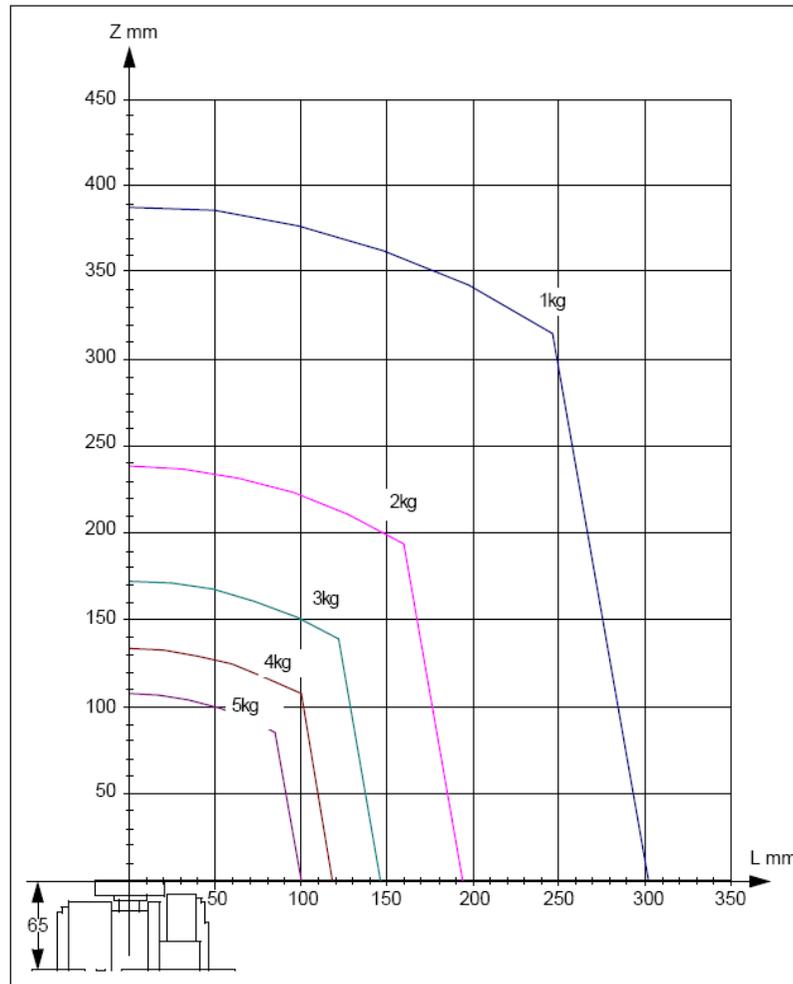
## PRINCIPAIS BENEFÍCIOS :

*A* = melhoria na qualidade do produto  
*B* = aumento de produtividade  
*C* = redução de custos  
*D* = eliminação de trabalho perigoso e desagradável

	EXEMPLOS	X	Y	Z	A	B	C	D
Manipulação de Materiais	Armazenamento Manipulação de Peças Movimentação	•					•	•
Carga e Descarga de Máquinas	Fundição em Molde Prensas Automáticas Máquinas de Ferramenta	•	•			•	•	•
Trabalho com Spray	Pintura Aplicação de cola / resina		•		•		•	•
Solda	Solda a ponto Solda em arco		•		•	•	•	•
Maquinário de Acabamento	Furadeira Triturador Lixador Polidor Cortador		•	•	•	•		•
Montagem	Encaixe de Partes Fixação		•	•		•	•	
Inspeção	Controle Tolerância			•	•			

# ESPECIFICAÇÕES

## CARGA ADMISSIVEL

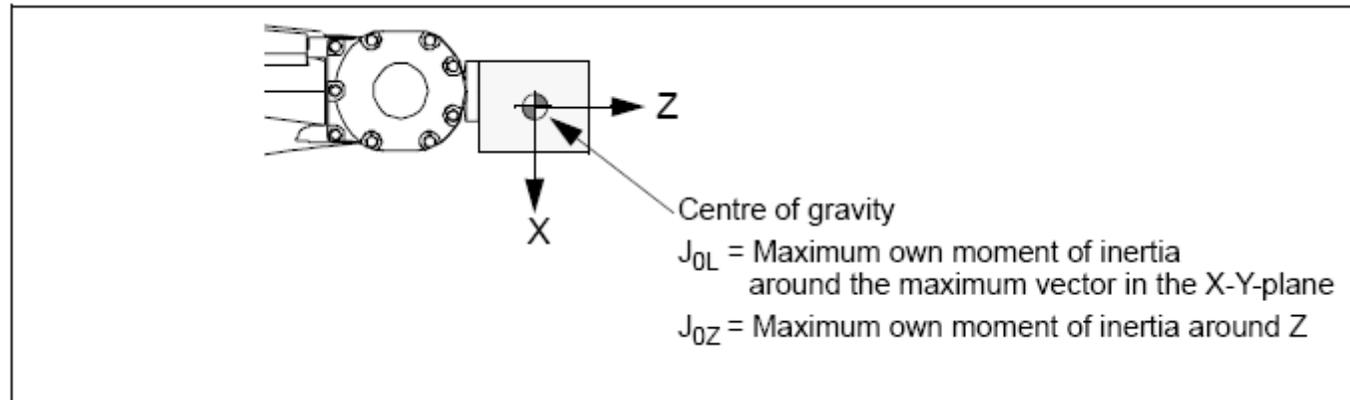


Z = see the above diagram and the coordinate system in the Product Specification S4Cplus  
L = distance in X-Y plane from Z-axis to the centre of gravity

# ESPECIFICAÇÕES

---

## CARGA ADMISSIVEL



# ESPECIFICAÇÕES

---

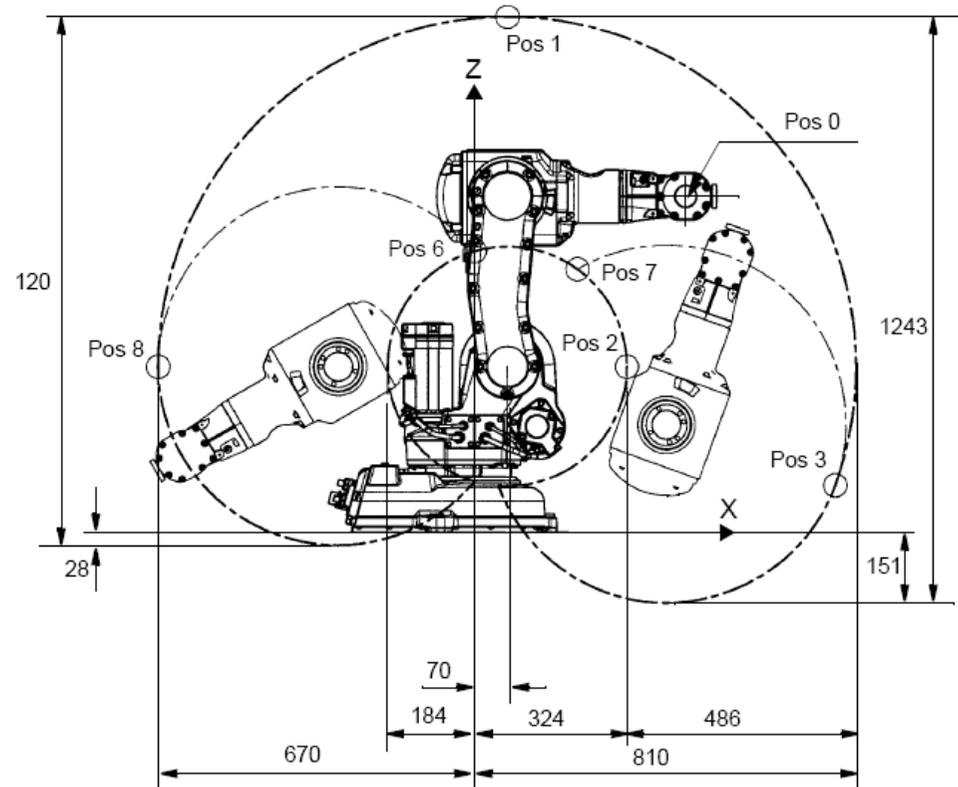
## DESLOCAMENTO MÁXIMO NAS ARTICULAÇÕES

(ABB IRB140 M2000)

<b>Type of motion</b>		<b>Range of movement</b>	
Axis 1	Rotation motion	+180°	- -180°
Axis 2	Arm motion	+110°	- -90°
Axis 3	Arm motion	+50°	- -230°
Axis 4	Wrist motion	+200°	- -200° Default +165 revolutions - -165 revolutions Max**)
Axis 5	Bend motion	+120°	- -120°
Axis 6	Turn motion	+400°	- -400° Default +163 revolutions - -163 revolutions Max**)

# ESPECIFICAÇÕES

## VOLUME DE TRABALHO



Positions at wrist centre (mm)

pos.	x	z
0	450	712
1	70	1092
2	314	421
3	765	99
6	1	596
7	218	558
8	-670	352

Angle (degrees)

pos.	axis 2	axis 3
0	0	0
1	0	-90
2	0	+50
3	110	-90
6	-90	+50
7	110	-230
8	-90	-90

# ESPECIFICAÇÕES

---

## Performance according to ISO 9283

At rated load and 1 m/s velocity on the inclined ISO test plane with all six robot axes in motion.

Unidirectional pose repeatability:

RP = 0.03 mm

Linear path accuracy:

AT = 1.0 mm

Linear path repeatability:

RT = 0.15 mm

Minimum positioning time, to within 0.5 mm of the position:

0.2 sec. (on 35 mm linear path)

The above values are the range of average test-results from a number of robots. If guaranteed values are required, please contact your nearest ABB Flexible Automation Centre.

# ESPECIFICAÇÕES

---

## VELOCIDADE MÁXIMA

### Velocity

Axis no.	IRB 140	IRB 140T
1	200°/s	250°/s
2	200°/s	250°/s
3	260°/s	260°/s
4	360°/s	360°/s
5	360°/s	360°/s
6	450°/s	450°/s

There is a supervision to prevent overheating in applications with intensive and frequent movements.

# ESPECIFICAÇÕES

---

## OUTROS FACTORES A TER EM CONTA:

- Entradas e saídas disponíveis
- Interface com o utilizador na própria consola.
- Conexão normalizada com outros equipamentos.
- Manutenção e assistência técnica.
- Eixos externos.
- Alimentação (trifásica/monofásica).
- Linguagem de programação.

# PRINCIPIOS DE CONTROLO DOS ROBÔS

---

- Controlo de posição
- Controlo de força

# TIPOS DE TRAJECTÓRIAS

---

- Interpolação no espaço das juntas

- Interpolação no espaço cartesiano:

movimento linear e circular.

# OUTRAS VERTENTES DA ROBÓTICA INDUSTRIAL

---

- \* Veículos Industriais Auto-Guiados.
- \* Células robotizadas
- \* Armazéns automáticos.